प्रगति–5

2018-2019

गणित

कक्षा- VI

बिक्री के लिए नहीं

SCERT
स्वाध्यायान्मा प्रमदः
राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद् दिल्ली

सौजन्य से :
दिल्ली पुस्तक ब्यूरो

GNCT OF DELHI
शिक्षा निदेशालय
रा.रा.क्षे., दिल्ली सरकार

जून, 2018

1,66,000 प्रतियाँ

उत्पादन मंडल

अनिल कुमार शर्मा
दीपक तंवर

दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो में अनिल कौशल, सचिव, दिल्ली पाठ्य पुस्तक ब्यूरो, 25/2, पंखा रोड, संस्थानीय क्षेत्र, नई दिल्ली द्वारा प्रकाशित तथा मैसर्स अरिहन्त ऑफसैट, नई दिल्ली द्वारा मुद्रित।

आमुख

शिक्षा निदेशालय, दिल्ली द्वारा चलाए गए मिशन बुनियाद के दौरान अध्यापकों तथा अभिभावकों द्वारा बच्चों की बुनियादी गणितीय अवधारणाओं की नींव मज़बूत की गई है। इस मिशन के दौरान बच्चों की गणितीय अवधारणाओं की समझ विकसित करने के लिए प्रतिदिन अध्यापकों द्वारा गणित संबंधित बातचीत, संख्या संबंधित गतिविधियाँ, शाब्दिक सवालों पर बातचीत एवं औपचारिक रूप से गणितीय संक्रियाएँ तथा अन्य दक्षताओं जैसे– मापन और अनुमान, आकृतियों से परिचय, और बराबर भागों में बाँटना आदि पर कार्य किया गया।

हम आशा करते हैं कि हमारे नव निष्ठा एवं निष्ठा समूहों के बच्चे चार अंकों तक की संख्याओं पर संक्रियाएँ करना सीख चुके हैं। वे निश्चय ही द्विविमीय आकृतियों, आँकड़ों, मुद्रा, परिमाप आदि के बारे में अपनी समझ बनाने में कामयाब हुए होंगे।

बातचीत करने पर वे हमें बता पाएँगे कि विद्यालय, बाज़ार, गाँव, मेला, परिवार इत्यादि में हमें गणित कहाँ–कहाँ नज़र आता है। अब गणितीय अवधारणाओं पर बातचीत करते हुए वे झिझकेंगे नहीं, आत्मविश्वास के साथ बोल सकेंगे। और हम उनकी तर्क–वितर्क की क्षमता को बढ़ाने में उनका सहयोग कर पाएँगे। गणित की साधारण संक्रियाएँ जैसे जोड़, घटा, गुणा और भाग में कठिनाई महसूस नहीं करेंगे।

'कमाल' (Combined Activities for Maximized Learning) तकनीक का प्रयोग मिशन बुनियाद के दौरान बच्चों की आधारभूत क्षमताओं जैसे सुनना, बोलना, पढ़ना, करना और लिखना आदि को मज़बूती देने के लिए किया गया। इससे बच्चों में जो क्षमता विकसित हुई, उससे उनकी कक्षा में भागीदारी बढ़ेगी अर्थात जो वो सुनेंगे, उसके बारे में बोल सकेंगे, जो बोलेंगे उसे खुद कर पाएँगे, जो करेंगे उसे लिख पाएँगे, जो लिखेंगे उसे पढ़ पाएँगे– इन सभी क्रियाओं के क्रम में वे बदलाव भी कर पाएँगे।

'कमाल' के अंतर्गत हम आसान से मुश्किल, मूर्त से अमूर्त, सरल से जटिल और परिचित से अपरिचित की तरफ अग्रसर होते हैं। लगभग यही अवधारणा प्रगति–5 में प्रयोग की गई है। ताकि हम बच्चों की योग्यता पर विश्वास रखते हुए उन्हें स्वयं सीखने का आनंद लेने देंगे।

प्रगति–3 एवं प्रगति–4 की मुख्य सामग्री (Content) को एक ही पुस्तक में समाहित करके प्रगति–5 के रूप में प्रस्तुत किया गया है।

कक्षा VI की प्रगति–5 में कुछ अध्यायों को शामिल नहीं किया गया है, जैसे– सममिति (अध्याय–13) तथा अनुपात एवं समानुपात (अध्याय–12)। इस कक्षा में बच्चों को बहुत सारी गणितीय धारणाएँ एवं शब्दावली याद करनी पड़ती हैं, इसलिए पाठ्यक्रम को कम करने के लिए उपरोक्त दोनों अध्यायों की मूल अवधारणा (basic concepts) कक्षा VII के अध्याय–8 तथा अध्याय–14 में सम्मलित की गई है।

कक्षा VII के सरल समीकरण (अध्याय–4) की मूल अवधारणा को कक्षा VIII के सरल समीकरण के साथ मिला दिया गया है। इसी प्रकार परिमेय संख्याओं (अध्याय–9) को भी कक्षा VII की प्रगति–5 में शामिल नहीं किया गया है। इस अध्याय को कक्षा VIII के अध्याय परिमेय संख्याओं में शामिल कर दिया गया है।

कक्षा VIII में भी कुछ अध्यायों जैसे राशियों की तुलना (अध्याय–8) तथा गुणनखंड (अध्याय–14) आदि को प्रगति–5 में शामिल नहीं किया गया है। यदि अध्यापक / अध्यापिका अध्यायों को पढ़ाना चाहते हैं तो NCERT से यह अध्याय पढ़ाए जा सकते हैं।

गणित में 'रोल प्ले' का इस्तेमाल करते हुए प्रगति के कई अध्यायों में 'रोल प्ले' दिए गए हैं। किसी भी विषय या प्रसंग को शुरू करने से पहले उसके बारे में संक्षिप्त नाट्य प्रस्तुति हम सबको बाँधती है और इससे विषय पर आना और उसके बारे में अवधारणा को स्पष्ट करना अपेक्षाकृत आसान हो जाता है एवं वह बच्चों के साथ सीधे–सीधे भी जुड़ता है। इस तरह गणित शिक्षण में 'थियेटर इन एजुकेशन' की शिक्षण रणनीति को अच्छे से अपनाया जाय तो गणित शिक्षण को और रुचिकर बनाया जा सकता है। इसके चलते गणित के प्रति छात्रों के अंदर की तमाम भ्रांतियों को तोड़ा जा सकता है कि गणित मुश्किल है, उबाऊ है, डराऊ है–आदि। 'रोल प्ले' उसी का एक अंग है। प्रगति में दिए गए 'रोल प्ले' को बच्चों के साथ मिलकर खेला जाना चाहिए। अगर इन सभी गतिविधियों में शिक्षक की सक्रिय भागीदारी संभव हो पाए तो बेहतर होगा।

हम सभी शिक्षक अगर सुझाए गए 'रोल प्ले' का इस्तेमाल ही करें, ये ज़रूरी नहीं है। इसके लिए शिक्षक को संपूर्ण स्वायत्तता है कि वह अपने अनुसार काम करे। इसके अंदर इंप्रोवाइज़ेशन की पूरी छूट है, बशर्ते ये इंप्रोवाइज़ेशन शिक्षक की देख–रेख में हों। इंप्रोवाइज़ेशन में हम बच्चों को खेलने के लिए कोई स्थिति देते हैं, जिसे बच्चे अपने अनुभव और आपके निर्देशन के अनुसार खेलते हैं। ये स्थितियाँ छात्रों की रोज़मर्रा की ज़िंदगी से जुड़ी हों तो बेहतर है। हमारी कोशिश हो कि कक्षा के ज़्यादातर बच्चों को इसमें शरीक़ कर पाएँ। उनकी सहभागिता पूरी गतिविधि को जीवंत बना देगी। इसके लिए हम कक्षा के छात्रों के चार से पांच ग्रुप बना सकते हैं। सभी ग्रुप 'रोल प्ले' को अपने–अपने हिसाब से खेलेंगे। हां, इस बात का ध्यान रहे कि जब एक ग्रुप अपनी प्रस्तुति दे रहा हो तो बाकी सभी ग्रुप उस प्रस्तुति को ध्यान से देखें। उसके बारे में जो भी उनकी राय बने, उसे कापी के अंदर नोट कर लें ताकि प्रस्तुतियों के बाद जब सभी प्रस्तुतियों की मूल्यांकन प्रक्रिया की जाए तो उन राय और सुझावों को सबके सामने रखा जाए। सुधार की हर संभावना का स्वागत किया जाए।

प्रगति पर आपके सुझाव निश्चय ही अगले अंकों को बेहतर बनाने में सहयोग देंगे।

Editorial Team

Reviewed by :

Dr. Anil Teotia, Principal, DIET Dilshad Garden.

Editorial Group of Mentor Teachers :

Dr. Ashok Kumar Tiwari (19900432), SBV C. C. Colony

Mr. Rakesh Gujral (20050846), GSBV Ramesh Nagar

Dr. Sushma Singh (19930796), SKV Pooth Kala, Sector-20, Rohini Extn

Ms. Sunila Bhatia (19930502), VSSKV No. 1, Kalkaji

Mr. Devender Kumar Juneja (19875169), GBSSS No. 1, Shakti Nagar

Mr. Mukesh Jain (20102389), GBSSS No. 1, Punjabi Bagh

Ms. Neeta Rani (20130835), S Co.Ed. Mangolpuri, C-Block

Ms. Preeti Nanda (19960587), SV, Sector-6, Rohini

Ms. Punam Sardana (20036698), RPVV, BT Block, Shalimar Bagh

Mr. Rajeev Ratan (19910068), RSBV No.4, Roop Nagar

Ms. Shalini Bahri (20111699), SKV No. 1, Narela

Ms. Vandana Arora (20050187), GGSSS No.3, Badarpur

Ms. Vilakshna (20081060), SKV Sector-20, Rohini Extn

Ms. Vinod Bala (20072429), GGSSS, Sec-3, Dwarka

Ms. Jaspal Kaur (20100095), SKV Prahladpur

Ms. Amita Sharma (BRP), SSA

Ms. Alpna Chaterjee (BRP), SSA

विषयसूची

1st Term

अध्याय 1 संख्याओं की जानकारी 1–43

- ★ संख्याओं की पहचान
- ★ संख्याओं की तुलना
- ★ आरोही, अवरोही क्रम
- ★ स्थानीय एवं अंकित मान
- ★ विस्तारित रूप
- ★ हिंदी के संख्यावाचक शब्द
- ★ संख्या पैटर्न
- ★ भारतीय संख्यांकन
- ★ सन्निकटन (निकटतम मान)

अध्याय 2 पूर्ण संख्याएँ 44–64

- ★ प्राकृत संख्या
- ★ पूर्ववर्ती संख्या
- ★ परवर्ती संख्या
- ★ पूर्ण संख्या
- ★ संख्या रेखा
- ★ संख्या रेखा पर जमा तथा घटा
- ★ पूर्ण संख्याओं के गुण

अध्याय 3 आधारभूत ज्यामितीय अवधारणाएँ 65–97

- ★ बिंदु, रेखाखंड, रेखा व किरण
- ★ प्रतिच्छेदी रेखाएं
- ★ समान्तर रेखाएं
- ★ वक्र एवं सरल रेखाएं
- ★ बहुभुज
- ★ कोण
- ★ त्रिभुज, चतुर्भुज की सामान्य जानकारी
- ★ वृत्त एवं वृत्त के भाग

अध्याय 4 प्रारंभिक आकारों को समझना 98–127

- ★ लंबाइयों की तुलना करना
- ★ रूलर द्वारा तुलना व माप
- ★ कोणों के प्रकार व चांदे से कोण मापना
- ★ त्रिभुजों के प्रकार : भुजाओं व कोणों के आधार पर
- ★ बहुभुजों की पहचान
- ★ ठोस आकृतियों की पहचान

अध्याय 5 **बीजगणित** 128–152

- चर (variable) एवं अचर (constant) की अवधारणा
- बीजीय व्यंजक
- समीकरण की पहचान

2nd Term

अध्याय 6 **पूर्णांक** 155–177

- पूर्णांकों की जीवन में आवश्यकता एवं परिचय
- धनात्मक एवं ऋणात्मक स्थितियों को पूर्णांकों द्वारा दर्शाना
- पूर्णांकों को संख्या रेखा पर दर्शाना
- पूर्णांकों की तुलना
- पूर्णांकों का योग और घटा

अध्याय 7 **भिन्न** 178–206

- भिन्न की अवधारणा और निरूपण
- संख्या रेखा पर भिन्न का निरूपण
- भिन्न के प्रकार (उचित, विषम, मिश्रित)
- भिन्नों को एक से दूसरे प्रकार में बदलना
- तुल्य भिन्न
- भिन्नों का योग और व्यवकलन

अध्याय 8 **दशमलव** 207–222

- दशमलव की अवधारणा और निरूपण
- दशमलव का संख्याा रेखा पर निरूपण (not in pragati)
- दशमलवों का प्रयोग
- दशमलव संख्याओं का योग और व्यवकलन

अध्याय 9 **आँकड़ों का प्रबंधन** 223–237

- आँकड़ों से परिचय (not in pragati)
- आँकड़ों का संग्रह करना
- आँकड़ों को तालिकाबद्ध करना
- चित्रालेख एवं दंड आलेख पढ़ना

अध्याय 10 **क्षेत्रमिति** 238–259

- परिमाप तथा क्षेत्रफल की अवधारणा
- ग्राफ पेपर पर वर्गों की गिनती करके क्षेत्रफल ज्ञात करना
- आयत तथा वर्ग के परिमाप तथा क्षेत्रफल

अध्याय 11 **प्रायोगिक ज्यामिति** 260–279

- ज्यामितीय बॉक्स के यंत्रों की पहचान
- रेखाखंड एवं वृत की रचना करना
- दिए गए रेखाखंड के बराबर रेखाखंड खींचना
- रेखाखंड पर लम्ब एवं लम्ब समद्विभाजक खींचना
- दिए गए कोण के बराबर कोण बनाना
- परकार की सहायता से विभिन्न कोण एवं कोण का समद्विभाजक खींचना

अध्याय 1 – संख्याओं की जानकारी

हमें पता है कि संख्याएँ हमारे जीवन में बहुत ही उपयोगी होती हैं। आइए अब हम संख्याओं को फिर से दोहराते हैं।

वस्तुओं को गिनिए और उनके संख्यांक (Numerals) लिखिए

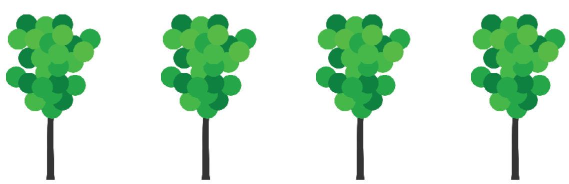
उदाहरण

क) = 1 एक

ख) = 2 दो

अब आप प्रयास कीजिए।

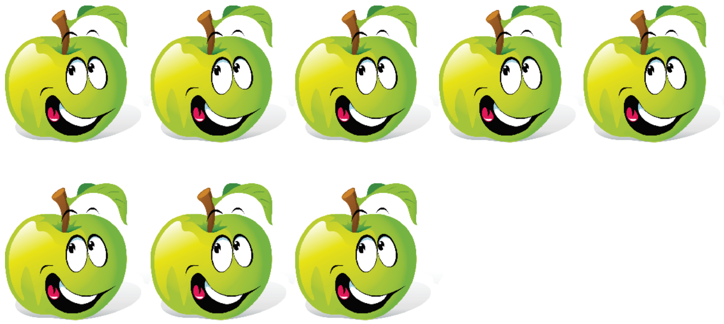
ग) = ☐ तीन

घ)  = ☐ चार

ङ) = ☐ पाँच

च) = ☐ छः

छ)

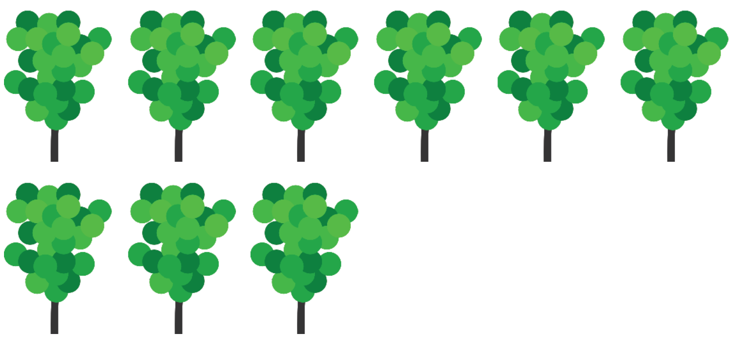


= ☐ सात

ज)

= ☐ आठ

झ)



= ☐ नौ

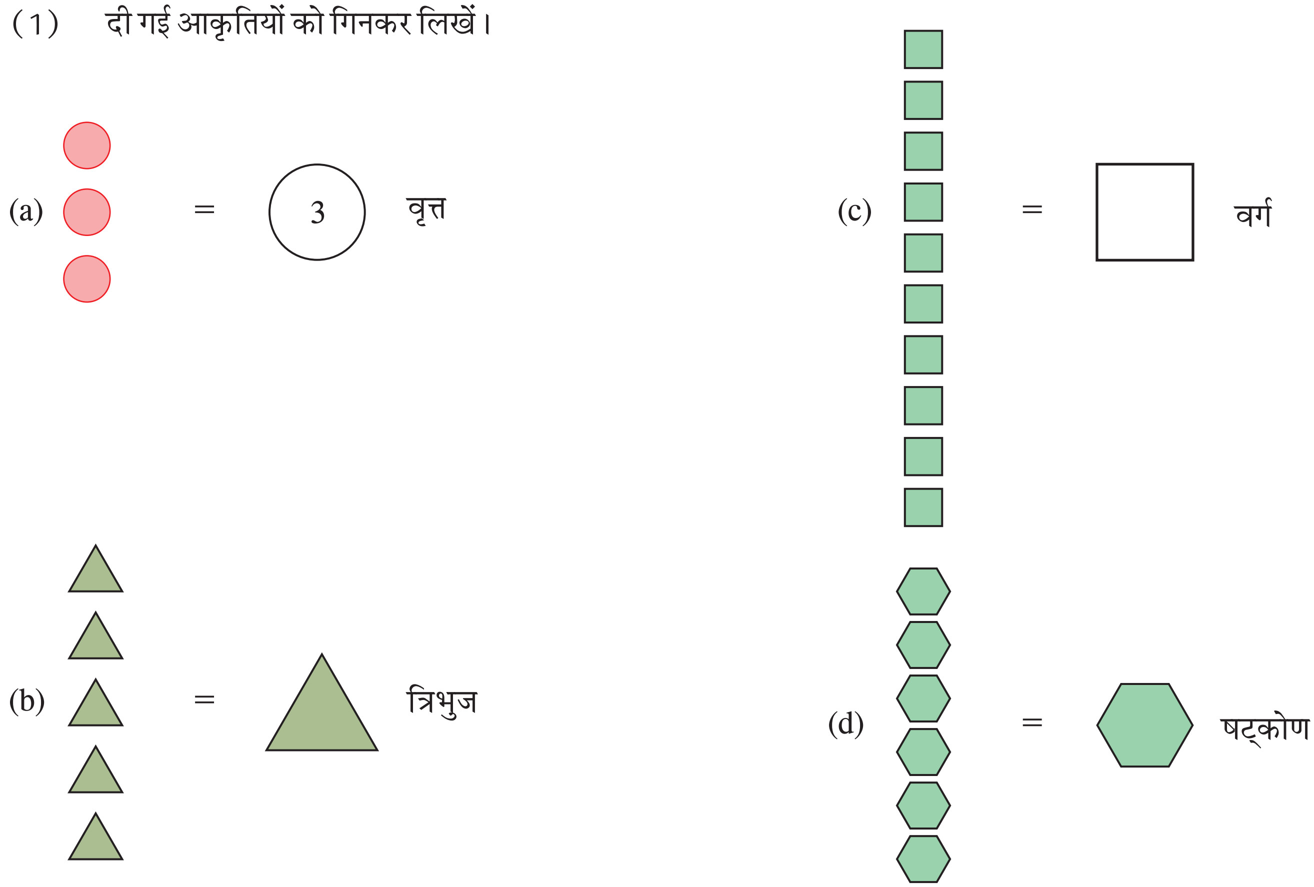
ञ

= ☐ दस

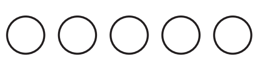
अब हमारी प्राप्त संख्या दो अंकों की हो गयी है। इस संख्या का दायां अंक इकाई तथा बायाँ अंक दहाई कहलाता है।

प्रश्नों के उत्तर दीजिए-

(1) दी गई आकृतियों को गिनकर लिखें।



(2) संख्यांकों को देखकर उनके सामने, उतने ही गोले बनाइए।

(i) 5 = 

(ii) 7 =

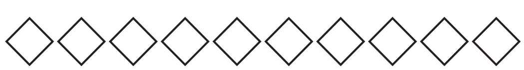
(iii) 4 =

(iv) 8 =

(3) दी गई संख्या अनुसार उतनी ही आकृतियों में रंग भरें।

(i) 7 =

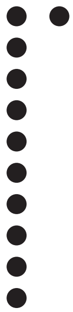
(ii) 5 =

(iii) 9 = 

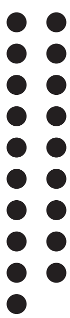
(iv) 10 =

बिंदियाँ गिनिए और उनकी संख्या लिखिए:-

उदाहरण:

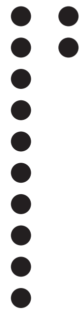


= 11

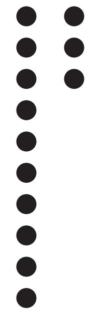


= 19

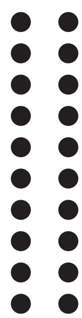
अब आप प्रयास कीजिए



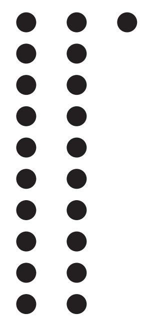
= ☐



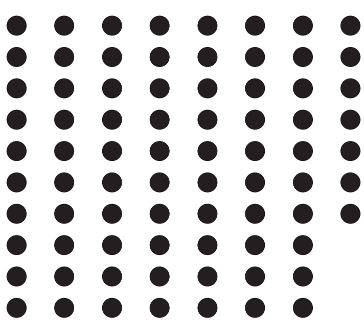
= ☐



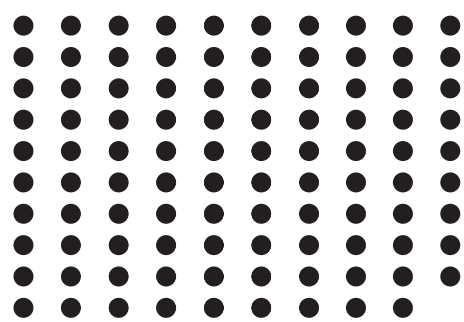
= ☐



= ☐



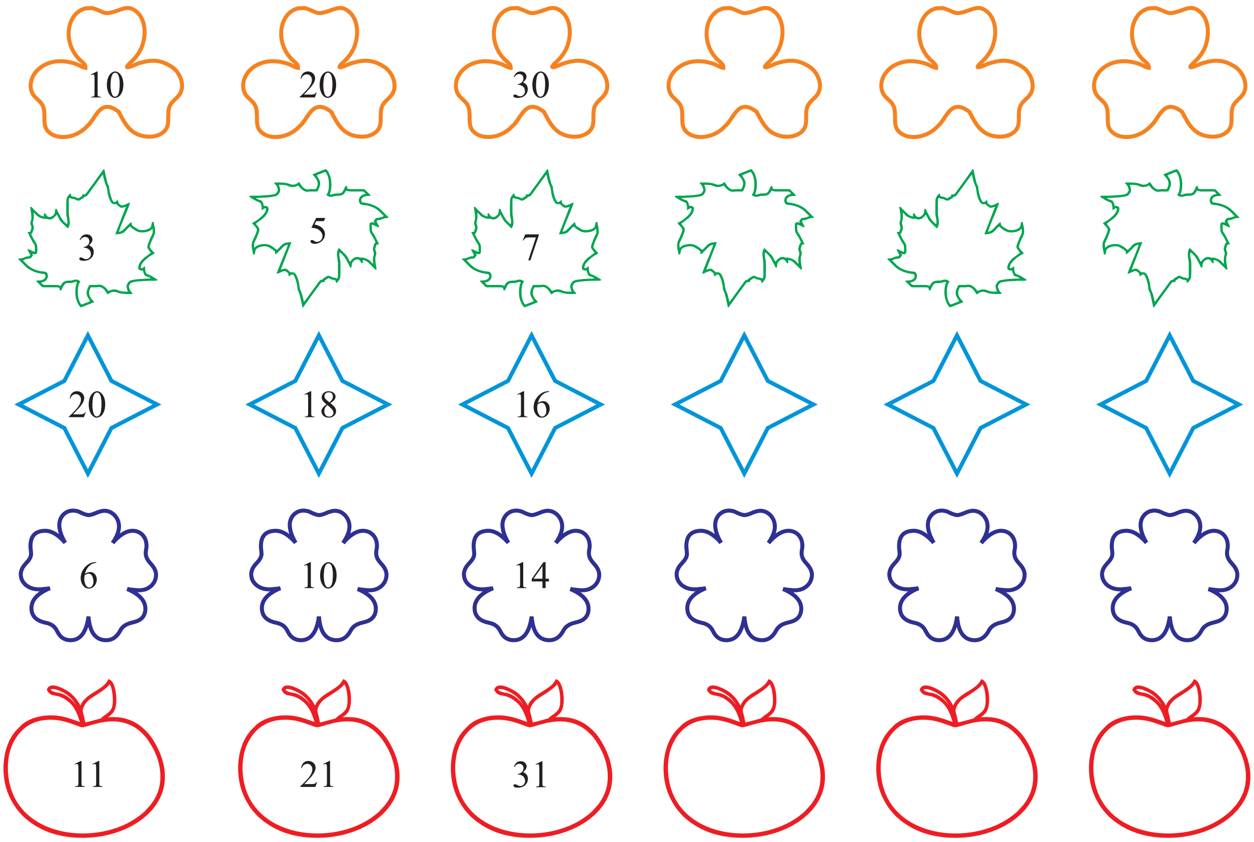
= ☐



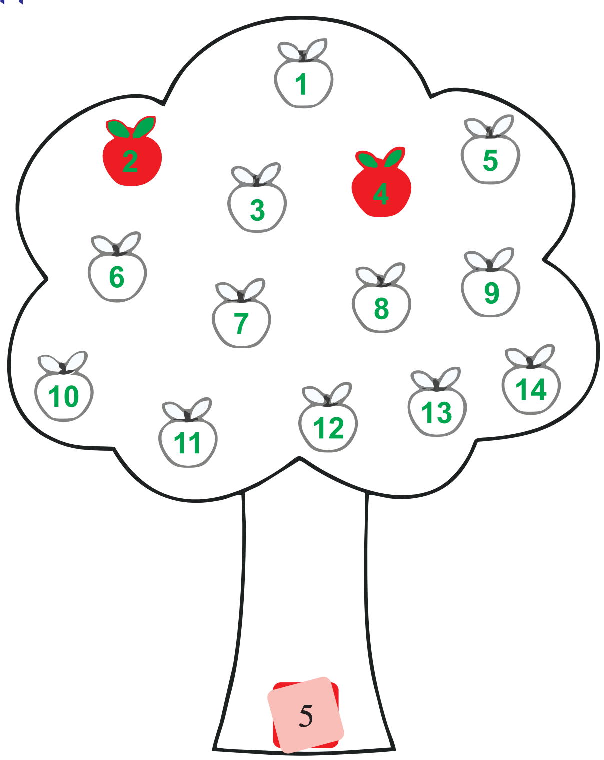
= ☐

संख्या पैटर्न

पैटर्न को समझकर आगे बढ़ाओ –

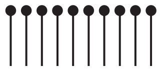


मीठू तोता पेड़ पर लगे फलों को एक पैटर्न के अनुसार खाता है। वह जिन फलों को खाएगा उन पर गोला लगाओ और रंग भरो।



बंडल तीली द्वारा संख्या बनाना

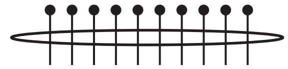
आइए अब हम माचिस की तीलियों के बंडल बनाकर संख्याओं को समझते हैं।



10 तीलियाँ (10 इकाइयाँ)

तीलियों को गिनिए और उनकी संख्या लिखिए।

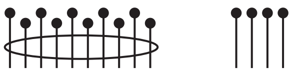
आइए अब हम इन 10 तीलियों का एक बंडल बनाते हैं।



10 तीलियों का एक बंडल(1 दहाई)

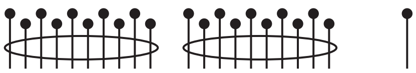
उदाहरण :

			विस्तृत रूप	संख्या

1)  =

दहाई	इकाई
1	4

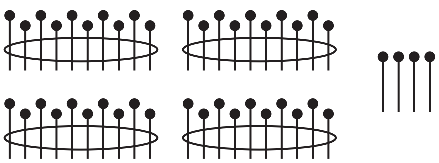
= 10 + 4 = 14

2)  =

दहाई	इकाई
2	1

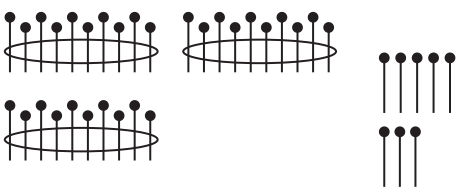
= 20 + 1 = 21

अब आप प्रयास कीजिए

1)  =

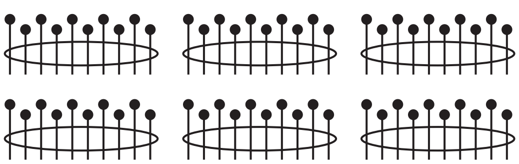
दहाई	इकाई

= ______ = ___

2)  =

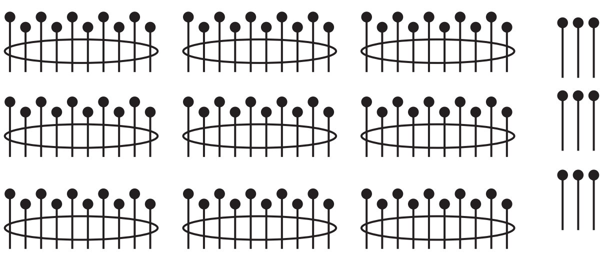
दहाई	इकाई

= ______ = ___

3)  =

दहाई	इकाई

= ______ = ___

4)  =

दहाई	इकाई

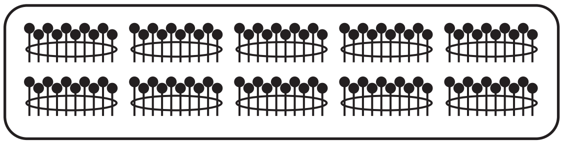
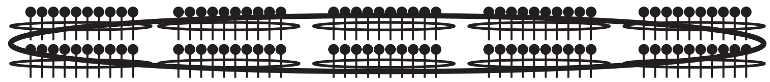
= ______ = ___

सवाल संख्या 4) में अगर हम एक तीली और मिला दें तो आप कुल तीलियों को किस संख्या से दिखाओगे?

= ___________

आइए अब हम तीलियों के बंडल की सहायता से तीन अंकों की संख्या तक पहुँचने का प्रयास करते हैं।

आइए अब 10 दहाइयों का एक बंडल बनाते हैं।

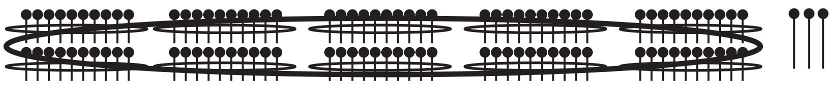



10 दहाइयों का एक बंडल (सैंकड़ा)

100 तीलियाँ = 10 दहाइयाँ

तीलियों गिनिए और उनकी संख्या लिखिए।

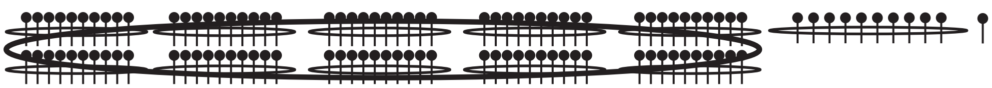
उदाहरण



विस्तारित रूप संख्या

सैकड़ा	दहाई	इकाई
1	0	3

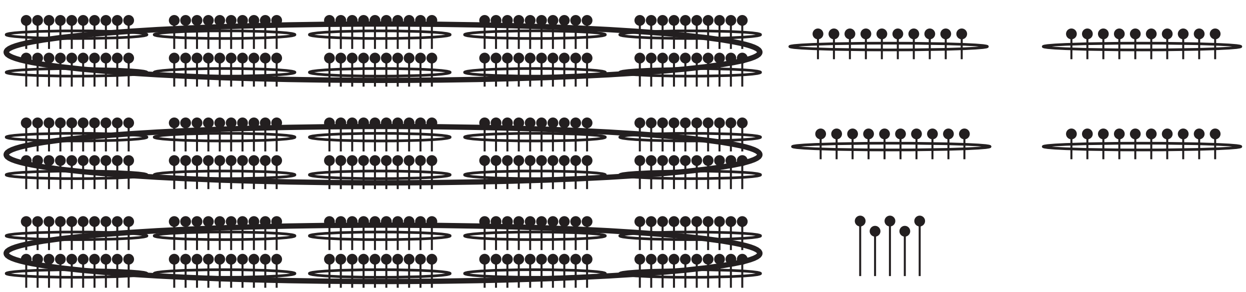
= 100+0+3= 103



सैकड़ा	दहाई	इकाई
1	1	1

= 100+10+1=111

अब आप प्रयास कीजिए



सैकड़ा	दहाई	इकाई

= _____=___

इसी प्रकार – 10 सैंकड़े मिलकर, एक हज़ार बन सकते हैं।

10 बार हज़ार मिलकर, दस हज़ार बन सकते हैं।

10 बार दस हज़ार मिलकर, एक लाख बन जाते हैं।

अंक संकेत संख्यांक :- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

अध्यापक

हमने देखा कि इन दस अंक संकेतों में सबसे अद्‌भुत संकेत शून्य '0' है।

शगुन

सर, हमने यह भी देखा कि किसी संख्या में '0' उस स्थान पर संख्यांक (1 से 9) की अनुपस्थिति दिखाता है जैसे 802 में '0' कोई दहाई न होने को दिखा रहा है।

बिल्कुल सही कहा। आओ बच्चो? अब हम (रुपयों) की मदद से संख्या तथा उसके मान को समझते हैं।

वैसे तो शून्य का कोई मूल्य या मान नहीं है लेकिन यह किसी संख्या के बाद लगते ही उस संख्या के मान को पहले की तुलना में दस गुना बढ़ा देती है। जैसे 5 के बाद '0' लगाते हैं तो प्राप्त संख्या का मान पहले से दस गुना यानी 50 हो जाता है।

आइए अब हम एक और मज़ेदार कार्य को करते हैं।
मान लीजिए हमारे पास तीन अलग-अलग तरह के नोट हैं।

| 1रु. | | 10रु. | | 100रु. |

पहले नोट एक-एक रुपये के हैं, दूसरे नोट दस-दस रुपये के हैं और तीसरे तरह के नोट सौ-सौ रुपये के हैं।

अब यदि हमसे पूछा जाए कि दिए गए नोटों की मदद से हमें 15 रु. बनाने हैं तो हम 15 रु. किस प्रकार बनाएँगे?

राजू ने 15 रु. कुछ इस प्रकार से बनाए।

| 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. |

राजू ने कितने नोटों का प्रयोग किया? ________

वहीं सलमा ने 15 रु. कुछ प्रकार से बनाए।

| 10रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. | + 1रु. |

सलमा ने कितने नोटों का प्रयोग किया? ________

सलमा और राजू में से किसने कम से कम नोटों का प्रयोग करके 15 रु. बनाए? ________

यदि हमें ऊपर दिए गए नोटों (1 रु., 10 रु. तथा 100 रु.) का उपयोग करके 246 रुपये बनाने हों तो हमें कम से कम कितने नोट लेने होंगे? प्रयास किजिए।

आइए, अब हम एक उदाहरण को समझते हैं।

प्र०:- 563 रु. बनाने के लिए हमें कम से कम कितने नोटों की आवश्यकता होगी?

5 नोट सौ-सौ के
6 नोट दस-दस के तथा
3 नोट एक-एक के।

⇩

5 नोट सौ-सौ का मतलब है 500 रु
6 नोट दस-दस का मतलब है 60 रु तथा
3 नोट एक-एक का मतलब है 3 रु।

⇩

563 रु = 500 रु + 60 रु + 3 रु

563 = 500 + 60 + 3

563 में हमने देखा :-

5 का मतलब 500 होता है।
6 का मतलब 60 होता है। तथा
3 का मतलब 3 होता है।

ऊपर हमने देखा कि किसी भी संख्या में अंकों का मान उनके स्थान के आधार पर तय होता है।

नीचे कुछ रकम दी गई हैं।

प्रत्येक रकम को बनाने के लिए कम से कम कितने नोटों की आवश्यकता होगी?

रकम	सौ के नोट	दस के नोट	एक के नोट
1) 448 रु.	4	4	8
2) 375 रु.			
3) 103 रु.			
4) 540 रु.			
5) 995 रु.			

अंकित मान और स्थानीय मान

448 रु.

अध्यापिका : इस रकम के लिए किन-किन नोटों का इस्तेमाल किया गया।

शीना : 4 सौ के नोट

4 दस के नोट

और 8 एक के सिक्के

100 रु.	10 रु.	1 रु.
4	4	8

अध्यापिका : इसमें दोनों 4 का स्थानीय मान एक ही है या अलग-अलग ?

शीना : अलग-अलग।

एक 4 का स्थानीय मान 100 (सैकड़ा) है और दूसरे 4 का स्थानीय मान 10 (दहाई) है।

अध्यापिका : लेकिन आप ने 100 रु. के नोट कितनी बार और 10 रु. के नोट कितनी बार गिने।

शीना : 4 बार।

अध्यापिका : बिल्कुल ठीक।

4 का अंकित मान 4 ही रहेगा और 4 का स्थानीय मान, स्थान के अनुसार परिवर्तित होगा।

उदाहरण के लिए यदि शीना, आप कक्षा में हर रोज अलग-अलग स्थान (सीट) पर बैठती हो तो आप का स्थानीय मान अलग-अलग हो सकता है, परन्तु आप का नाम यानी शीना परिवर्तित नहीं होगा यानी अंकित मान वही रहेगा।

आइए अंकित मान को एक उदाहरण से समझते हैं।

संख्या 67 में 7 का अंकित मान, सात ही होगा और 6 का अंकित मान छः ही होगा।

संख्या के अंकों के स्थान को बदलकर लिखने पर हमें संख्या प्राप्त होगी:- ______

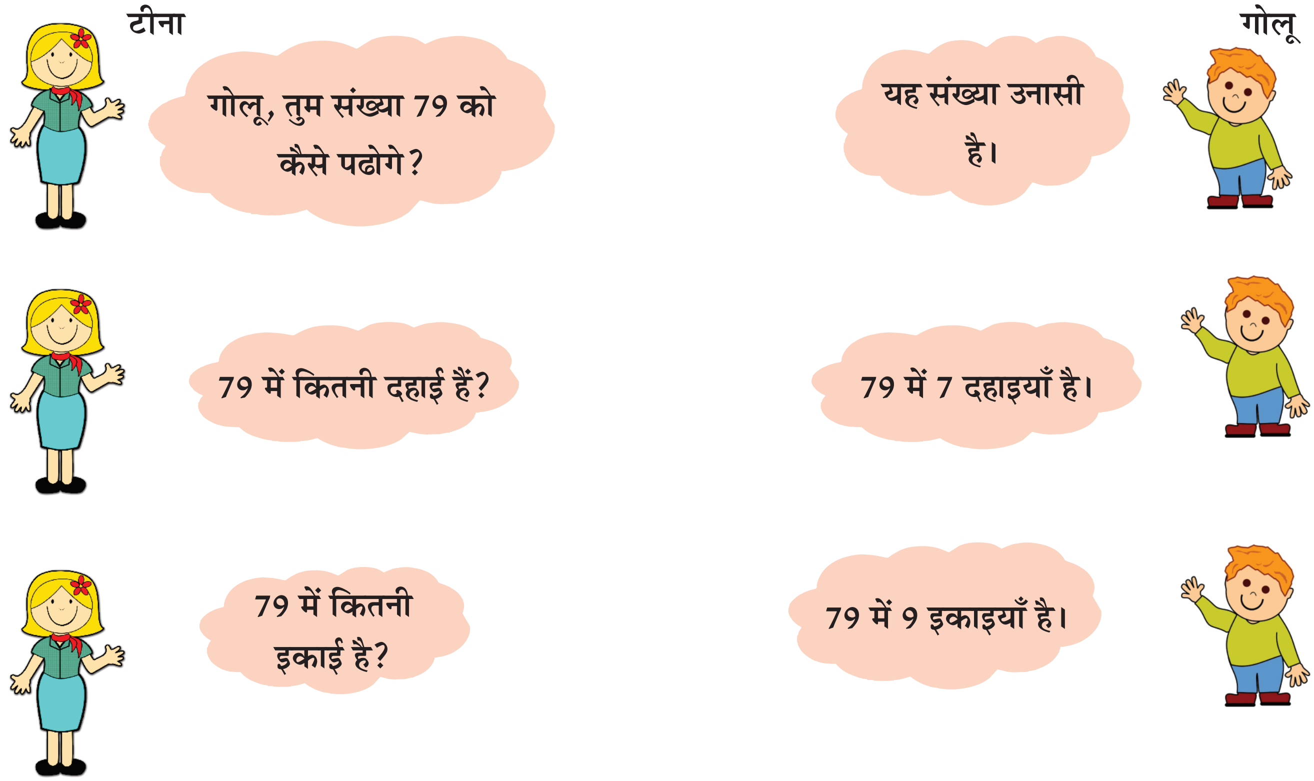
संख्या 76 में क्या अब भी '7' का अंकित मान 7 ही होगा और 6 का अंकित मान '6' ही होगा ?

साथियों व अध्यापक से चर्चा करें।

आइए अभ्यास करें।

1. 3̲84 → 3 का अंकित मान = 3
2. 423̲ → 3 का अंकित मान = ___
3. 5̲96 → 5 का अंकित मान = ___
4. 345̲ → 5 का अंकित मान = ___

हमने देखा कि संख्या के अंक के स्थान को बदलने पर भी अंकित मान समान रहता है।

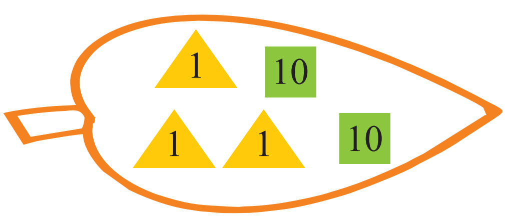


क्या गोलू ने टीना के प्रश्नों का सही जवाब दिया ?

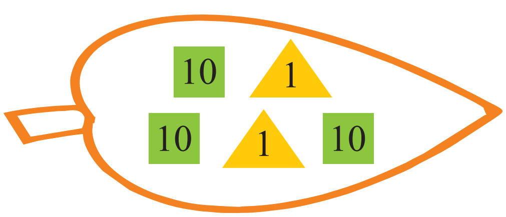
क्या संख्या 79 में केवल 9 इकाइयाँ है? अपने साथियों तथा अध्यापक के साथ चर्चा कीजिए।

सही संख्या से मिलान करो

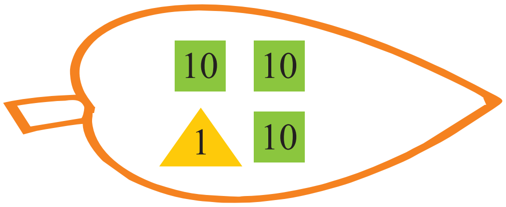
यदि एक त्रिभुज इकाई को दर्शाता है और एक वर्ग दहाई को दर्शाता है तो सही संख्या से मिलान करो।



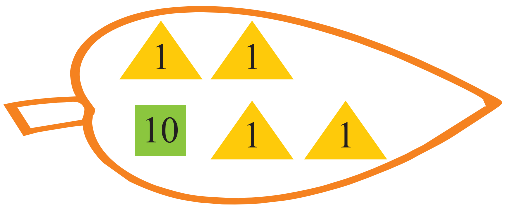
31



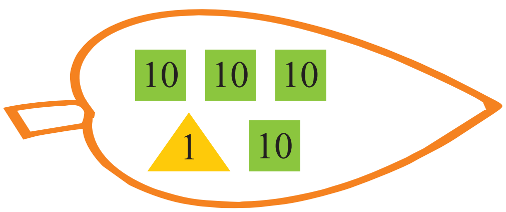
14



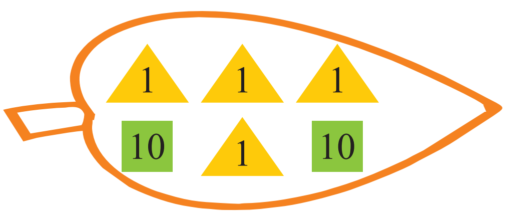
23



24



32



41

आइए संख्या के अंकों के स्थान के मान को और अधिक समझते हैं।

संख्या 79 में

अंक 7 का स्थानीय मान → 7 दहाई यानी 70 है।
और अंक 9 का स्थानीय मान → 9 इकाई यानी 9 है।

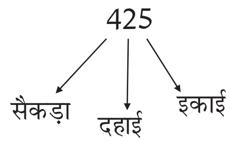
अब हम संख्या के अंकों के स्थान को बदलकर देखते हैं।
यानी संख्या 97 में
अंक 9 का स्थानीय मान → 9 दहाई यानी 90 है।
अंक 7 का स्थानीय मान → 7 इकाई यानी 7 है।

ऊपर हमने देखा कि, संख्या के अंकों के स्थान को बदलने पर, उनके मान में भी बदलाव आता है। संख्या 97, संख्या 79 से बड़ी है।

संख्या में प्रत्येक स्थान का अपना-अपना मान होता है। जिसे स्थानीय मान कहते हैं।

आइए इसे हम एक उदाहरण से समझते हैं।

आइए तीन अंकों की एक संख्या, 425 को देखते हैं।



4 का स्थानीय मान	= 4 सैकड़ा	4x100	= 400
2 का स्थानीय मान	= 2 दहाई	20x10	= 20
5 का स्थानीय मान	= 5 इकाई	5x1	= 5

इसी प्रकार चार अंको की एक संख्या 2222 को देखते हैं।

संख्या →	**2**	**2**	**2**	**2**
स्थानीय मान	**2** हज़ार	**2** सैंकड़ा	**2** दहाई	**2** इकाई
स्थानीय मान अंको में	**2x1000**	**2x100**	**2x10**	**2x1**
	2000 +	**200** +	**20** +	**2**

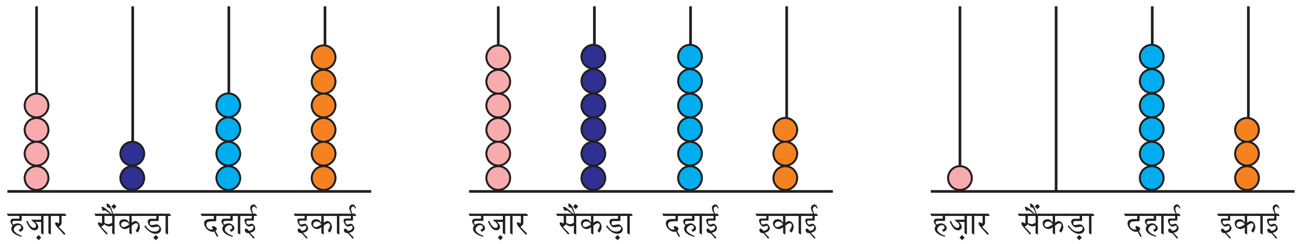
अब आप अभ्यास कीजिए

रेखांकित अंकों के स्थानीय मान लिखिए

(1)	435	5 का स्थानीय मान	= 5 इकाई	= 5x1	= 5
(2)	527	5 का स्थानीय मान	= 5 सैकड़ा	= 5x100	= 500
(3)	450	5 का स्थानीय मान	= ______	= ____	= ______
(4)	275	2 का स्थानीय मान	= ______	= ____	= ______
(5)	142	2 का स्थानीय मान	= ______	= ____	= ______
(6)	6147	6 का स्थानीय मान	= ______	= ____	= ______
(7)	4640	6 का स्थानीय मान	= ______	= ____	= ______
(8)	5601	0 का स्थानीय मान	= ______	= ____	= ______

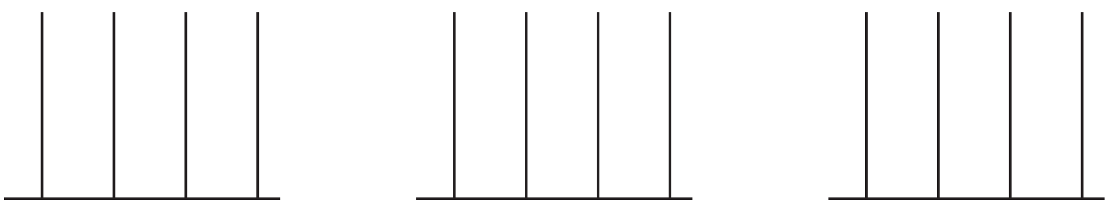
आइए, संख्याओं के स्थानीय व अंकित मान का अभ्यास करते हैं।

(1) नीचे दिए गए गिनतारे में दिए गए मनकों **(Beads)** को गिनकर बॉक्स में संख्या लिखिए।



(2) संख्या को मनके (Beads) के प्रयोग से गिनतारे (Abacus) पर दिखाएँ।

(a) 7324 (b) 1904 (c) 1930



रिक्त स्थान भरिए :-

(1)
1 दहाई = ______ इकाई
7 दहाई = ______ इकाई
10 दहाई= ______ इकाई

(2)
1 सैंकड़ा =______ इकाई
1 सैंकड़ा = ______ दहाई
3 सैकड़ा = ______ इकाई
3 सैकड़ा = ______ दहाई

10 इकाई = 1 दहाई
100 इकाई =1 सैंकड़ा
1000 इकाई =1 हज़ार

(3)
1 हज़ार = ______ इकाई
1 हज़ार = ______ दहाई
1 हज़ार = ______ सैंकड़ा

(4)
5 हज़ार =______ इकाई
5 हज़ार =______ दहाई
5 हज़ार =______ सैंकड़ा

रिक्त स्थान भरिए

(i) 972 = $9 \times 100 + 7 \times$ ______ $+ 2 \times$ ______

(ii) 4725 = ______ + 700 + ______ +5

(iii) 9326 = 9 हजार +3 ______ + 2 दहाई + 6 इकाई

(iv) 4000 + 200 + 3 = ________

(v) 2403 = ______ + 400 + ______ + 3

संख्याओं को विस्तारित रूप में लिखिए :-

(i) 432 = ______ + ______ + ______

(ii) 5432 = ______ + ______ + ______ + ______

(ii) 9401 = ______ + ______ + ______ + ______

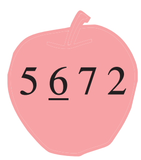
(iv) 2058 = ______ + ______ + ______ + ______

करो तो मानें

नीचे दी गई संख्या में किसी एक अंक को रेखांकित किया गया है।
उस रेखांकित अंक की जगह कोई भी दूसरा अंक लिखकर नई संख्या बनाएँ।

मूल संख्या **रेखांकित अंको को बदलकर प्राप्त नई संख्या**

$5\ \underline{8}\ 7\ 2$

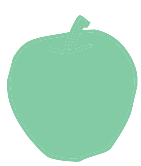


अब नई संख्या, मूल संख्या से 200 कम है।

$\underline{5}\ 8\ 7\ 2$

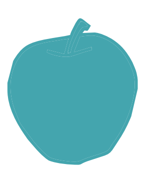
अब नई संख्या, मूल संख्या से ____________ है।

$5\ 8\ \underline{7}\ 2$



अब नई संख्या, मूल संख्या से ____________ है।

$5\ 8\ 7\ \underline{2}$



अब नई संख्या, मूल संख्या से ____________ है।

पैटर्न समझिए और उत्तर लिखिए

	सबसे छोटी संख्या	सबसे बड़ी संख्या	कुल संख्या
एक अंक की :-	1	9	9
दो अंकों की :-	10	99	90
तीन अंकों की :-	100	999	900
चार अंकों की :-	_____	_____	_____
पाँच अंकों की :-	_____	_____	_____
छः अंकों की :-	_____	_____	_____

प्रतिरूप को आगे बढ़ाइए

10 -1 = 9

100 -1 = 99

1000 -1 = ____

10000 -1 = _______

100000 - 1 = _________

1000000 -1 = _________

9+1 = 10

99+1 = 100

999+1 = ______

9999+1 = _______

99999+1 = _________

999999+1 = _________

रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए

एक अंकों की सबसे बड़ी संख्या + 1 = दो अंकों की सबसे छोटी संख्या

तीन अंकों की सबसे छोटी संख्या – 1 = दो अंकों की सबसे बड़ी संख्या

तीन अंकों की सबसे बड़ी संख्या + 1 = _______ अंकों की सबसे ___________ संख्या।

दो अंकों की सबसे छोटी संख्या – 1 = _______ अंकों की सबसे ___________ संख्या।

अंग्रेज़ी व हिन्दी के संख्यावाचक शब्द

1	One	एक	11	Eleven	ग्यारह	21	Twenty One	इक्कीस
2	Two	दो	12	Twelve	बारह	22	Twenty Two	बाईस
3	Three	तीन	13	Thirteen	तेरह	23	Twenty Three	तेईस
4	Four	चार	14	Fourteen	चौदह	24	Twenty Four	चौबीस
5	Five	पाँच	15	Fifteen	पंद्रह	25	Twenty Five	पच्चीस
6	Six	छह	16	Sixteen	सोलह	26	Twenty Six	छब्बीस
7	Seven	सात	17	Seventeen	सत्रह	27	Twenty Seven	सत्ताईस
8	Eight	आठ	18	Eighteen	अठारह	28	Twenty Eight	अट्ठाईस
9	Nine	नौ	19	Nineteen	उन्नीस	29	Twenty Nine	उनतीस
10	Ten	दस	20	Twenty	बीस	30	Thirty	तीस

31	Thirty One	इकतीस	41	Forty One	इकतालीस	51	Fifty One	इक्यावन
32	Thirty Two	बतीस	42	Forty Two	बयालीस	52	Fifty Two	बावन
33	Thirty Three	तैंतीस	43	Forty Three	तैंतालीस	53	Fifty Three	तिरपन
34	Thirty Four	चौंतीस	44	Forty Four	चवालीस	54	Fifty Four	चौवन
35	Thirty Five	पैंतीस	45	Forty Five	पैंतालीस	55	Fifty Five	पचपन
36	Thirty Six	छतीस	46	Forty Six	छियालीस	56	Fifty Six	छप्पन
37	Thirty Seven	सैंतीस	47	Forty Seven	सैंतालीस	57	Fifty Seven	सत्तावन
38	Thirty Eight	अड़तीस	48	Forty Eight	अड़तालीस	58	Fifty Eight	अट्ठावन
39	Thirty Nine	उनतालीस	49	Forty Nine	उनचास	59	Fifty Nine	उनसठ
40	Forty	चालीस	50	Fifty	पचास	60	Sixty	साठ

अंग्रेज़ी व हिन्दी के संख्यावाचक शब्द

61	Sixty One	इकसठ
62	Sixty Two	बासठ
63	Sixty Three	तिरसठ
64	Sixty Four	चौंसठ
65	Sixty Five	पैंसठ
66	Sixty Six	छियासठ
67	Sixty Seven	सड़सठ
68	Sixty Eight	अड़सठ
69	Sixty Nine	उनहत्तर
70	Seventy	सत्तर
71	Seventy One	इकहत्तर
72	Seventy Two	बहत्तर
73	Seventy Three	तिहत्तर
74	Seventy Four	चौहत्तर
75	Seventy Five	पचहत्तर
76	Seventy Six	छिहत्तर
77	Seventy Seven	सतहत्तर
78	Seventy Eight	अठहत्तर
79	Seventy Nine	उनासी
80	Eighty	अस्सी

81	Eighty One	इक्यासी
82	Eighty Two	बयासी
83	Eighty Three	तिरासी
84	Eighty Four	चौरासी
85	Eighty Five	पिचासी
86	Eighty Six	छियासी
87	Eighty Seven	सतासी
88	Eighty Eight	अठासी
89	Eighty Nine	नवासी
90	Ninety	नब्बे
91	Ninety One	इक्यानवे
92	Ninety Two	बानवे
93	Ninety Three	तिरानवे
94	Ninety Four	चौरानवे
95	Ninety Five	पिचानवे
96	Ninety Six	छियानवे
97	Ninety Seven	सतानवे
98	Ninety Eight	अठानवे
99	Ninety Nine	निन्यानवे
100	Hundred	सौ

भारतीय संख्यांकन सारणी

	करोड़		लाख		हज़ार				
अरब	दस करोड़	करोड़	दस लाख	लाख	दस हज़ार	हज़ार	सैंकड़ा	दहाई	इकाई
							1	4	5
						7	2	6	0
					9	1	0	3	2
				4	0	2	7	0	8
			8	2	4	0	0	1	9
		7	1	0	3	1	0	0	0
	2	0	5	0	0	0	4	2	0
3	0	0	0	6	0	4	0	0	4

संख्याओं को शब्दों में लिखिए

____

____

____

____

____

____

____

____

संख्याओं को शब्दों में लिखना

19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, के सही वाचन/बोलने का तरीका

न्यून – उन (मतलब एक कम)

19 उन्नीस (एक कम बीस)

29 उनतीस (एक कम तीस)

39 उनतालीस (एक कम चालीस)

49 उनचास (एक कम पचास)

59 उनसठ (एक कम साठ)

69 उनहत्तर (एक कम सत्तर)

79 उनासी (एक कम अस्सी)

89 नवासी (नौ और अस्सी)

हम इस प्रकार से भी संख्याओं को पढ़ना तथा शब्दों में लिखना सीखा सकते हैं।

संख्याओं को अंको में लिखिए

एक लाख पाँच सौ बीस	=	
दस हज़ार चार सौ इक्यासी	=	
तीन लाख दो हज़ार उनासी	=	
उनसठ हज़ार एक सौ पाँच	=	
आठ हज़ार उन्नीस	=	
सात लाख छः सौ उनहत्तर	=	

संख्याओं को शब्दों में लिखिए

4,012	=	
7,135	=	
14,204	=	
25,040	=	
1,47,149	=	
3,89,308	=	

आओ संख्याओं को जोड़ें

43	23	40
+ 24	+ 74	+ 60
______	______	______

48	149	869
+ 69	+ 215	+ 248
______	______	______

(मौखिक जोड़ें)

(1) 39 + 41 = ________ (2) 68 +32 = __________

(3) 148 + 652 = ________ (4) 237 + 43 = __________

प्रश्नों के उत्तर दीजिए

(1) राधा बाज़ार से 15 फूलों की एक माला लाई। उसका भाई राजू बाज़ार से 22 फूलों की एक माला लाया। बताओ दोनों की मालाओं को जोड़कर कुल कितने फूलों की माला बनेगी ?

उ०–

(2) अहमद ने सोमवार को 2 केले खाए, मंगलवार को 5 केले खाए तथा बुधवार को 3 केले खाए। तीन दिनों में उसने कुल कितने केले खाए ?

उ०–

(3) रवि के पिताजी ने 150 रु की दाल ली तथा 190 रु के चावल खरीदे। उन्होंने कुल कितने रुपये खर्च किए ?

उ०–

दी गई संख्या में क्या जोड़ने से '10' बन जाएगा।

5 +   = 10

7 +   = 10

2 +   = 10

4 +   = 10

ये संख्याएँ 10 का पूरक (Complement) कहलाएँगी।

दी गई संख्या में क्या जोड़ने से '100' बन जाएगा।

75 +   = 100

40 +   = 100

32 +   = 100

66 +   = 100

89 +   = 100

ये संख्याएँ 100 का पूरक (Complement) कहलाएँगी।

आओ संख्याओं को घटाएँ

43	87	93	62
- 22	- 43	- 48	- 39
____	____	____	____

428	843	639	745
- 110	- 628	- 484	- 168
____	____	____	____

(मौखिक घटाएँ)

(1) 83 - 46 = ________ (2) 53 - 36 = __________

(3) 71 - 49 = ________ (4) 32 - 19 = __________

प्रश्नों के उत्तर दीजिए

(1) एक आम की पेटी में 130 आम हैं। 17 आम खराब हो गए। बताइए पेटी में से कितने आम सही /ठीक निकलेंगे ?

उ०–

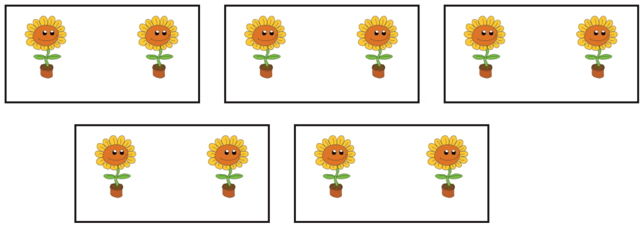
(2) रवि के पापा के बैंक अकांउट (खाते) में 4,500 रु. हैं। उसके पापा ने 2000 रु खाते से निकलवाए। खाते में शेष रकम कितनी होगी ?

उ०–

(3) पंकज ने दुकानदार से 350 रु का सामान लिया। उसने दुकानदार को 500 रु का एक नोट दिया। बताइए दुकानदार पंकज को कितने रुपए लौटाएगा ?

उ०–

(गुणन, एक ही संख्या के बार-बार जोड़ के रूप में)
Multiplication as Repeated Addition



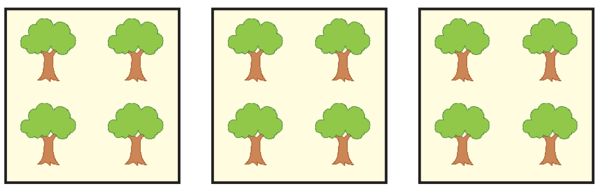
यहाँ 2 फूलों के 5 समूह हैं।

कुल फूल = 2 + 2 + 2 +2 +2 = 10

समूह ↓   समूह में फूलों की संख्या ↓

5	x	2	=	10

पाँच बार दो = 2 का 5 गुना



यहाँ 4 पेड़ों के 3 समूह हैं।

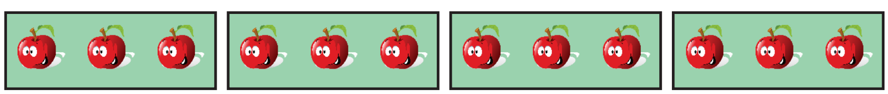
कुल पेड़ = 4 + 4 + 4 = 12

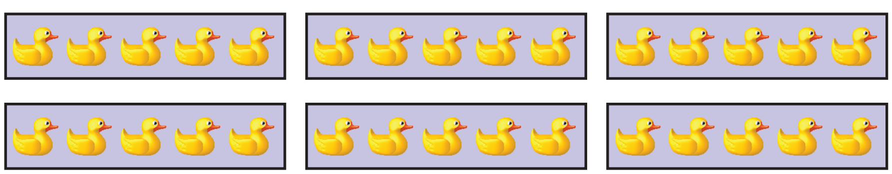
समूह ↓   समूह में पेड़ों की संख्या ↓

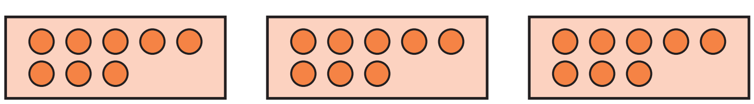
3	x	4	=	12

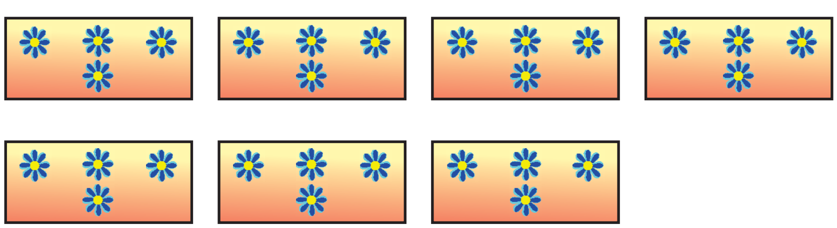
तीन बार चार = 4 का 3 गुना

(1) **गुणन का प्रयोग कर वस्तुओं की संख्याओं को जोड़िए**

(a)  = 4 x 3 = 12

(b)  = _____ x ______ = _____

(c)  = _____ x ______ = _____

(d)  = _____ x ______ = _____

(2) गुणन का प्रयोग करके जोड़िए।

(a)	4 + 4 + 4 + 4 +4 + 4	=	6 × 4	=	24
(b)	5 + 5 + 5 + 5	=	__ × __	=	____
(c)	3 + 3+ 3+ 3 + 3 + 3 + 3 +3	=	__ × __	=	____
(d)	10 + 10 +10 + 10 + 10 +10	=	__ × __	=	____
(e)	7 + 7 +7 + 7+ 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7	=	__ × __	=	____

(3) 0 से गुणन

4 x 0 = 0 '0' को चार बार जोड़िये : 0+0+0+0+0 = 0

0 x 4 =0 '4' को 0 बार जोड़िये = 0

'0' से किसी संख्या को गुणा करने पर गुणनफल '0' प्राप्त होगा।

गुणा कीजिए

1) 7 x 0 = ______ 2) 0 x 7 = ________

3) 35 x 0 = _______ 4) 0 x 35 = ________

(4) प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

(a)	5 गायों के कुल कितने पैर होंगे?	उ0 **5**	x	**4**	=	**20**
(b)	6 साइकिल के कुल कितने टायर होंगे?	उ0 ______	x	________	=	__________
(c)	एक पंखे में अगर तीन पंखुड़ियाँ हैं तो 5 पंखों में कितनी पंखुड़ियाँ होंगी?	उ0 ______	x	________	=	__________
d)	अंगूर के एक गुच्छे में 15 अंगूर हैं तो अंगूर के ऐसे ही 3 गुच्छों में कितने अंगूर होंगे?	उ0 ______	x	________	=	__________

गुणन विधि

आइए हम 475 x 35 को हल करना समझते हैं।

(1)

$$\begin{array}{r} {}^{2\,1} \\ 4\,7\,5 \\ \times\;\;3 \\ \hline 1425 \end{array}$$

		T	H	T	O
3 x 5 इकाई = 15 इकाई	=	___	___	1	5
3 x 7 दहाई = 210 इकाई	=	___	2	1	0
3 x 4 सैंकड़ा = 1200 इकाई	=	1	2	0	0
		1	4	2	5

(2)

$$\begin{array}{r} {}^{2\,1} \\ {}^{3\,2} \\ 4\,7\,5 \\ \times\,3\,5 \\ \hline 2375 \\ 14250 \\ \hline 16625 \end{array}$$

→ यहाँ ध्यान रखने वाली बात है कि कुछ लोग इकाई अंक के नीचे 0 की जगह ही × का निशान लगाते हैं।

यहाँ हमको यह समझने की ज़रूरत है कि हम 475 को पहले 5 इकाई से तथा फिर 3 दहाई से गुणा करके जोड़ देते हैं।

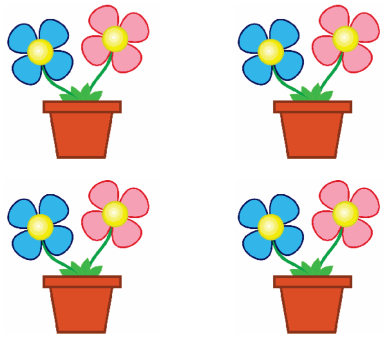
$$\begin{array}{rr} 475 \times 5 = & 2\,3\,7\,5 \\ 475 \times 30 = & 1\,4\,2\,5\,0 \\ \hline & 1\,6\,6\,2\,5 \end{array}$$

अब हम भी गुणा करने का प्रयास करते हैं।

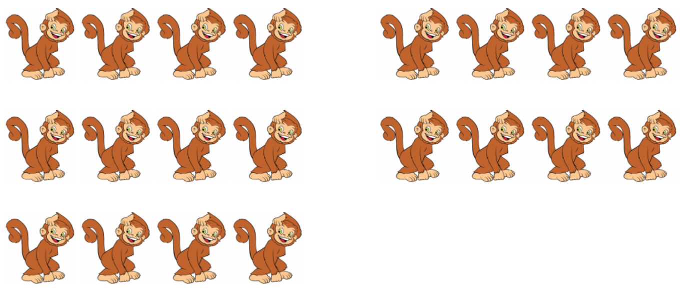
$$\begin{array}{r} 3\,2\,5 \\ \times\;\;4 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4\,2\,3 \\ \times\;\;5\,2 \\ \hline \end{array}$$

भाग (Division)

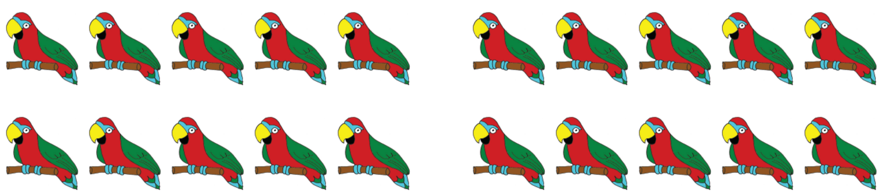
दिए गए उदाहरण को समझकर, रिक्त स्थान भरिए।

(1) 

यहाँ पर <u>8</u> फूल हैं।
वे <u>4</u> गुच्छों में बँटे हैं।
हर गुच्छे में <u>2</u> फूल हैं।

(2) 

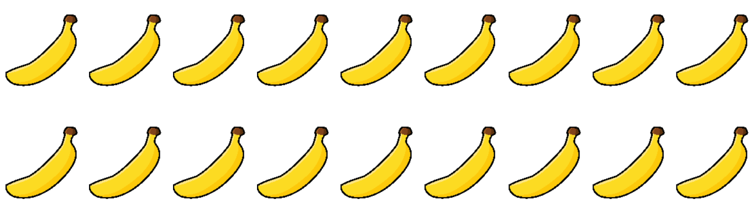
यहाँ पर ____बंदर हैं।
वे ____समूहों में बँटे हैं।
हर समूह में ____बंदर हैं।

(3) 

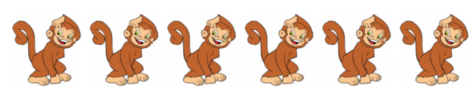
यहाँ पर ____तोते हैं।
वे ____समूहों में बँटे हैं।
हर समूह में ____तोते हैं।

नीचे दिए गए उदाहरण को समझने का प्रयास कीजिए।

यहाँ पर 18 केले हैं।



यहाँ पर 6 बंदर हैं।



18 केलों को 6 बंदरों में बराबर-बराबर बाँटना है।
हर बंदर को कितने केले मिलेंगे?

चीजों को बराबर-बराबर बाँटने के इस कार्य में भाग का प्रयोग भी किया जा सकता है।

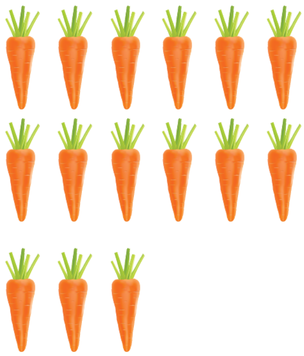
भाग का चिन्ह
÷

हर बंदर को केले मिलेंगे $= 18 \div 6$
$= 3$

चलिए अब आप प्रयास कीजिए

(1) 15 गाजरों को 3 खरगोशों में बराबर–बराबर बाँटना है। = _____ ÷ _____

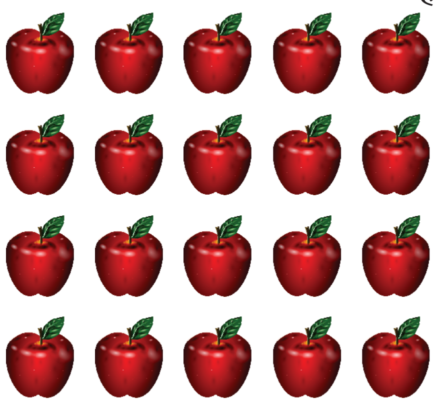
हर खरगोश को गाजर मिलेंगे = _____



_____ ÷ _____ = _____

(2) 20 सेबों को 5 बच्चों में बराबर–बराबर बाँटना है। = _____ ÷ _____

हर बच्चे को सेब मिलेंगे = _____



_____ ÷ _____ = _____

आइए कुछ काम करें

(1) सोनू के पास 30 लड्डू हैं।

30 लड्डूओं को वह 5 डिब्बों में बराबर–बराबर रखता है। _____ ÷ _____

हर डिब्बे में कितने लड्डू होंगे ? _____

(2) हमारे पास 42 पौधे हैं।

42 पौधों को 6 क्यारियों में बराबर–बराबर लगाना है। _____ ÷ _____

हर क्यारी में कितने पौधे लगेंगे ? _____

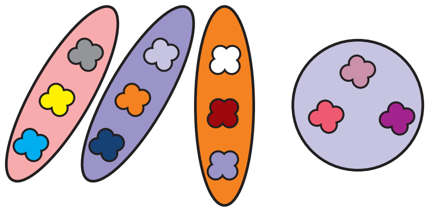
(3) स्वीटी के पास 24 मीटर लंबी रस्सी है।

24 मीटर लंबी रस्सी को 4 बराबर भागों में बाँटना है। _____ ÷ _____

रस्सी का हर भाग कितने मीटर लंबा होगा ? _____

भाग, समूह के रूप में (Division as Making Group)

यहाँ 12 फूल हैं। इन्हें 3–3 के समूह में बाँटा गया है।



प्र०– कितने समूह बने ?

उ०– 4

प्र०– 12 में कितने 3 हैं?

उ०– 4

समूह में बाँटिए

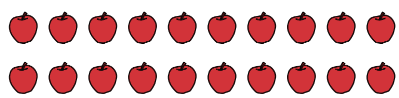
पेंसिल से गोला लगाकर समूह बनाइए और प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(a) 15 गाजरों को
5–5 के समूह में बाँटिए।

प्र०– कितने समूह बने? उ०______

प्र०– 15 में कितने 5 हैं? उ०______

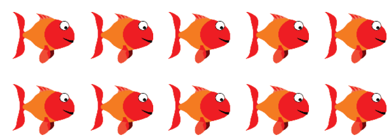
(b) 20 सेबों को
4–4 के समूह में बाँटिए।



प्र०– कितने समूह बने? उ०______

प्र०– 20 में कितने 4 हैं? उ०______

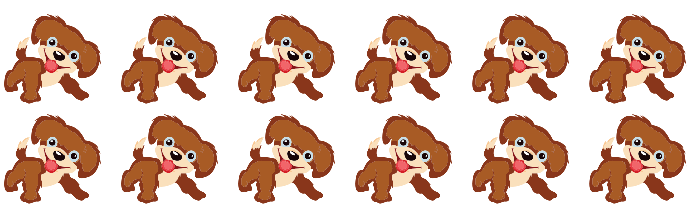
(c) 10 मछलियों को
2–2 के समूह में बाँटिए।



प्र०– कितने समूह बने? उ०______

प्र०– 10 में कितने 2 हैं? उ०______

(d)

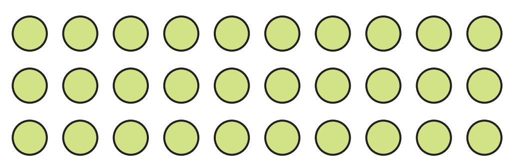


12 कुत्तों को 4–4 के समूह में बाँटिए।

प्र०– कितने समूह बने ? उ० ______

प्र०– 12 में कितने 4 है? उ० ______

(e)



30 वृत्तों को 6–6 के समूह में बाँटिए।

प्र०– कितने समूह बने ? उ० ______

प्र०– 30 में कितने 6 हैं? उ० ______

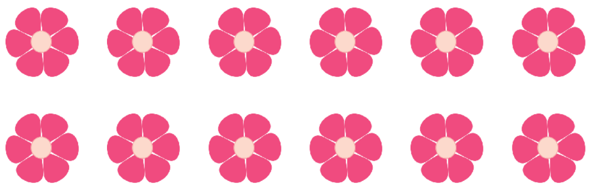
दिए गए उदाहरण को समझकर, रिक्त स्थान भरिए

उदाहरण:

रहीमा के पास 12 फूल हैं।

उसे 3 फूलों का एक गुच्छा बनाना है।

12 फूलों में 3 फूलों के कितने गुच्छे बनेंगे?



3 फूल +3 फूल + 3 फूल + 3 फूल = 12 फूल

$4 \times 3 = 12$

गुच्छे बनेंगे = 4

इसे हम भाग का प्रयोग कर इस प्रकार हल कर सकते हैं।

12 फूलों में 3 फूलों के गुच्छे बनेंगे = $12 \div 3 = 4$

अब आप प्रयास कीजिए।

1) अजय के पास 20 मछलियाँ हैं।

वह प्रत्येक मछली घर में, 5 मछलियाँ डालता है।

उसे कितने मछली घर चाहिए होंगे?

____+____+____+____ = 20

____ × ____ = 20

मछली घर चाहिए = ____ ____ ÷ ____ = ____

2) एक फल बेचने वाले के पास 75 सेब हैं।

वह अपनी प्रत्येक पेटी में 15 सेब रखता है।

उसे कितनी पेटियों की ज़रूरत पड़ेगी?

____+____+____+____+____ = ____

____ × ____ = ____

पेटियाँ चाहिए = ____ ______ ÷ ______ = ______

हमने देखा कि गुणन के प्रयोग से हम आसानी से भाग के सवालों को हल कर लेते हैं।

3) हमारे पास 60 केले हैं।

एक दर्जन में 12 केले आते हैं।

हमारे पास कितने दर्जन केले हैं ?

12 × ___ = 60	या	______ ÷ ______ = ______

4) एक हलवाई के पास 120 लड्डू हैं।

एक किलोग्राम (Kg) लड्डू में 20 लड्डू आते हैं।

हलवाई के पास कितने Kg लड्डू हैं ?

20 × ___ = 120		______ ÷ ______ = ______

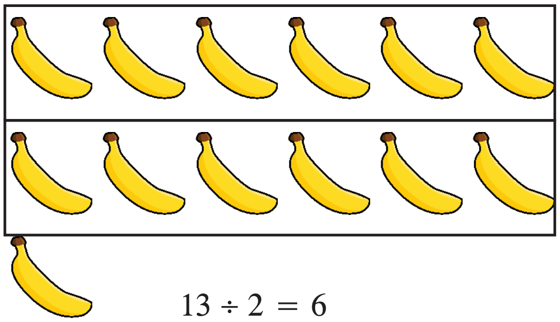
आइए, अब आप स्वयं प्रयास कीजिए

1)	15 ÷ 3 = 5	3+3+3+3+3 = 15	5 x 3 = 15
2)	8 ÷ 2 = 4	____________	____ x ____ = _____
3)	16 ÷ 4 = 4	____________	____ x ____ = _____
4)	21 ÷ 7 = 3	____________	____ x ____ = _____
5)	30 ÷ 5 = 6	____________	____ x ____ = _____

खाली स्थान भरिए

1)	15 ÷ __ = 5	⇔	5 × 3 = 15
2)	20 ÷ 4 = ____	⇔	5 × 4 = 20
3)	40 ÷ 8 = 5	⇔	__ × __ = 40
4)	32 ÷ 4 = ____	⇔	8 × 4 = 32
5)	18 ÷ __ = 3	⇔	3 × __ = 18
6)	24 ÷ __ = 6	⇔	6 × __ = 24
7)	___ ÷ 8 = 6	⇔	__ × __ = ___
8)	___ ÷ 9 = 3	⇔	__ × __ = ___

जब पूर्ण भाग न हो (When Division is Not Exact)



$13 \div 2 = 6$

भागफल = 6

शेषफल = 1

13 केलों को 2 बच्चों में बराबर बाँटिए।

प्र०– दोनों को कितने पूरे–पूरे केले मिलेंगे ?

उ०– 6

प्र०– बराबर बाँटने के बाद कितने केले शेष रह गए ?

उ०– 1

आकृतियों को पेंसिल से गोला लगाकर समूह में बाँटिए तथा रिक्त स्थान भरिए।

(a) 3–3 के समूह में बाँटिए।

○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○

$20 \div 3$

भागफल = ___

शेषफल = ___

(b) 4–4 के समूह में बाँटिए।

○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○
○

$21 \div 4$

भागफल = ___

शेषफल = ___

(c) 5–5 के समूह में बाँटिए।

○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○○
○○○○○○○○○

__ ÷ __

भागफल = ___

शेषफल = ___

भाग कीजिए

(a) $18 \div 9$

भागफल = ___

शेषफल = 0

18, 9 से पूरा भाग जाएगा।

(b) $24 \div 4$

भागफल = ___

शेषफल = 0

24, 4 से पूरा भाग जाएगा।

(c) $15 \div 4$

भागफल = ___

शेषफल = 3

15, 4 से पूरा भाग नहीं जाएगा।

प्र०– रिक्त स्थान भरिए :-

a) $15 \div 5$

भागफल = _________

शेषफल = _________

b) $17 \div 6$

भागफल = _________

शेषफल = _________

c) $27 \div 3$

भागफल = _________

शेषफल = _________

d) $19 \div 4$

भागफल = _________

शेषफल = _________

प्र०– बारह ऐसी संख्याएँ लिखिए जो 6 से भाग जाएँगी ?

उ०–

प्र०– बारह ऐसी संख्याएँ लिखिए जो 6 से भाग नहीं जाएँगी ?

उ०–

भाग कीजिए

(a)	18 ÷ 3 =	________	(e)	16 ÷ 2 =	________
(b)	24 ÷ 2 =	________	(f)	36 ÷ 9 =	________
(c)	21 ÷ 7 =	________	(g)	45 ÷ 6 =	________
(d)	25 ÷ 5 =	________	(h)	100 ÷ 10 =	________

दिए गए बॉक्स में से उचित संक्रिया (× या ÷) का प्रयोग कर, प्रश्नों को हल कीजिए।

प्र॰–1 रवि 7 दिनों में रोज 3 घंटे पढ़ता है। वह इन 7 दिनों में कुल कितने घंटे पढ़ा ?

उ॰– _____ ☐ _____ = ________

प्र॰–2 एक केला 4 रु का है तो 5 केले कितने रु के होंगे ?

उ॰– _____ ☐ _____ = ________

प्र॰–3 कक्षा में 20 विद्यार्थी हैं। आप 5 विद्यार्थी को एक वैन में बिठाते हैं। हमें कितने वैनों की आवश्यकता होगी ?

उ॰– _____ ☐ _____ = ________

प्र॰–4 हमारे पास 100 चॉक हैं। एक डिब्बे में 10 चॉक आते हैं। बताइए हमें चॉक रखने के लिए कितने डिब्बों की आवश्यक्ता होगी ?

उ॰– _____ ☐ _____ = ________

भाग, एक ही संख्या को बार-बार घटाने के रूप में (Division or repeated subtraction) इस प्रकार हमने 4 को 20 में से 5 बार घटाया

उदाहरण (1) 20 ÷ 4 = _____ 5

20 – 4 =	16
16 – 4 =	12
12 – 4 =	8
8 – 4 =	4
4 – 4 =	0

उदारहण के अनुसार, अब आप प्रयास कीजिए

(2) 75 ÷ 25 = _____

(3) 80 ÷ 20 = _____

(4) 75 ÷ 15 = _____

अपनी अध्यापिका की मदद से हम निम्नलिखित तरीके से भाग सीख सकते हैं। जैसे:–

पहले चरण में हम बिना शेषफल वाले सवाल

(1)

```
      H T O
      0 7 2
  4 ) 2 8 8 (
     -0 ↓
      2 8 ──→ 28 दहाई
     -2 8 ↓
        0 8 ──→ 8 इकाई
         - 8
           0
```

2 सैंकड़ा

उत्तर की जाँच 72×4

$= 288$

- 200 को 4 से भाग करने पर उत्तर 100 से कम आएगा, इसलिए सैंकड़े पर 0 आएगा या इसको हम खाली भी छोड़ सकते हैं।
- अब हम 2 सैंकड़े को 8 दहाई में मिलाने पर हमारे पास कुल 28 दहाई हो जाएँगी। $28 \div 4 = 7$ दहाई।
- अब हम 8 इकाई को 4 से भाग करेंगे। $8 \div 4 = 2$ इकाई
- हमारा भागफल होगा (72)

(2) दूसरे चरण में हम इकाई शेषफल होने के सवाल करेंगे।

```
   O T H
   0 4 2
3) 1 2 7 (
       6
       1
```

उत्तर की जाँच $= 3 \times 42 + 1$

$= 126 + 1 = 127$

- 100 को 3 से भाग करने पर उत्तर 100 से कम आएगा इसलिए हम सैंकड़े पर 0 आएगा।
- 12 दहाई को 3 से भाग करेंगे $12 \div 3 = 4$ दहाई
- 7 इकाई को 3 से भाग करने पर $7 \div 3 = 2$,6 इकाइयाँ

शेषफल = 1

```
   O T H 0
   0 4 0 2
4) 1 6 0 9 (
         8
         1
```

उत्तर की जाँच $= 4 \times 402 + 1 = 1609$

(3) तीसरे चरण में हम दहाई पर शेषफल होने के सवाल करेंगे।

```
       2 9
  2 )  5 8 (
       4
       18 ──→ 18 इकाई
       18
```

1 दहाई शेष

- 5 दहाई को 2 से भाग

$5 \div 2 = 2$ शेषफल = 1
- 18 इकाई को 2 से भाग

$18 \div 2 = 9$

अब हम भी नीचे दिए गए प्रश्न को हल करते हैं

```
   O T H               O T H
4) 5 6 7 (          3) 8 7 6 (
```

व्यावहारिक प्रयोग में संख्याएँ

1. एक राज्य में महिला शिक्षकों की संख्या 60,250 तथा पुरुष शिक्षकों की संख्या 25,874 है!
उस राज्य में कुल कितने शिक्षक हैं ?

हल:– महिला शिक्षकों की संख्या – ______

पुरुष शिक्षकों की संख्या – ______

कुल शिक्षक – ______

2. यदि दो संख्याओं का जोड 84,725 है। यदि उनमें से एक संख्या 38,983 है तो दूसरी संख्या क्या होगी ?

हल:– दो संख्याओं का जोड़ – ______

एक संख्या – ______

दूसरी संख्या – ______

3. अतुल एक दिन में 6 घंटे पढ़ता है। तो वह अप्रैल के महीने में कुल कितने घंटे पढ़ेगा ?

हल:– अप्रैल में दिनों की संख्या – ______ दिन

अतुल 1 दिन में पढ़ता है – ______ घंटे

अतुल 30 दिन में पढ़ता है – ______ × ______

कुल ______ घंटे

प्रश्नों को हल कीजिए

(1) एक फ़ैक्ट्री पहले दिन 23,469 बल्ब बनाती है। दूसरे दिन 40,240 बल्ब व तीसरे दिन 20,176 बल्ब बनाती है। तीन दिनों में कुल कितने बल्ब बने हैं ?

हल:–

(2) एक चुनाव में सफल प्रत्याशी ने 5,77,500 मत प्राप्त किए। जबकि उसके निकटतम प्रतिद्वंदी ने 2,16,490 मत प्राप्त किए। सफल प्रत्याशी चुनाव कितने मतों से जीता ?

हल:–

(3) एक कमीज़ की कीमत 356 रु है, तो ऐसी 15 कमीज़ों की कीमत बताइए।

हल:–

(4) एक दर्जन केलों का मूल्य 96 रु है , तो चार केलों का मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल:–

संख्याओं की तुलना

संख्या समूह में से छाँटकर, प्रश्नों के उत्तर दिये गये स्थान में लिखिए।

(1) 231, 423, 3346, 1012, 1611

सबसे छोटी संख्या लिखिए

सबसे बड़ी संख्या लिखिए

(2) सबसे छोटी व बड़ी संख्या की पहचान कीजिए तथा तालिका में लिखिए।

(a) 1087, 2310, 987, 3521

(b) 3427, 7309, 987, 3524

सबसे बड़ी संख्या	सबसे छोटी संख्या

संख्याओं की तुलना के लिए हम चिन्ह (>) का प्रयोग करते हैं

जिस संख्या की तरफ चिन्ह (>)का मुँह खुला होगा, वह संख्या बड़ी होगी। जैसे:- 5 > 2 10 <15

(3) चिन्ह (>, < तथा =) का प्रयोग करते हुए संख्याओं की तुलना कीजिए।

(a) 4739 ________ 3749

(b) 173 ________ 1073

(c) 512 ________ 512

(d) 193 ________ 1930

(e) 9999 ________ 999

(f) 1000 ________ 999

(4) प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(क) राम के पास 55 कंचे हैं तथा रहीम के पास 75 कंचे हैं। किसके पास अधिक कंचे हैं?

उ०–

(ख) सरला के गणित में 75 अंक हैं तथा रेहाना के गणित में 57 अंक हैं। किस छात्रा के अंक कम हैं?

उ०–

(ग) रमेश के पास चार हज़ार पाँच सौ रुपये हैं तथा सुरेश के पास चार हज़ार पाँच रुपये हैं। किसके पास अधिक रकम है?

उ०–

(5) वृत्त में सही संख्या भरिए-

(i) ◯ > 45 > ◯

(ii) ◯ < 120 < ◯

आरोही - अवरोही क्रम

स्कूल में सभी विद्यार्थी प्रार्थना स्थल पर एकत्रित हुए। सभी कक्षा अध्यापक अपनी-अपनी कक्षा के विद्यार्थियों को किस क्रम में खड़े होने के लिए कहते हैं? सोचिए।

आरोही क्रम (Ascending Order)
(बढ़ता क्रम)

आरोही या बढ़ते क्रम का अर्थ है सबसे छोटे से प्रारंभ कर _____ तक व्यवस्थित करना।

अवरोही क्रम (Dscending Order)
(घटता क्रम)

अवरोही या घटता क्रम का अर्थ है सबसे बड़े से प्रारंभ कर _____ तक व्यवस्थित करना।

प्र०– संख्याओं को बढ़ते (आरोही) क्रम में लिखिए।

(i) 6253, 5302, 4164, 1432 उ०– ____ ____ ____ ____

(ii) 421, 2712, 533, 148 उ०– ____ ____ ____ ____

प्र०– संख्याओं को घटते (अवरोही) क्रम में लिखिए।

(i) 101, 1001, 1010, 1110 उ०– ____ ____ ____ ____

(ii) 928, 982, 829, 298 उ०– ____ ____ ____ ____

प्र०– 1, 2, 6, 7, 9 अंको का प्रयोग करते हुए, प्रश्नों के उत्तर दीजिए:-

(i) दो अंकों की कोई भी चार अलग-अलग संख्याएँ लिखिए ☐ ☐ ☐ ☐

(ii) इन संख्याओं को बढ़ते क्रम में लिखिए ____ ____ ____ ____

(iii) इन संख्याओं को घटते क्रम में लिखिए ____ ____ ____ ____

प्र०– 0, 3, 4, 8, 5 अंकों का प्रयोग करते हुए प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

तीन अंक की कोई भी चार अलग-अलग संख्याएँ लिखिए ☐ ☐ ☐ ☐

इन संख्याओं को बढ़ते क्रम में लिखिए। ____ ____ ____ ____

इन संख्याओं के घटते क्रम में लिखिए। ____ ____ ____ ____

दैनिक जीवन में वस्तुओं के घटते तथा बढ़ते क्रम का प्रयोग किन-किन परिस्थितियों में होता है?

अपने साथियों के साथ चर्चा करें।

अनुमान और गणित

सलमान अपने अब्बा के साथ मस्जिद में नमाज पढ़ने जाता है। वहाँ पर वह एक साथ बहुत सारे लोगों को देखता है। वह अपने अब्बू से पूछता है कि आज यहाँ पर कितने लोग नमाज पढ़ने आए हैं? तो उसके अब्बू कहते हैं कि लगभग दो सौ लोग आज यहाँ पर आए हैं। सलमान फिर पूछता है कि आपको कैसे पता चला कि यहाँ पर दो सौ लोग हैं? तो उसके अब्बू बताते हैं कि यह मैंने अनुमान लगाया है। वह फिर पूछता है कि आपने यह अनुमान कैसे लगाया? तब वह बताते हैं कि हम अपनी ज़िंदगी में बहुत सारे काम अनुमान से ही करते हैं। जैसे जब तुम्हारी अम्मी खाना बनाती है तो वे अनुमान लगाकर ही सब्जी में मसाले डालती है, चाय में अंदाज़ा लगाकर ही चीनी डालती है। तुम जब क्रिकेट खेलने जाते हो तो तुम्हारा दोस्त गेंद को फेंकता है, तब तुम उसकी दूरी का अंदाजा लगाकर ही गेंद को लपकते हो। कहने का मतलब है कि यह अंदाजा या अनुमान लगाने का हमारे दैनिक जीवन में खास महत्व है और हर दिन के अनुभव के साथ यह पक्का होता चला जाता है और इससे गलतियाँ करने की संभावना कम हो जाती है।

आकलन (Estimation)

प्र०– अपने किसी भी एक साथी विद्यार्थी की उम्र का अनुमान लगाकर लिखिए।

उ०–

प्र०– अपने किसी भी एक साथी विद्यार्थी के वज़न (KG में) का अनुमान लगाकर लिखिए।

उ०–

प्र०– अपने किसी भी एक साथी विद्यार्थी की ऊँचाई (cm में/feet में) का अनुमान लगाकर लिखिए।

उ०–

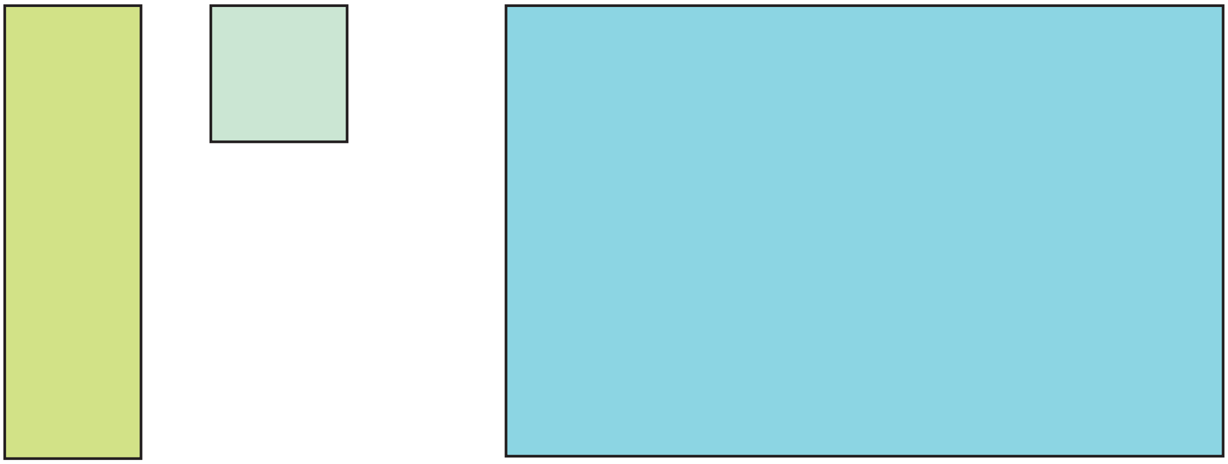
प्र०– स्कूल से आपके घर की दूरी (m/km में) का अनुमान लगाकर लिखिए।

प्रत्येक प्रश्न में जो आपने उत्तर दिए हैं उसे अपने साथी से चर्चा करके पता लगाइए कि वे सही के कितने नज़दीक हैं।

इस प्रकार अनुमान/अंदाज़ के आधार पर (निकटतम/लगभग) मान बताने का तरीका, आकलन (Estimation) कहलाता है।

अपने जीवन से कुछ उदाहरणों पर कक्षा में चर्चा कीजिए जहाँ आप अनुमान के आधार पर कार्य करते हैं।

आकृति 1 **आकृति 2** **आकृति 3**



प्र०– अनुमान लगाकर बताइए कि आकृति 3 में, कितनी आकृति 1 आ सकती हैं ?

उ०–

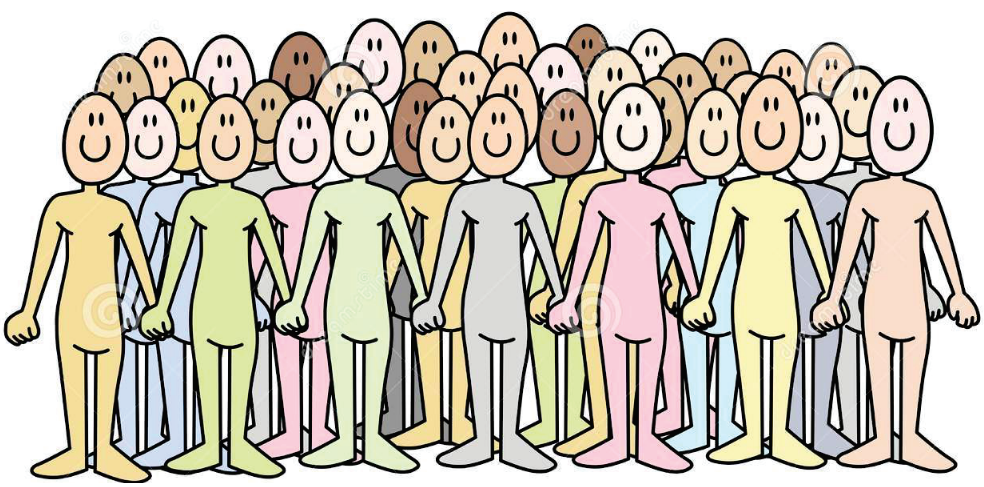
प्र०– अनुमान लगाकर बताइए कि आकृति 1 में, कितनी आकृति 2 आ सकती हैं ?

उ०–

प्र०– अनुमान लगाकर बताइए कि आकृति 3 को पूरा–पूरा ढकने के लिए, कितनी आकृति 2 की ज़रूरत होगी ?

उ०–

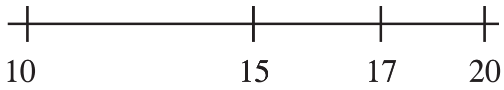
नीचे दिए गए चित्र को देखकर अनुमान लगाए कि कुल कितने लोग हैं। अब उन लोगों को गिनने का प्रयास करें।



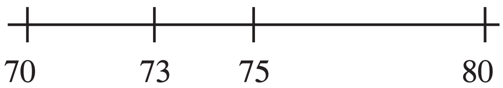
आपके अनुमानित उत्तर तथा गिनने के बाद के उत्तर में क्या कोई अंतर था ?

संख्याओं के सान्निकट मान वृत्त मे उत्तर लिखिए

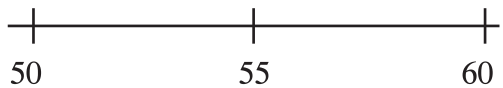
उत्तर



संख्या 17 किस दहाई अंक के समीप है?



संख्या 73 किस दहाई अंक के समीप है?



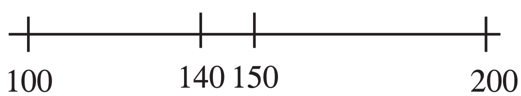
संख्या 55 किस दहाई अंक के समीप है?

संख्या 55, 50 और 60 के ठीक बीच में (बराबर) दूरी पर है ऐसी स्थिति में 55 को सबसे करीबी अगले दहाई अंक के निकटतम (सन्निकट) माना जाएगा।

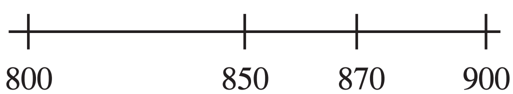
दो क्रमबद्ध (जैसे 20-30 , 40- 50) दहाई संख्याओं के बीच की कोई भी एक संख्या जिस दहाई संख्या के ज्यादा निकट (समीप) होगी, वह निकटतम दहाई संख्या ही उस बीच की संख्या का सन्निकट दहाई मान होगा।

वृत्त मे उत्तर लिखिए

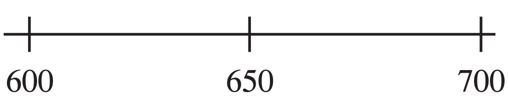
उत्तर

1) 

संख्या 140 का सन्निकटन द्वारा निकटतम सैंकड़ा लिखिए।

2) 

संख्या 870 का सन्निकटन द्वारा निकटतम सैंकड़ा लिखिए।

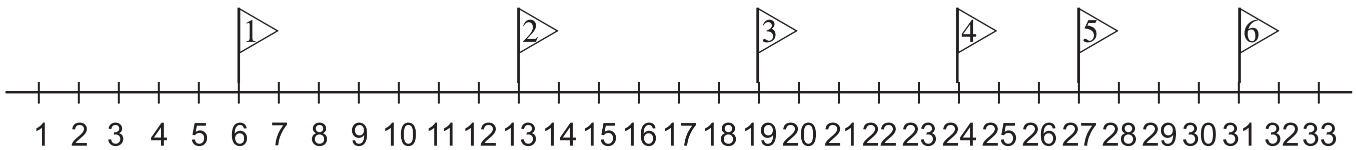
3) 

संख्या 650 का सन्न्किटन द्वरा निकटतम सैंकड़ा लिखिए।

संख्या 650, 600 और 700 संख्या के ठीक बीच में (बराबर दूरी पर) है। सामान्यतः ऐसी स्थिति में हम 650 को सबसे करीबी अगले सैंकड़ा अंक के निकट (सन्निकट) माना जाएगा।

दो क्रमागत (जैसे 400-500, 600-700) सैकड़ा संख्याओं के बीच की कोई भी संख्या, जिस सैंकड़ा संख्या के ज्यादा निकट (समीप) होगी, वह सैंकड़ा संख्या ही उस बीच की संख्या का सन्निकट (निकटतम) सैंकड़ा मान होगा।

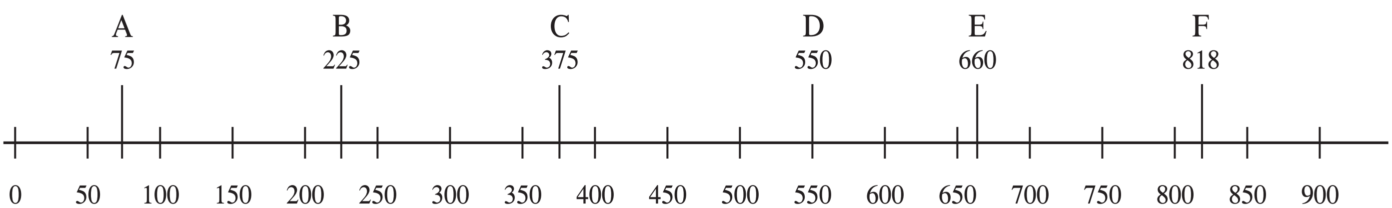
निकटतम दहाई द्वारा आकलन



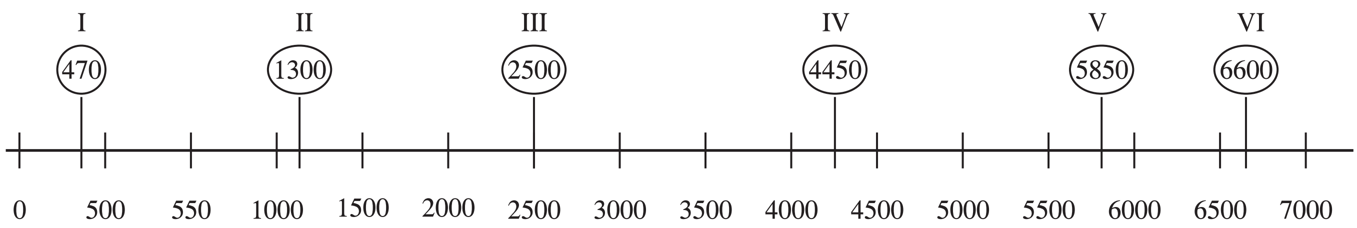
ध्वज (Flag) के निकटतम दहाई संख्या को तालिका में लिखिए

ध्वज	निकटतम दहाई संख्या
1	
2	
3	
4	
5	
6	

निकटतम सैंकड़ा द्वारा आकलन



खंभा	निकटतम सैंकड़ा संख्या
A	
B	
C	
D	
E	
F	



गुब्बारा	निकटतम हज़ार संख्या
I	
II	
III	
IV	
V	
VI	

सान्या ने निम्नलिखित मदों पर खर्चा किया। उसके द्वारा भुगतान की गई राशि को निकटतम मान में लिखें।

मद (Item)	**राशि**	**निकटतम दहाई**	**निकटतम सैकड़ा**	**निकटतम हजार**
बिजली का बिल	2139	40	100	2000
पानी का बिल	326			
टेलिफोन का बिल	938			
घर का किराया	6700			
किराने की दुकान से लिए गए सामान का बिल	3075			

Learning Outcomes :

- पैटर्न, अंकित एवं स्थानीय मान का परिचय।
- संख्याओं का जोड़, व्यवकलन, गुणा एवं भाग की समझ विकसित करना।
- अनुमान एवं इसका गणित में प्रयोग।

अध्याय 2 – पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers)

1.

बंसत का मौसम आरम्भ हुआ है। अब भालू मामा को एक लम्बी नींद से जागने पर भूख बहुत सता रही है। भूख शांत करने के लिए भालू मामा नदी की तरफ आया। आज उसने ताज़ा मछलियों का शिकार करने की सोची है। नदी पर पहुँचकर भालू मामा ने नदी किनारे पानी में मछलियों के अनेक समूह देखे। आप ऊपर के चित्र में देखकर बताओ कि नदी किनारे कहाँ–कहाँ कितनी मछलियाँ हैं।

a. भालू मामा के सामने कितनी मछलियाँ है?

b. चट्टान के पास कितनी मछलियाँ है?

c. फूलों के पास कितनी मछलियाँ है?

d. पेड़ के पास कितनी मछलियाँ है?

2. शादाब अपने मित्र गुरमीत की जन्मदिन पार्टी में गया। वहाँ पर पाँच आइसक्रीम बॉउल में कुछ चॉकलेट डालकर रखी हुई थी। शर्त यह थी कि सभी मित्रों को बारी–बारी से एक ही पासा (Dice) फेंकना है।

जिसके पासे पर किसी भी बॉउल में रखी चॉकलेट जितने अंक आ जाएँगे तो उस बाउल की सारी चॉकलेट उसे मिल जाएँगी।

यदि पासे पर आया अंक का बॉउल में रखी चॉकलेट से मिलान नही होता है तो उस मित्र को कोई चॉकलेट नहीं मिलेगी।

I II III IV V

अब इस जन्मदिन पार्टी में गुरमीत, शादाब और उनके मित्रों द्वारा खेले गए खेल के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर देने का प्रयास करो।

प्र०1. कितने बॉउल ऐसे हैं जो खेल के द्वारा किसी न किसी मित्र को मिल सकते हैं?

प्र०2. इन बॉउल के स्थान भी लिखिए। ....

प्र०3. कितने बॉउल ऐसे है जो किसी भी मित्र को इस खेल के द्वारा प्राप्त नहीं हो सकते?

प्र०4. इन बॉउल के स्थान भी लिखिए। ....

प्र०5. सबसे अधिक चॉकलेट किस स्थान वाली बॉउल में है?

प्र०6. स्थान V पर रखे बॉउल में कितनी चाकलेट है?

प्र०7. स्थान II पर रखे बॉउल में कितनी चॉकलेट है?

गिनकर लिखिए

- आपके परिवार में कितने सदस्य हैं?
- आपकी कक्षा में कितने डेस्क (Desk) हैं?
- अपने विद्यालय में कमरों (Rooms) की कुल संख्या, गिनकर बताएँ।
- अपने विद्यालय में पेड़ों (Trees) की कुल संख्या को गिनकर लिखें।

बॉक्स में लिखित प्रश्नों का उत्तर देने के लिए हमने गिनती (Counting) का प्रयोग किया है।

प्र0– गिनती कौन से अंक से शुरू होती है?

प्र0– गिनती किस अंक पर समाप्त होती है?

क्या गिनती कभी समाप्त होती है?

गिनती के लिए, प्रयोग में आने वाली संख्या अंकों को नीचे लिखिए।

1, 2, 3, __, __, __, __, __, __, __, __

__, __, __, __, __, __, __, __, __, __, __

(इसी प्रकार हम आगे बढ़ते चले जाएँगे)

इन सभी संख्याओं को हम प्राकृत संख्या (Natural Number) कहते हैं। क्योंकि इनका प्रयोग हम प्रकृति में उपस्थित विभिन्न प्रत्यक्ष वस्तुओं को गिनने (Counting)में करते हैं।

गिनने के अतिरिक्त ये संख्याएँ वस्तुओं को क्रम में रखने, वस्तुओं के संग्रह को दिखाने व योग, घटा, गुणा व भाग की संक्रियाओं में प्रयोग होती रही हैं।

बॉक्स में उचित संख्या लिखिए

a) 50 से बड़ी कोई एक प्राकृत संख्या

b) 1000 से 2000 के बीच की कोई एक प्राकृत संख्या

c) 120 से छोटी कोई एक प्राकृत संख्या

d) 590 और 600 के बीच कोई एक प्राकृत संख्या

शून्य का परिचय *(Introduction of Zero)*

⟹ **यदि हमें वस्तुओं के किसी दिए गए संग्रह में से उतनी ही वस्तुएँ घटानी पड़ जाएं तो आपके अनुसार क्या बचेगा तथा घटाव का परिणाम आप किस प्रकार दर्शाएँगे ?**

- आज कक्षा में कितने विद्यार्थी उपस्थित हैं ?
- यदि सभी विद्यार्थी खेल के मैदान में चले जाएँ तो कक्षा में कितने विद्यार्थी बचेंगे ?
- जब कुछ भी नहीं बचता तो हम उसके लिए किस अंक का प्रयोग करते हैं ?

आपके पास 5 आम हैं, आप सभी आम खा गए। आपके पास कितने आम बचे ?

एक खाली गुल्लक में कितने सिक्के होगें ?

आओ प्राकृत संख्या समूह लेते हैं।

1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

||

प्राकृत संख्याओं में '0' को शामिल करते हैं।

||

इस संख्या समूह को हम **पूर्ण संख्याएँ (Whole Numbers)** कहते हैं। 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

– पहली दस प्राकृत संख्याएँ लिखिए :- ____________________

– पहली दस पूर्ण संख्याएँ लिखिए :- ____________________

बॉक्स–1 में से छाँटकर संख्याओं को बॉक्स–2 तथा बॉक्स–3 में लिखिए।

बॉक्स–1

0, 1, 2, 10,
15, 27, 30, 45,
50, 61, 70, 75

बॉक्स–2

प्राकृत संख्या

बॉक्स–3

पूर्ण संख्या

निम्न के लिए गोले में हाँ या नहीं लिखिए

1. क्या सभी प्राकृत संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ भी हैं?
2. क्या सभी पूर्ण संख्याएँ प्राकृत संख्याएँ भी हैं?
3. सबसे छोटी प्राकृत संख्या लिखिए।
4. सबसे छोटी पूर्ण संख्या लिखिए।

पूर्ववर्ती-परवर्ती (Predecessor - successor)

5. संख्या 50 के एकदम पहले कौन सी संख्या आती है ? ________

6. संख्या 99 के एकदम बाद कौन सी संख्या आती है ? ________

किसी संख्या के एकदम पहले आने वाली संख्या पूर्ववर्ती संख्या Predecessor कहलाती है।

पूर्ववर्ती ——→ एकदम पहले आने वाली संख्या

किसी संख्या के एकदम बाद में आने वाली संख्या परवर्ती संख्या Successor कहलाती है।

परवर्ती ——→ एकदम बाद में आने वाली संख्या

संख्याओं का पूर्ववर्ती लिखिए

a)	99	_____	d)	19587	_____
b)	580	_____	e)	40000	_____
f)	10,000	_____	g)	1,00,000	_____

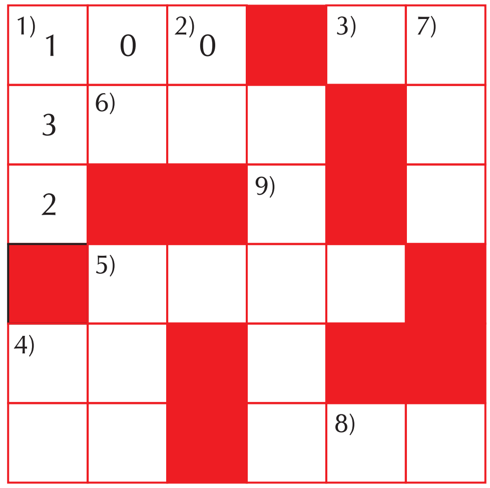
संख्याओं का परवर्ती लिखिए

a)	79	____	d)	10999	____
b)	980	____	e)	78976	____
f)	999	____	g)	999999	_____

निम्न के लिए बॉक्स में हाँ या नहीं लिखिए

1. ऐसी प्राकृत संख्या बताइए, जिसका कोई पूर्ववर्ती नहीं है ?
2. ऐसी पूर्ण संख्या बताइए, जिसका कोई पूर्ववर्ती नहीं है ?
3. प्राकृत संख्या 1 का पूर्ववर्ती क्या है ?
4. क्या कोई ऐसी संख्या है, जिसका कोई परवर्ती नहीं है ?

नीचे दिए गए प्रश्नों के आधार पर Crossword को पूरा कीजिए



बाएँ से दाएँ की तरफ भरें।

1) 3 अंकों की सबसे छोटी संख्या **100**

2) संख्या 1 की पूर्ववर्ती संख्या ____________

3) 80 की परवर्ती संख्या ____________

4) 100 की पूर्ववर्ती संख्या ____________

5) 8999 की परवर्ती संख्या ____________

6) 500 की पूर्ववर्ती संख्या ____________

7) 0(शून्य)की परवर्ती संख्या ____________

8) 50 की परवर्ती संख्या ____________

9) 8 की पूर्ववर्ती संख्या ____________

ऊपर से नीचे की तरफ भरें।

1) 133 की पूर्ववर्ती संख्या **132**

7) 10 की पूर्ववर्ती संख्या ____________

8) 9 की पूर्ववर्ती संख्या ____________

9) 9 दहाइयों के लिए संख्यांक ____________

10) 1000 की पूर्ववर्ती संख्या ____________

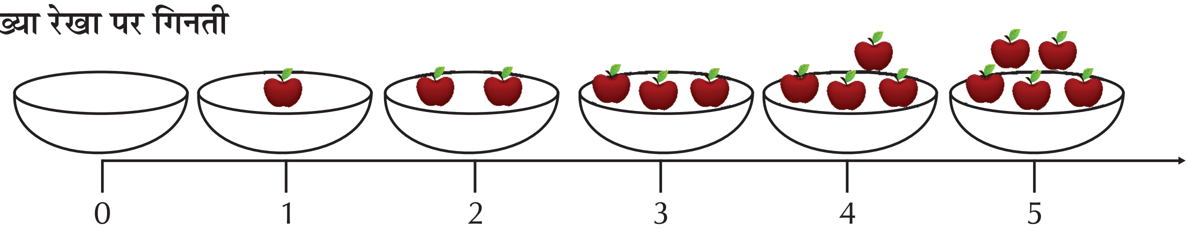
6) 3 की परवर्ती संख्या ____________

7) 100 की परवर्ती संख्या ____________

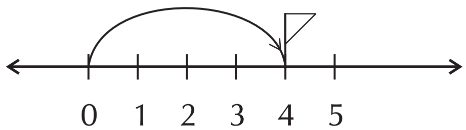
8) 4 की परवर्ती संख्या ____________

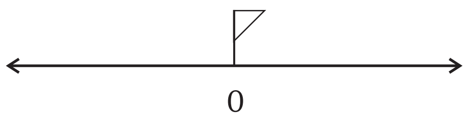
9) 7011 की पूर्ववर्ती संख्या ____________

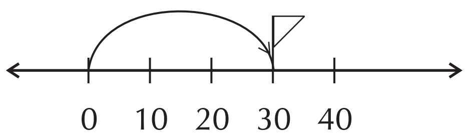
संख्या रेखा पर गिनती



संख्या रेखा पर ध्वज द्वारा दर्शाए गए मान को सामने बॉक्स में लिखिए।

(i) 

(ii) 

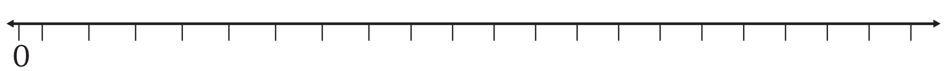
(iii) 

संख्या रेखा पर दिए गए मान को निरूपित कीजिए तथा सही स्थान पर ध्वज लगाइए।

(iv) 3

(v) 8

(vi) 11

(vii) 20 

खाली स्थान भरिए।

4 + 0 = _____

__ + 15 = _____

25 + ___ = 25

14 – 0 = __

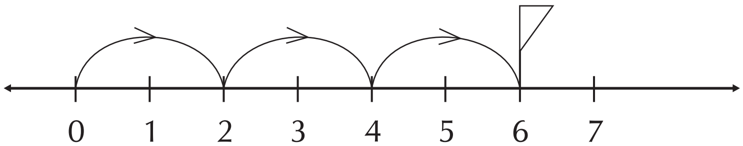
39 – __ = 0

78 – 78 = __

संख्याओं को गुणा करके संख्या रेखा पर दर्शाएँ।

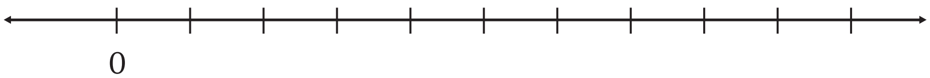
उदाहरण (1) को देखकर हल करें व संख्या रेखा पर ध्वज **दर्शाएँ।**

1.



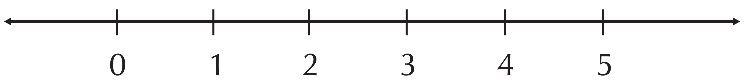
3 x 2 = 2 + 2 + 2 = 6

2.



2 x 4 = ___ + ___ + ___ + ___ = 8

3.



3 x 0 = 0 + 0 + 0 = ___

करके देखें ...

a) 51 x 0 = __

b) 0 x 5 = __

c) 3 x 7 x 0 = __

तालिका 1 से 4 तक पूरा कीजिए

पूर्ण संख्याओं के गुणों के आधार पर निम्न **तालिका 1** को पूर्ण करें।

पूर्ण संख्या (I)	पूर्ण संख्या (II)	योग	योगफल	पूर्ण संख्या हैं या नहीं
8	7	8 + 7	15	पूर्ण संख्या है
35	40	____	____	__________
0	43	____	____	__________
1	99	____	____	__________
15	0	____	____	__________

प्र01: पूर्ण संख्या का योग भी एक पूर्ण संख्या होती है? ( ) हाँ या नहीं

तालिका 2 को पूरा कीजिए

पूर्ण संख्या (I)	पूर्ण संख्या (II)	गुणा	गुणफल	पूर्ण संख्या हैं या नहीं
5	7	5 x 7	35	पूर्ण संख्या है
3	9	____	____	__________
0	15	____	____	__________
45	1	____	____	__________

प्र02: **पूर्ण संख्याओं का गुणनफल भी एक पूर्ण संख्या है?** ( ) हाँ या नहीं

तालिका 3 को पूरा कीजिए

पूर्ण संख्या (I)	पूर्ण संख्या (II)	घटाव	अन्तर	पूर्ण संख्या हैं या नहीं
5	2	5 – 2	3	पूर्ण संख्या है
25	21	____	____	__________
9	0	____	____	__________
3	10	____	____	__________

★ उपरोक्त तालिका की अंतिम पंक्ति में 3 में से 10 को घटाया गया है। हम जानते है कि 10 में से 3 घटाने पर 7 प्राप्त होता हैं। क्या 3 में से 10 घटाने पर भी 7 ही प्राप्त होगा ?

प्र03: **क्या सभी पूर्ण संख्याओं का अन्तर भी एक पूर्ण संख्या है?** ( ) हाँ या नहीं

तालिका 4 को पूरा कीजिए

पूर्ण संख्या (I)	पूर्ण संख्या (II)	भाग	भागफल	पूर्ण संख्या हैं या नहीं
10	2	10 ÷ 2	5	पूर्ण संख्या है
15	3	____	____	__________
48	16	____	____	__________
15	8	____	____	__________
9	0	____	____	__________

प्र04: **क्या सभी पूर्ण संख्याओं का भागफल भी एक पूर्ण संख्या है?** ( ) हाँ या नहीं

★ 9 ÷ 0 परिभाषित नहीं है। उदाहरण के लिए 9 में से 0 (शून्य) घटाने पर प्रत्येक बार हमें 9 ही प्राप्त होता है।

पूर्ण संख्याओं का शून्य से विभाजन परिभाषित नहीं है।

संवृत (Closed)

एक ही संख्या समूह में, होने वाली संक्रिया, से प्राप्त संख्या का उसी समूह में होना ही संवृत गुण (Closure property) कहलाता है।

तालिका संख्या 1 से 4 में सीखे पूर्ण संख्याओं के संवृतता गुण के आधार पर सही कथन पर बॉक्स में (✓) या (✗) का निशान लगाइए।

1. पूर्ण संख्या, योग के अंतर्गत संवृत होती हैं। ☐
2. पूर्ण संख्या, घटाव के अंतर्गत संवृत होती हैं। ☐
3. पूर्ण संख्या, गुणन के अंतर्गत संवृत होती है। ☐
4. पूर्ण संख्या, भाग के अंतर्गत संवृत होती है। ☐

क्रमविनिमेय गुण (Commutative Law)

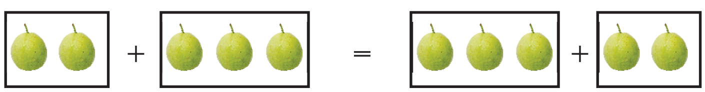
क्रमविनिमेय ⟶ क्रम + विनिमेय

क्रम बदलना

क्रम बदलकर भी समान प्रभाव का होना।

1. पूर्ण संख्याओं के लिए योग का क्रमविनिमेय गुण

Addition is commutative for whole numbers



$2 + 3 = 3 + 2$

$a + b = b + a$

तालिका 5 को पूरा कीजिए

पूर्ण संख्या (i)	पूर्ण संख्या (ii)	योग कीजिए	क्रम बदलकर योग कीजिए	प्रभाव
4	5	4 + 5 = 9	5 + 4 = 9	समान हल
17	13	17 + 13 = 30	13 + 17 = 30	समान हल
___	___	______ = ___	______ = ___	_____
____	____	______ = ___	______ = ___	_____
_____	_____	______ = ___	______ = ___	_____

प्र05– क्या ऐसी कोई दो पूर्ण संख्याएँ हैं, जिनका क्रम बदलकर जोड़ने पर भी उनका योग समान नहीं मिलता है?

उ0:–

निष्कर्ष : क्या क्रम बदलकर जोड़ने पर भी पूर्ण संख्याओं का योग समान रहता है? ⬭ हाँ या नहीं

तालिका 6 को पूरा कीजिए

पूर्ण संख्या (i)	पूर्ण संख्या (ii)	घटाव कीजिए	क्रम बदलकर घटाव कीजिए	प्रभाव
7	3	7 - 3 = 4	3 - 7 = -4	समान हल नहीं
2	10	2 - 10 = -8	10 - 2 = 8	समान हल नहीं
15	5	_____ = __	_____ = __	_________
50	70	_____ = __	_____ = __	_________

हाँ या नहीं

प्र06 – क्या क्रम बदलकर घटा करने पर भी पूर्ण संख्याओं का उत्तर समान रहता है?

2. पूर्ण संख्याओं के लिए गुणन की क्रमविनिमेय

Multiplication is commutative for whole numbers

3 × 2 = 2 × 3

a × b = b × a

तालिका 7 को पूरा कीजिए

पूर्ण संख्या (i)	पूर्ण संख्या (ii)	गुणन कीजिए	क्रम बदलकर गुणन कीजिए	प्रभाव
7	3	7 x 3 = 21	3 x 7 = 21	
4	5	_____ = __	_____ = __	_________
2	0	_____ = __	_____ = __	_________
9	5	_____ = __	_____ = __	_________

प्र07 – क्या ऐसी कोई दो पूर्ण संख्याएँ हैं, जिनका क्रम बदलकर गुणा करने पर उनका गुणनफल समान नहीं मिलता है?

उ0 –

हाँ या नहीं

क्या क्रम बदलकर गुणा करने पर भी पूर्ण संख्याओं का गुणनफल समान रहता है?

रिक्त स्थान भरिए

a) 5 x 7 = _____ x 5

b) 9 x 17 = _____ x __

c) ___ x 21 = 21 x 3

d) 12 x ___ = 2 x 12

तालिका 8 को पूरा कीजिए

पूर्ण संख्या (i)	पूर्ण संख्या (ii)	भाग कीजिए	क्रम बदलकर भाग कीजिए	प्रभाव
3	5	$3 \div 5 = \frac{3}{5}$	$5 \div 3 = \frac{5}{3}$	समान हल नहीं
10	2	$10 \div 2 = 5$	$2 \div 10 = \frac{1}{2}$	समान हल नहीं
______	______	______ = __	______ = __	__________

हाँ/नहीं

प्र08 :- क्या क्रम बदलकर भाग करने पर भी पूर्ण संख्याओं का भागफल समान रहता है?

भरी गई तालिका 5 से 8 में सीखे पूर्ण संख्याओं के लिए योग, घटाव, गुणन व भाग की क्रमविनिमेयता के आधार पर सही उत्तर का चयन कर (✓) अथवा (✗) का चिन्ह बॉक्स में लगाए।

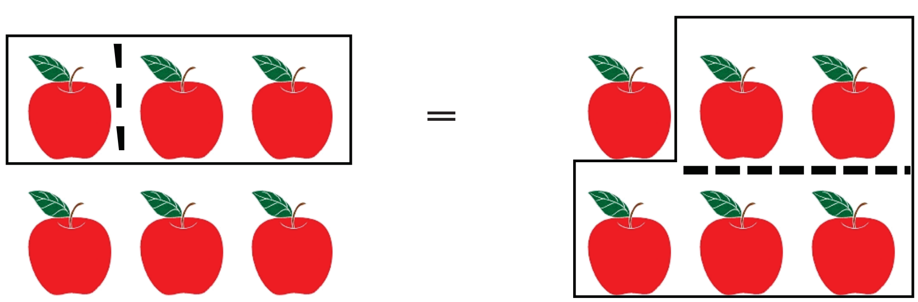
1. पूर्ण संख्याएँ योग के अंतर्गत क्रमविनिमेय होती हैं।
2. पूर्ण संख्याएँ घटाव के अंतर्गत क्रमविनिमेय होती हैं।
3. पूर्ण संख्याएँ गुणन के अंतर्गत क्रमविनिमेय होती हैं।
4. पूर्ण संख्याएँ भाग के अंतर्गत क्रमविनिमय होती हैं।

साहचर्य गुण (Associative Law)

साहचर्य : साथ रहने/ निर्वाह करने वाले

संख्याओं का युग्म बदलने पर भी हल का एक समान रहना, साहचर्य गुण कहलाता है।

1. पूर्ण संख्याओं के लिए योग की सहचारिता
Associativity of addition for whole numbers



(1 + 2) + 3 = 1 + (2 + 3)

तालिका 9 को पूरा कीजिए

कोई भी तीन पूर्ण संख्या लीजिए	युग्म बनाकर योग	अलग युग्म बनाकर योग	प्रभाव
a) 4, 7, 3	(4 + 7) + 3 = 11 + 3 = 14	4 + (7 + 3) = 4 + 10 = 14	समान हल ________
b) 3, 2, 5	(__ + __) + __ = _ + _ = __	__ + (__ + __) = __ + __ = __	________
c) __, __, __	________________	________________	________

हाँ या नहीं

प्र09 :- क्या पूर्ण संख्याओं का अलग-अलग युग्म बनाकर योग करने से योगफल समान रहता है?

रिक्त स्थान भरिए

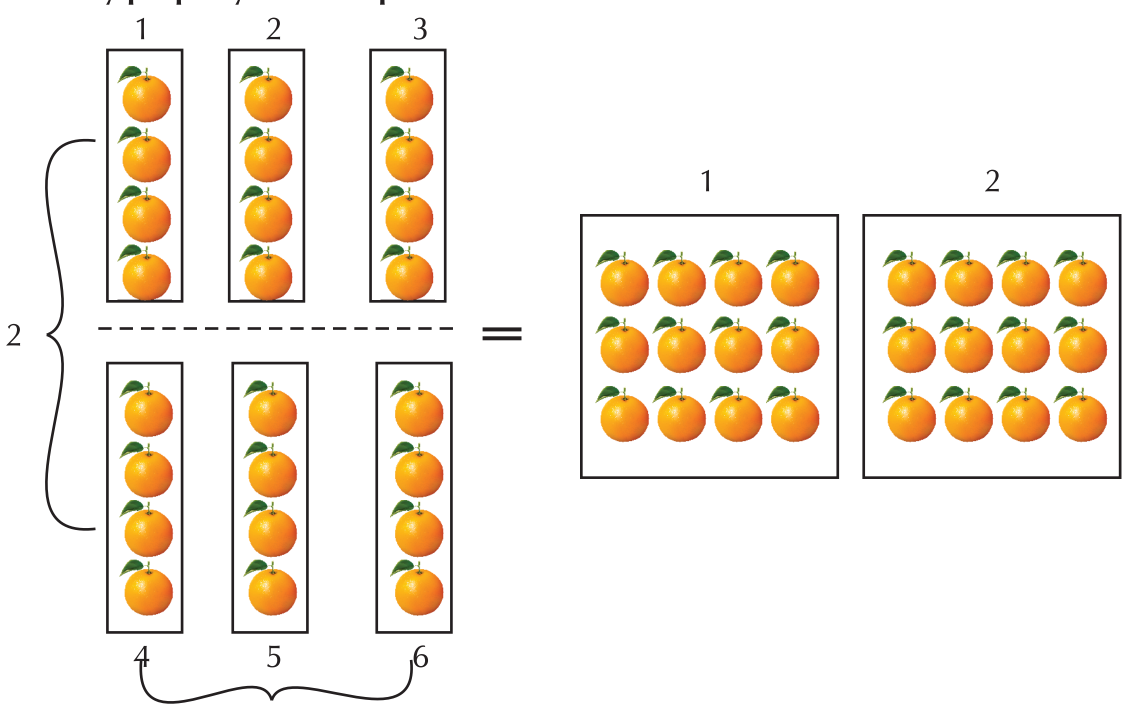
a) (4 + 7) + 5 = __ + (7 + 5)

b) (_ + 2) + 15 = 10 + (2 + 15)

c) (a + b) + c = a + (__ + __)

2. पूर्ण संख्याओं के लिए गुणन की सहचारिता

Associativity property for multiplication of whole numbers



2 बार 3 समूह × (प्रत्येक समूह में 4 संतरे) = 2 बार [3 समूह × (प्रत्येक समूह में 4 संतरे)]

(2 × 3) × 4 = 2 × (3 × 4)

6 बार 4 संतरे = 2 बार 12 संतरे

24 संतरे = 24 संतरे

तालिका 10 को पूरा कीजिए

कोई भी तीन पूर्ण संख्या लीजिए	युग्म बनाकर गुणन	अलग युग्म बनाकर गुणन	प्रभाव
a) 3, 5, 2	(3x5)x2 = 15x2 = 30	3x(5x2) = 3x10 = 30	समान हल ________
b) 9, 1, 5	(__x__)x_ = __ x __ = ___	_ x (_ x _) = __ x __ = ___	________
c) __, __, __	________________	________________	________

प्र010: क्या पूर्ण संख्याओं का अलग-अलग युग्म बनाकर गुणन करने से गुणनफल समान रहता है?

रिक्त स्थान भरिए।

a) $(4 \times 7) \times 10 = \quad 4 \times (__ \times __)$

b) $(5 \times 3) \times 4 \quad = \quad __ \times (3 \times __)$

c) $(a \times b) \times c \quad = \quad a \times (__ \times __)$

रीना अपने जन्मदिन पर अपनी 7 सहेलियों को भेंट देने के लिए चॉकलेट तथा टॉफी खरीदने बाज़ार गई। एक चॉकलेट का मूल्य 10 रुपये है तथा एक टोफी का मूल्य 2 रुपये है। उसने 7 चॉकलेट तथा 7 टॉफियाँ खरीदीं।

अब नीचे दी गई स्थितियों में रीना द्वारा बताई गई संख्याओं को देखकर रिक्त स्थान भरें और जानने का प्रयास करें कि उसने कुल कितने रुपये खर्च किए।

(a) 7 चॉकलेट का मूल्य = 7 × ________ रु. = [ ] रु.

(b) 7 टॉफियों का मूल्य = ________ × 2 रु. = [ ] रु.

(c) रीना द्वारा खर्च की गई कुल राशि = (7 × _____ रु.) + (7 × _____ रु.)

= 7 × (_____ + _____) रु.

= 7 × _____ रु. = [ ] रु.

उदाहरण को देखकर खाली स्थान भरिए

उदाहरण- a) $14 \times 9 = (2 \times 7) \times 9 = 2 \times (7 \times 9) = 2 \times 63 = 126$

b) $18 \times 7 = (_ \times _) \times 9 = _ \times (_ \times _) = _ \times _ = ____$

c) $15 \times 8 = (_ \times _) \times _ = _ \times (_ \times _) = _ \times _ = ____$

हाँ / नहीं लिखिए।

a) क्या, $(5-4)-3 = 5-(4-3)$ होगा ? [ ] हाँ/नहीं

b) क्या, $(15 \div 5) \div 3 = 15 \div (5 \div 3)$ होगा ? [ ] हाँ/नहीं

(इस पर अपने साथियों और अध्यापक के साथ चर्चा करें)

निम्न को पढ़कर बॉक्स में (✓) अथवा (✗) का चिन्ह लगाएं।

1. पूर्ण संख्याएँ योग के अंतर्गत, साहचर्य होती हैं। [ ]
2. पूर्ण संख्याएँ गुणन के अंतर्गत, साहचर्य होती हैं। [ ]
3. पूर्ण संख्याएँ भाग के अंतर्गत, साहचर्य होती हैं। [ ]
4. पूर्ण संख्याएँ घटाव के अंतर्गत, साहचर्य होती हैं। [ ]

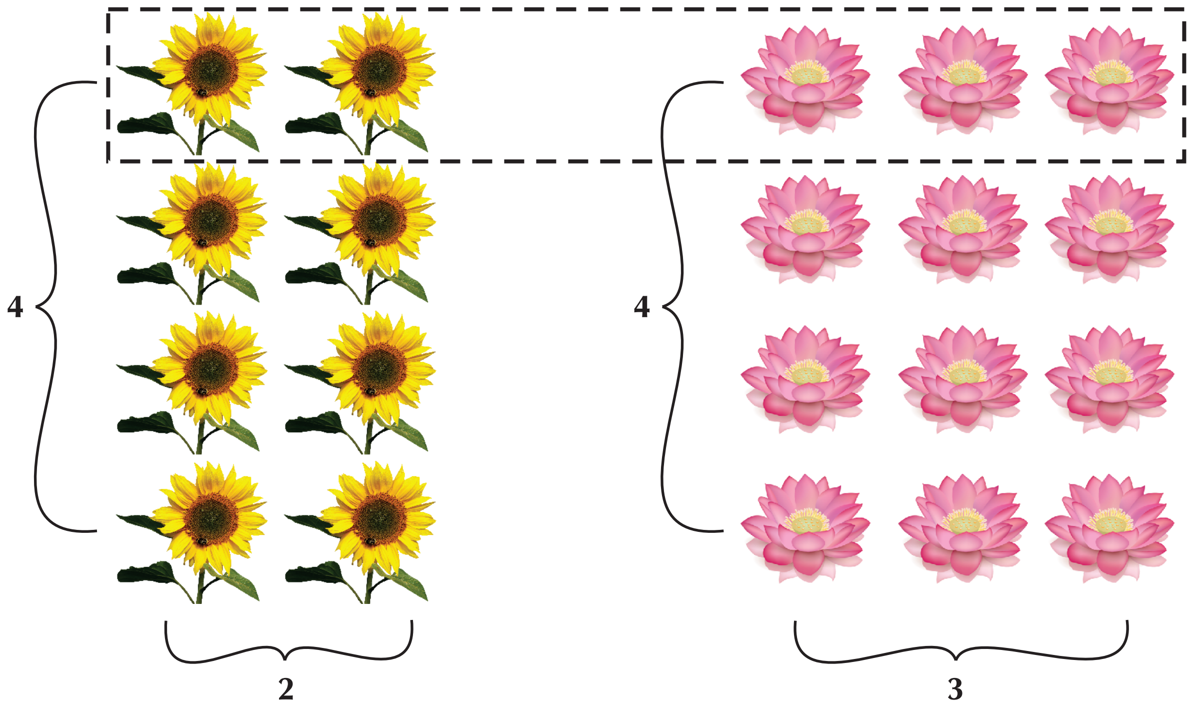
3. पूर्ण संख्याओं के लिए योग पर गुणन का वितरण

Distributivity of multiplication over addition for whole numbers

20 फूल

= 4 बार (5 फूल)

= 4 × (2 फूल + 3 फूल)



= (4 × 2) + (4 × 3)

= 8 + 12

= 20

4 पंक्तियाँ × (2 फूल गेंदे के + 3 फूल गुलाब के) = (4 पक्तियाँ × 2 फूल गेंदे के) + (4 पंक्तियाँ × 3 फूल गुलाब के)

4 × (2 + 3) = (4 × 2) + (4 × 3)

4 × 5 फूल = 8 फूल गेंदे के + 12 फूल गुलाब के

20 फूल = 20 फूल

उदाहरण को देखकर खाली स्थान भरिए।

उदाहरण :- 1)	115 x 7	+ 115 x 3	=	115 x (7 + 3)	=	115 x 10	= 1150
2)	900 x 12	+ 900 x 8	=	__ x (__ + __)	=	___x ___	= ______
3)	5178 x 8	+ 5178 x 2	=	__ x (__ + __)	=	__ x ___	= ______
4)	79 x 800	+ 79 x 200	=	__________	=	________	= ______
5)	819 x 4	+ 819 x 6	=	___________	=	________	= ______

बॉक्स में लिखिए:- कौन सा गुण उपयोग में लाया जा रहा है।

1) 45 x (10 x2)	=	(45 x10) x 2		
2) (40 + 20) + 10	=	40 + (20 + 10)		
3) 7 x (8 + 2)	=	7 x 8 + 7 x 2		
4) 9 x2 + 9 x 8	=	9 x (12 + 8)		
5) 10 x7	=	7 x 10		
6) 15 + 17	=	17 + 15		
7) 45 + 0	=	45		
8) 19 x 1	=	19		
9) 0 + 17	=	17		
10) 1 x 25	=	25		

(गुण)

(a) गुणन की क्रमविनिमेयता

(b) योग की क्रमविनिमेयता

(c) योग पर गुणन का वितरण

(d) गुणन का साहचर्य गुण

(e) योग का साहचर्य गुण

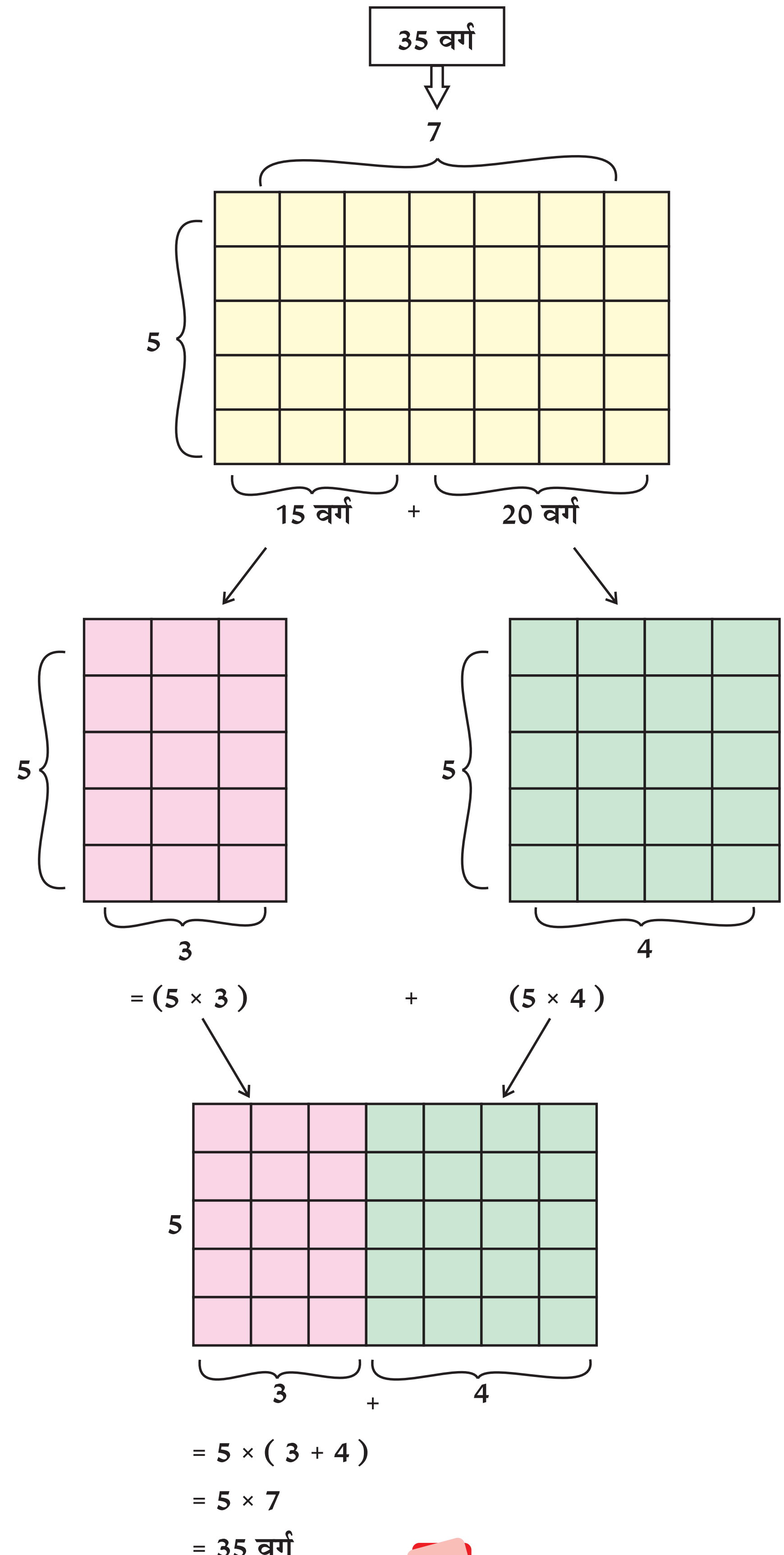
(f) पूर्ण संख्याओं के लिए

(g) योज्य तत्समक

(h) पूर्ण संख्याओं के लिए

(i) गुणन तत्समक

पूर्ण संख्याओं के लिए योग पर गुणन का वितरण



संख्याओं का गुणन करना

संख्या का 2 से गुणन या **संख्या का दुगना करना** या **संख्या को दो बार जोड़ना**

उदाहरणः 3768 x 2 = <u>7536</u>

$$\begin{array}{r} 3000 + 700 + 60 + 8 \\ + \; 3000 + 700 + 60 + 8 \\ \hline 6000 + 1400 + 120 + 16 \end{array}$$

मौखिक गुणन कीजिए

(a) 175 x 2 = ________ b) 390 x 2 = ________

c) 2021 x2 = ________ d) 7126 x2 = ________

⟹ **संख्या का 5 से गुणन** $\frac{10}{2} = 5$ **संख्या को आधा कर, 10 से गुणा करना**

उदाहरण :-

48 x 5 = 240 → 48 का आधा गुणा 10 = 24 x 10 = 240

34 x 5 = 170 → 34 का आधा गुणा 10 = 17 x 10 = 170

मौखिक गुणन कीजिएः

(a) 64 x5 = ________ (b) 148 x 5 = ______

(c) 204 x 5 = ________ (d) 420 x5 = ______

⟹ **संख्या का 9 से गुणन** → 10 – 1 **संख्या को 10 से गुणा करके, उसमे से एक बार स्वयं संख्या को घटाना**

उदाहरण :- 75 x 9 = <u>675</u>

75 x 10 = 750 – 75 = 675

मौखिक गुणन कीजिएः

(a) 35 x 9 = _____ (b) 817 x 9 = ______

(c) 23 x 9 = _____ (d) 87 x 9 = ______

⟹ **संख्या का 6 से गुणन** ⟹ 5+1 ⟹ **संख्या को 5 से गुणा करके उसमें एक बार स्वयं संख्या को जोड़ना**

उदाहरण :- 68 x 6 = 408

68 x 5 = 340
340 + 68 = 408

मौखिक गुणन कीजिए :-

(a) 36 x 6 = __________ (c) 24 x 6 = ________

(b) 68 x 6 = __________ (d) 82 x 6 = ________

⟹ **संख्या का 4 से गुणन** ⟹ 5 - 1 ⟹ **संख्या को 5 से गुणा करके उसमें से एक बार स्वयं संख्या को घटाना**

उदाहरण:- 86 x 4 = 344

86 x 5 = 430
430 - 86 = 344

मौखिक गुणन कीजिए :-

(a) 58 x 4 = _______ (c) 86 x 4 = _______

(b) 94 x 4 = _______ (d) 24 x 4 = _______

निम्न तालिका के वर्गों में (हाँ/नहीं) भरकर पूरा करें।

Complete the following table using (Yes/No)

क्र० स०	संक्रियाएँ Operations / गुणधर्म Properties	पूर्ण संख्याएँ / Whole numbers are			
		योग के लिए Addition	व्यवकलन के लिए Substraction	गुणन के लिए Multiplication	भाग के लिए Division
i)	संवृत हैं Closed for				
ii)	क्रमविनिमेय Commutative for				
iii)	साहचर्य Associative for				

Learning Outcomes (अधिगम सम्प्राप्ति)

- पूर्ण संख्याओं की पहचान करना।
- पूर्ण संख्याओं का विभिन्न संक्रियाओं द्वारा उचित प्रयोग।

अध्याय 3 – आधारभूत ज्यामितीय अवधारणाएँ

आओ दोस्तो, नीचे दी गई बातों के बारे में सोचते हैं।

1. आसमान में दिखता तारा।
2. रात के समय बहुत दूर जलता हुआ बल्ब।

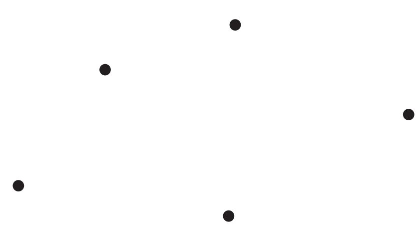
ऊपर दी गई दोनों बातें हमें बहुत बड़े क्षेत्र में लगभग बहुत छोटे दिखने वाली वस्तु का आभास कराती हैं।

अब कागज पर एक पेंसिल के नुकीले सिरे से एक ऐसा निशान बनाएँ जो बहुत कम जगह घेरता हो। आपकी पेंसिल का सिरा जितना नुकीला होगा निशान उतनी ही कम जगह घेरेगा।

अब, क्या हम ऐसा चिह्न सोच सकते हैं जो बिल्कुल भी स्थान न घेरता हो ?

क्या, हम इस चिह्न की लंबाई, चौड़ाई या ऊँचाई माप पाएँगे ? अपने अध्यापक के साथ चर्चा कीजिए।

यह चिह्न ही बिंदु है और यह केवल एक स्थिति को दर्शाता है।



प्र० यहाँ कितने बिंदु दिखाए गए हैं ?

____

प्र० क्या सभी बिंदु दिखने में एक जैसे दिखते हैं

____

प्र० एक से दिखने वाले अलग–अलग बिंदुओं की पहचान कैसे करेंगे ?

____

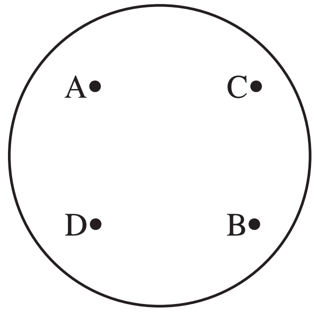
____

हम बिंदुओं को सामान्यत: अंग्रेजी के बड़े अक्षर अथवा हिन्दी के वर्णों से व्यक्त करते हैं।

अब ऊपर दिए गए पाँचों बिंदुओं के नाम अपने मन से लिखिए।

____

प्रयास करें:–
गोले में दिए गए बिंदुओं के नाम लिखें।



1. बिंदु A
2. ____________
3. ____________
4. ____________

रेखाखंड

इन स्थितियों पर विचार करें :–

(1) एक आयताकार कागज को बीच से मोड़कर खोल दें। एक क्रीज बनती है।

(2) मेज़ का किनारा।

(3) ब्लैक बोर्ड का किनारा एक सिरे से दूसरे सिरे तक।

आपको इन तीनों स्थितियों में क्या दिखाई देता है? चर्चा करें।

करके देखें

दिए गए दो बिंदुओं A तथा B को मिलाने का प्रयास करें। A • • B

प्र० :– हम इन्हें कितनी प्रकार से मिला सकते हैं?

प्र० :– बिंदु A से प्रारंभ करते हुए बिंदु B तक पहुँचने का सबसे छोटा रास्ता कौन सा है? ________________

बिंदु A से बिंदु B तक पहुँचने का सबसे छोटा रास्ता **सीधा** है और एक ही दिशा में चलने का है। यह एक **रेखाखंड** का आभास कराता है। इस रेखाखंड का नाम $\overline{AB}$ है।

AB के ऊपर लगा हुआ चिह्न (—) दर्शाता है कि यह एक रेखाखंड है।

अब इन रेखाखंडों के नाम बताइए :

		लिखें	पढ़ें
(i)		$\overline{LM}$	(रेखाखंड LM)
(ii)		________	( )
(iii)		________	( )
(iv)		________	( )

रेखा

एक रेखाखंड CD बनाइए

ऐसा सोचिए कि रेखाखंड CD को C से आगे उसी दिशा में तथा D से आगे दूसरी दिशा में बढ़ाते जाएँ, बढ़ाते जाएँ और इतना बढ़ा दें कि अंत को कभी ढूँढ ही न पाएँ।

क्या हम इसे कागज़ पर खींच पाएँगे ?

__________________(हाँ/नहीं)

अध्यापक के साथ चर्चा कीजिए।

आओ हँसते हैं।

दो गप्पी आपस में लंबी-लंबी डींगे हाँक रहे थे।

पहला गप्पी : पता है, मेरे दादाजी के पास इतनी लंबी नांद थी जिसमें सारी दुनिया के जानवर चारा खाते थे।

दूसरा गप्पी : अच्छा ! मेरे दादाजी के पास इतनी लंबी लकड़ी थी जिससे आसमान को छूने पर बारिश होने लगती थी।

पहला गप्पी : अच्छा ये बता, कि तेरे दादाजी उस लकड़ी को रखते कहाँ थे ?

दूसरा गप्पी : तेरे दादाजी की लंबी नांद में !

आपको क्या लगता है कि आसमान को छुआ जा सकता है ?

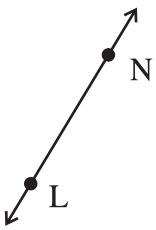
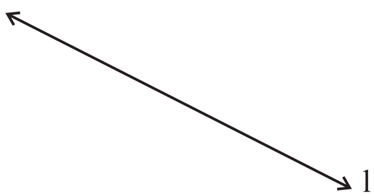
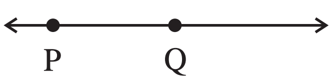
अगर हम आकाश में ऊपर की ओर चलते जाएँ, चलते जाएँ तो क्या हम आसमान के किसी सिरे पर पहुँच पाएँगे ?

इसी प्रकार यदि हम किसी रेखाखंड के दोनों सिरों को इस प्रकार सीधे बढ़ाएँ कि उसका अंत न ढूंढ़ पाएँ तो एक रेखा बनती है।

इस प्रकार सोचने पर हमें एक रेखा प्राप्त होती है जिसे हम $\overleftrightarrow{CD}$ से दर्शा सकते हैं। चिह्न ($\leftrightarrow$) रेखा को दर्शाता है।

हम रेखा को अंग्रेज़ी के छोटे अक्षरों से भी व्यक्त कर सकते हैं। किसी भी रेखा को उस रेखा पर स्थित बिंदुओं द्वारा दिखाया जा सकता है।

आओ करके देखें (रेखाओं के नाम लिखें और पढ़ें)

		लिखें	पढ़ें
(i)		$\overleftrightarrow{AB}$	(रेखा AB)
(ii)		______	( )
(iii)		l	(रेखा l)
(iv)		______	( )
(v)		______	( )

इन दो रेखाओं को देखकर उत्तर दीजिए: (हाँ/नहीं)

(i)

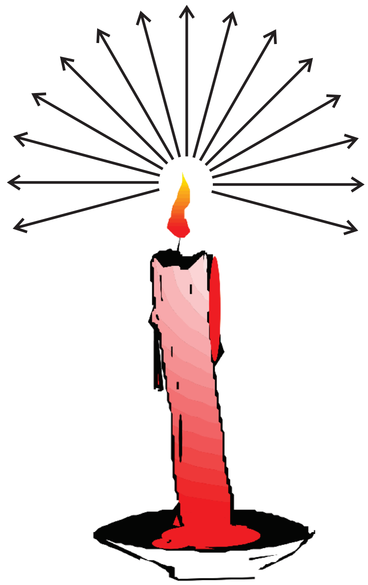
(ii)

प्र० क्या रेखा p, रेखा n से बड़ी है?

प्र० क्या रेखा p, रेखा n के बराबर है?

(अध्यापक के साथ चर्चा करके उत्तर दें।)

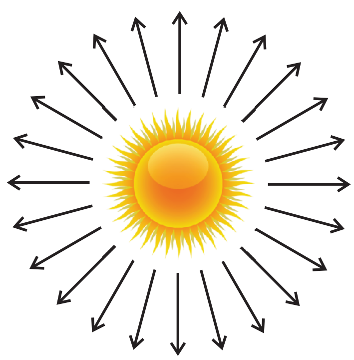
किरण



मोमबत्ती का प्रकाश कहाँ से शुरू हुआ?

मोमबत्ती का प्रकाश कहाँ-कहाँ तक गया?

एक और उदाहरण देखते हैं।



सूर्य का प्रकाश कहाँ से शुरू हुआ?

सूर्य का प्रकाश कहाँ कहाँ तक गया?

ऊपर दी गई स्थितियाँ हमें किरण का आभास कराती हैं। किरण रेखा का एक भाग होती है, जिसका एक आरंभिक बिंदु होता है और अंत बिंदु कोई नहीं होता है।

किरण AB में A आरंभिक बिंदु है। B किरण पर एक और बिंदु है तथा किरण को AB दिशा में आगे बढ़ाया जा सकता है।

ऊपर दी गई किरण को $\overrightarrow{AB}$ से दिखा सकते हैं।

किसी भी किरण को दिखाने के लिए उसका आरंभिक बिंदु तथा उसका कोई एक और बिंदु पर्याप्त हैं।

आओ करें

प्र० निम्नलिखित आकृतियों को पहचानकर उनके नाम लिखिए।

(i)

____

(ii)

____

(iii)

____

(iv)

____

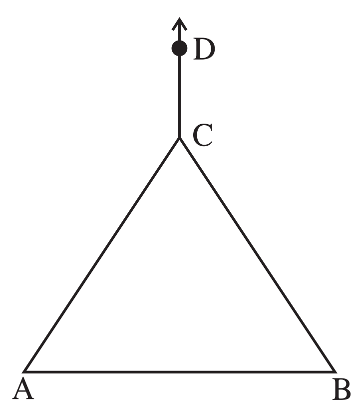
(v)

____

(vi)

____

प्र० नीचे दी गई आकृति में :



बिंदुओं के नाम – ______, ______, ______, ______

रेखाखंडों के नाम – ________, ________, ________

किरणों के नाम –

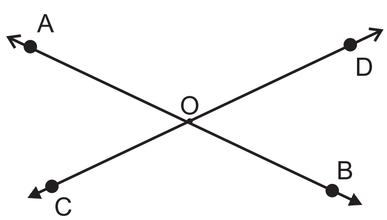
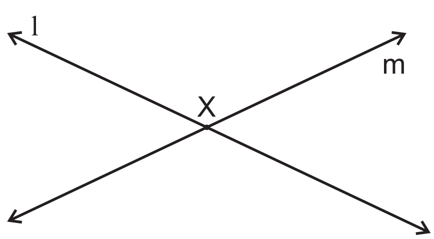
प्रतिच्छेदी रेखाएँ

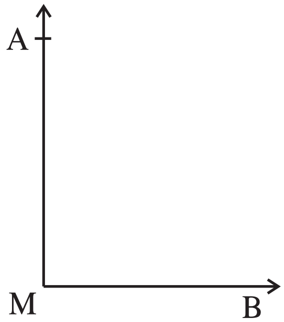
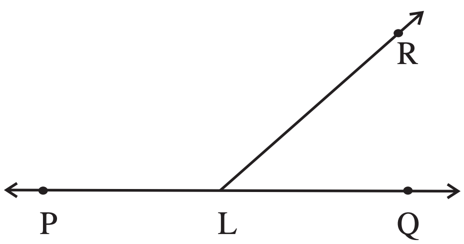
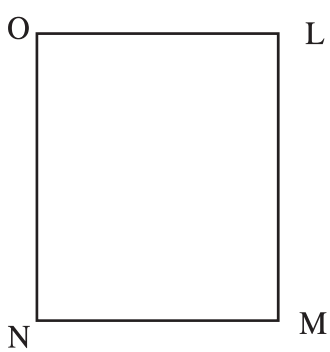
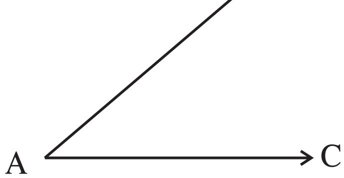
एक आयतकार कागज का टुकड़ा लेकर उसे लंबाई में बीच से मोड़कर खोल लेते हैं, फिर चौड़ाई में बीच से मोड़कर खोल लेते हैं।

हम देखते हैं कि जहाँ पर दोनों रेखाखंड मिलते हैं, उस जगह हमें एक बिंदु का आभास होता है।

अभी हमने दो रेखाखंडों के मिलने के बारे में सोचा। अब क्या हम दो रेखाओं के एक दूसरे को काटने के बारे में सोच सकते हैं?

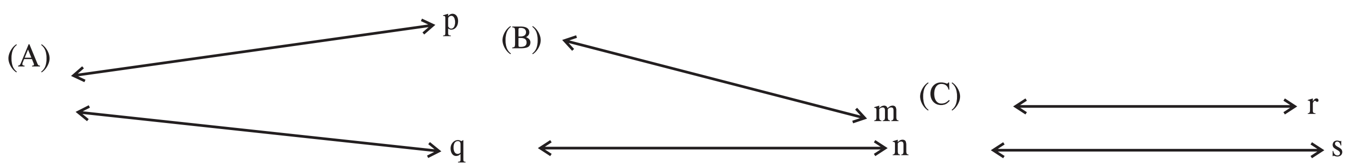
जब दो विभिन्न रेखाएँ एक दूसरे को किसी एक बिंदु पर काटती हैं तो वे प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती हैं। और उस बिंदु को प्रतिच्छेदी बिंदु कहते हैं।

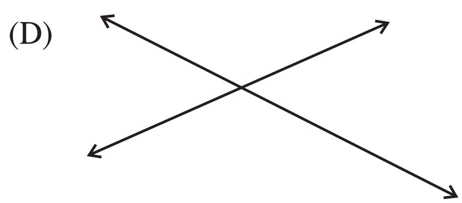
आओ करें।	**प्रतिच्छेदी रेखाओं/किरणों/रेखाखंडों के नाम**	**प्रतिच्छेदी बिंदु के नाम**
	$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$	O
	____, ____	____

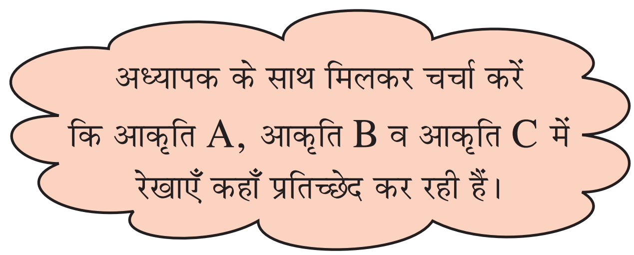
	प्रतिच्छेदी रेखाओं/ किरणों/रेखाखंडों के नाम	प्रतिच्छेदी बिंदु के नाम
	______ ______	__________
	______ ______	__________
	______ ______	__________
	______ ______	__________

समांतर रेखाएँ

नीचे दिए गए रेखाओं के युग्मों को देखकर बताएँ कि कौन सी रेखाएँ प्रतिच्छेद कर रही हैं?







ऐसी रेखाएँ जो आपस में कभी प्रतिच्छेद नहीं करतीं, समांतर रेखाएँ कहलाती हैं।

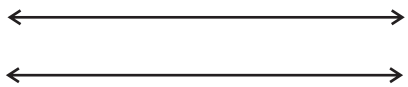
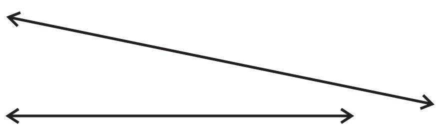
दैनिक जीवन से समांतर रेखाखंडों के उदाहरण लिखें।

1. पुस्तक के सम्मुख किनारे

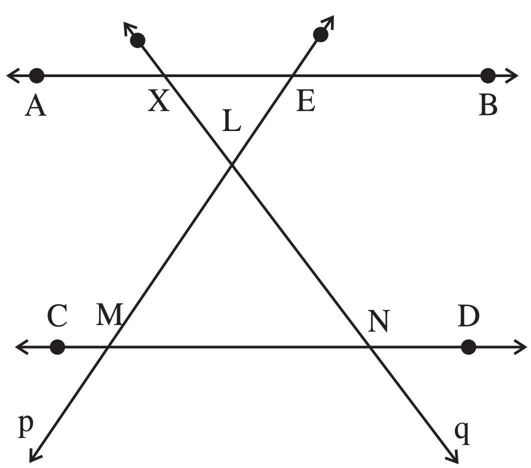
2. ______________________ 3. ______________________

4. ______________________ 5. ______________________

मिलान करिए

(A)		किरण
(B)		रेखा
(C)		रेखाखंड
(D)		प्रतिच्छेदी रेखाएँ
(E)		बिंदु
(F)		समांतर रेखाएँ

आकृति को देखकर नाम लिखें



बिंदुओं के नाम ____________________

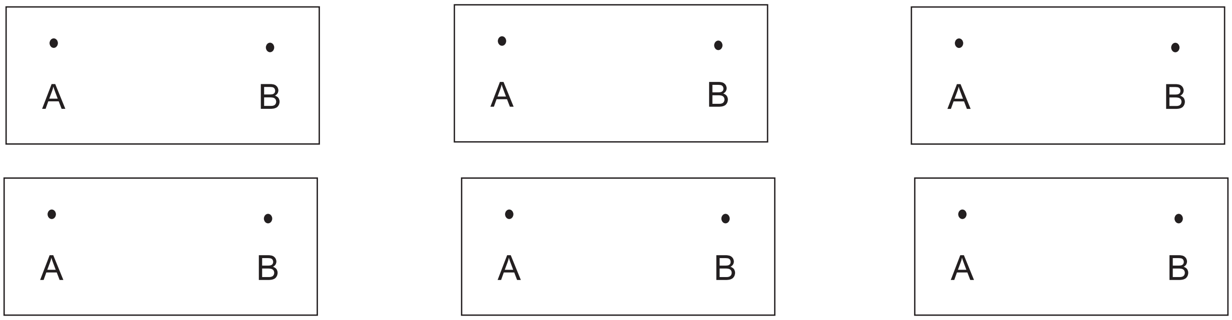
रेखाखंडों के नाम ____________________

प्रतिच्छेदी रेखाएँ ____________________

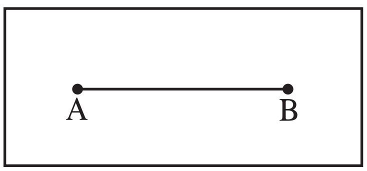
समांतर रेखाएँ ____________________

वक्र रेखाएँ

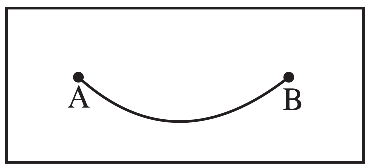
बिंदु A को बिंदु B से विभिन्न प्रकार से मिलाने का प्रयास करें।



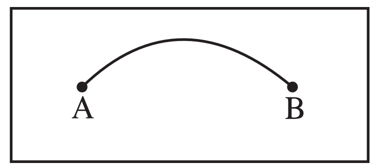
आपके द्वारा दो बिंदुओं A और B को मिलाने वाला रास्ता क्या नीचे दिए गए रास्तों से अलग है? आओ देखें



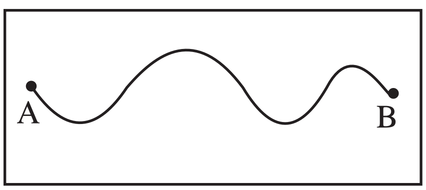
(i)



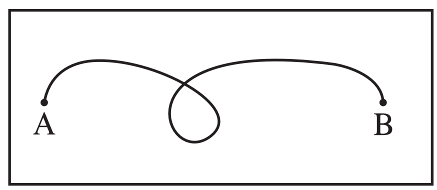
(ii)



(iii)



(iv)



(v)

ये सभी रास्ते (ii), (iii), (iv), और (v) जो बिंदु A को बिंदु B से मिलाते हैं, वक्र कहलाते हैं।

क्या यहाँ दी गई आकृति (i), (ii), (iii) व (iv) में चुना गया रास्ता एक जैसा है (हाँ/नहीं) ____________________

वक्र (ii) ए (iii) व (iv) तथा वक्र (v) में क्या अंतर है? क्या आप बता सकते हैं? ____________________

आकृति (i) , (ii), (iii) व (iv) में वक्र खुद को नहीं काट रहा।

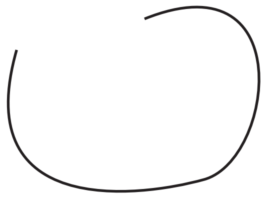
आकृति (v) में वक्र खुद को एक बिंदु पर काट रहा है।

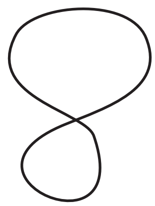
ऐसे वक्र जो खुद को नहीं काटते, सरल वक्र (Simple Curve) **कहलाते हैं।**

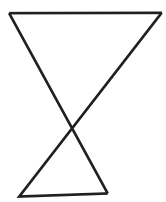
ऐसे वक्र जो खुद को कहीं से भी काटते हैं, बंद वक्र (Close Curve) **कहलाते हैं।**

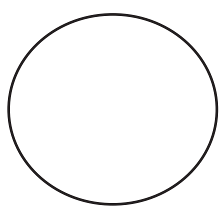
क्या नीचे दिए गए वक्र बंद हैं?

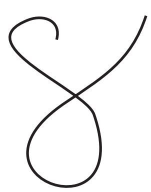
हाँ/नहीं

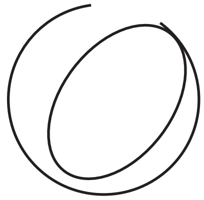
(i) 

(ii) 

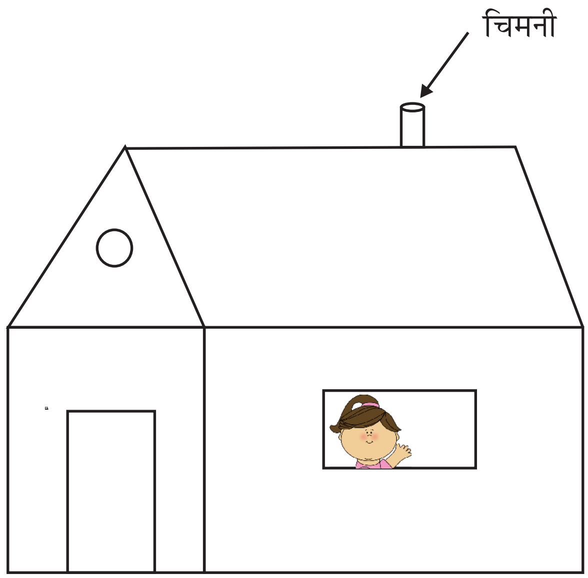
(iii) 

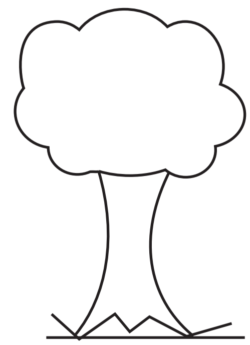
(iv) 

(v) 

(vi) 

आओ देखें :-





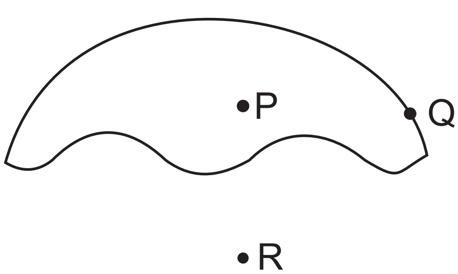
शालिनी का घर

(a) शालिनी कहाँ पर खड़ी है ? घर के अंदर/बाहर/घर पर

(b) पेड़ कहाँ है ? घर के अंदर/बाहर/घर पर

(c) चिमनी कहाँ है ? घर के अंदर/बाहर/घर पर

यहाँ एक वक्र दिखाया गया है । इसमें बिंदु P बिंदु Q तथा बिंदु R की स्थिति देखें।



बिंदु P की स्थिति बताएँ (वक्र पर/ वक्र के अंदर/ वक्र के बाहर)

बिंदु Q की स्थिति बताएँ। (वक्र पर/ वक्र के अंदर/ वक्र के बाहर)

बिंदु R की स्थिति बताएँ। (वक्र पर/ वक्र के अंदर/ वक्र के बाहर)

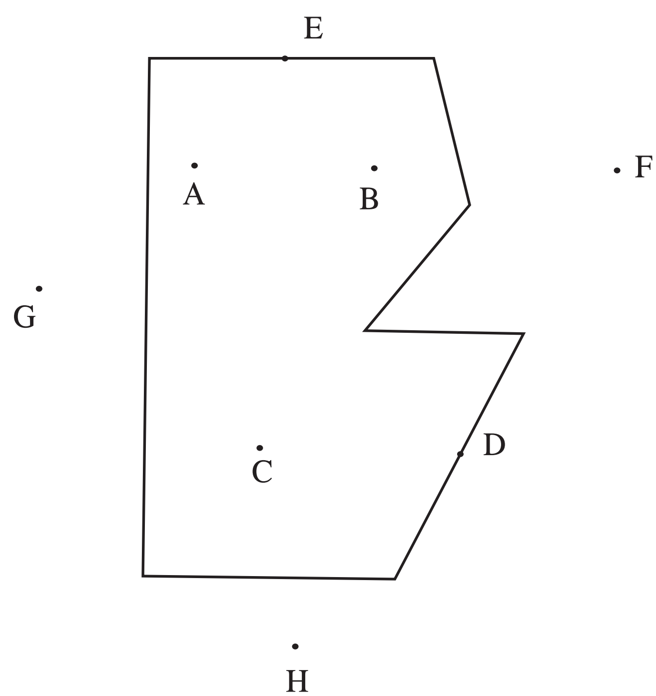
हम पीछे देख सकते हैं कि

बिंदु P वक्र के अंदर के भाग (अभ्यंतर) में है।

बिंदु R वक्र के बाहर के भाग (बहिर्भाग) में है।

बिंदु Q वक्र पर (परिसीमा पर) है।

नीचे दी गई आकृति को देखें तथा सवालों के जवाब दें



वक्र के अभ्यंतर में कौन–कौन से बिंदु हैं? ________________

वक्र के बहिर्भाग में कौन–कौन से बिंदु हैं? ________________

वक्र की परिसीमा पर कौन–कौन से बिंदु हैं? ________________

बहुभुज :-

(i) पाँच स्ट्रॉ (Straw) की मदद से एक सरल आकृति बनाएँ।

(ii) चार स्ट्रॉ (Straw) की मदद से एक सरल आकृति बनाएँ।

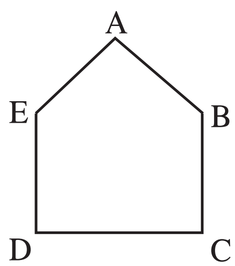
(iii) तीन स्ट्रॉ (Straw) की मदद से एक सरल आकृति बनाएँ।

(iv) दो स्ट्रॉ (Straw) की मदद से एक सरल आकृति बनाएँ।

आओ सोचें।

ऊपर दी गई स्थितियों में से किन स्थितियों में सरल बंद आकृति बन सकती है?

ऊपर दी गई स्थितियों में (i), (ii), (iii) व (iv) में जो बंद आकृतियाँ बनाई गई हैं, उसमें से पाँच भुजाओं वाली सरल आकृति इस प्रकार हो सकती है।



यहाँ आपको कितने बिंदु दिख रहे हैं? ______________

उनके नाम लिखें। ______________

इस आकृति में बनने वाले रेखाखंडों के नाम लिखें। ______________________

इस आकृति में कौन से दो रेखाखंड एक दूसरे के साथ सटे हुए हैं। इन दो रेखाखंडों का एक उभयनिष्ठ बिंदु लिखें।

(i) $\overline{AB}$ और $\overline{AE}$ A

(ii) ______________   ________

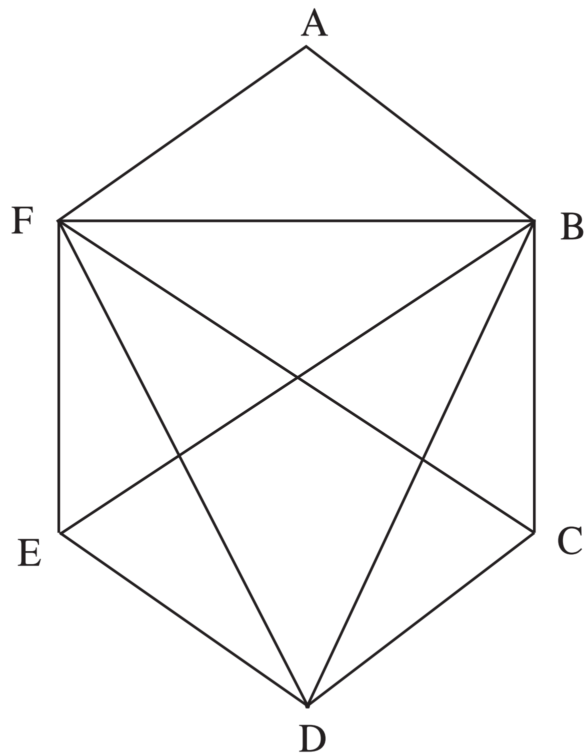
(iii) ______________   ________

(iv) ______________   ________

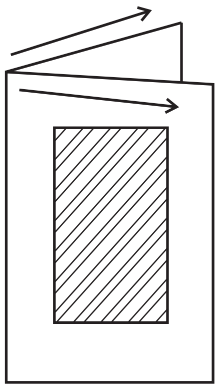
(v) ______________   ________

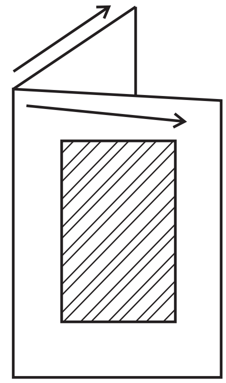
बहुभुज की कोई भी दो भुजाएँ जिनमें एक उभयनिष्ठ (Common) बिंदु हो, आसन्न भुजाएँ कहलाती हैं, तथा उभयनिष्ठ बिंदु आसन्न शीर्ष (Adjacent vertex) कहलाता है।

दी गई आकृति में आसन्न भुजाएँ तथा उभयनिष्ठ शीर्षों के नाम लिखें :-



आसन्न भुजाएँ	उभयनिष्ठ शीर्ष
FE तथा ED	E

(i) 

(ii) 

प्र० :- इन दो ग्रीटिंग कार्ड्स को देखकर बताएँ कि कौन सा अधिक खुला हुआ है ?

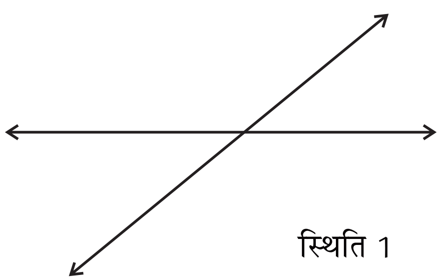
इन दोनों कार्ड्स के किनारे जो दो किरणों की तरह हैं, उनके बीच के झुकाव को कैसे मापा जा सकता है, अध्यापक से चर्चा करें।

इसी प्रकार के चार और उदाहरण अपने आसपास से दें जहाँ कोने बनते हों।

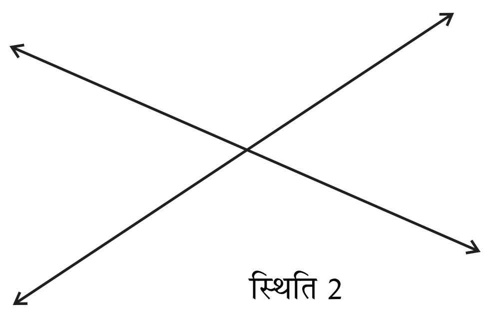
(i) ______________________ (ii) ______________________

(iii) ______________________ (iv) ______________________

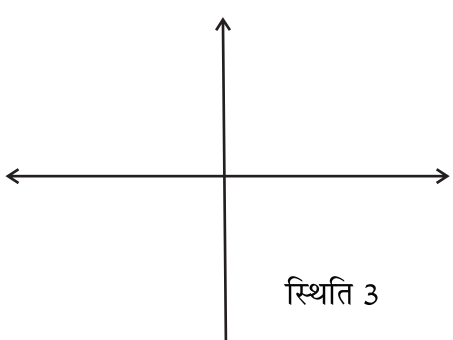
अपनी आँखें बंद करके सोचिए कि दो रेखाएँ एक-दूसरे को काट रही हैं। अब जो आपने सोचा, उसे कॉपी पर बनाएँ। आप देखेंगे कि दो रेखाएँ किसी भी तरह एक-दूसरे को काटें तो कुछ निम्न प्रकार की स्थितियाँ उभरती हैं।



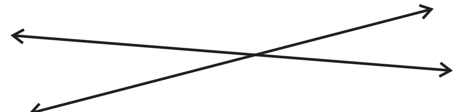
स्थिति 1



स्थिति 2



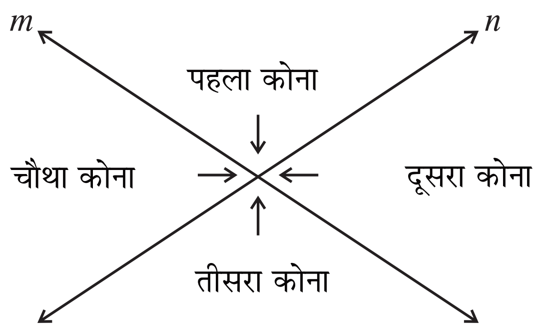
स्थिति 3



स्थिति 4

क्या आपकी बनाई गई आकृतियाँ पीछे दी गई आकृतियों से भिन्न हैं ? यदि हाँ, तो अपने दोस्तों से इसके बारे में चर्चा करें।

ऊपर दी गई आकृतियों में हम देखते हैं कि जहाँ रेखाएँ एक-दूसरे को काटती हैं, उस बिंदु के आसपास चार कोने बन गए हैं। क्या आप उन कोनों को देख सकते हैं ? यदि नहीं, तो अपने दोस्तों एवं अध्यापक की मदद लें।

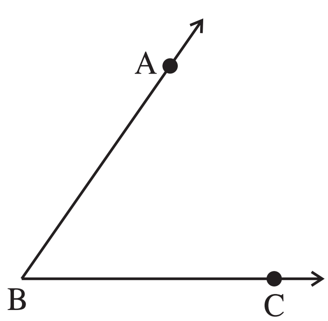


इन्हीं कोनों को हम कोण कहते हैं। हम यह भी कह सकते हैं कि जब दो रेखाएँ/ रेखाखंड/ किरण एक-दूसरे को काटती (प्रतिच्छेद) हैं, तो कोण बनते हैं। कोणों को हम दो रेखाओं के एक-दूसरे से झुकाव द्वारा भी समझते हैं।

कोण बनाने के लिए हम एक ही बिंदु से दो अलग-अलग दिशाओं में किरण ले सकते हैं। आप भी अलग-अलग तरह के कोण बनाएँ और अपने दोस्तों को दिखाएँ।

कोणों का मापन

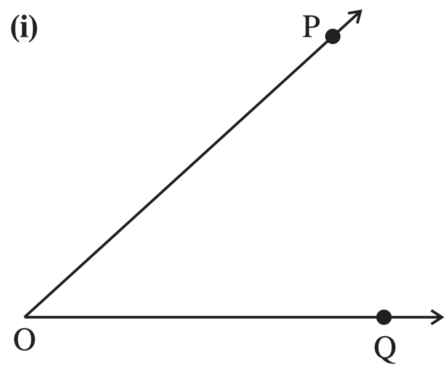
जिस प्रकार हम लंबाई को पैमाने की सहायता से नापते हैं, वज़न के लिए तराजू का इस्तेमाल करते हैं, उसी प्रकार कोण के लिए चाँदा (कोणमापक) का इस्तेमाल होता है। जैसे लंबाई को मीटर/से.मी. में, वज़न को किलोग्राम या ग्राम में मापा जाता है, उसी प्रकार कोण को डिग्री में मापते हैं। हम डिग्री में कोण को मापने के लिए चाँदा (कोणमापक) का इस्तेमाल करते हैं। आगे चलकर हम कोणों को मापना सीखेंगे।



हम दी गई आकृति में देख सकते हैं दो किरणें $\overrightarrow{BA}$ तथा $\overrightarrow{BC}$ एक कोण बना रही हैं। इसको हम $\angle ABC$ या $\angle CBA$ या फिर $\angle B$ के नाम से जानते हैं।

नीचे दी गई आकृति को देखें ओर जवाब दें।

(i)



प्र० किरणों के नाम लिखें।

____

प्र० दोनों किरणों के प्रारंभ बिंदु का नाम लिखें।

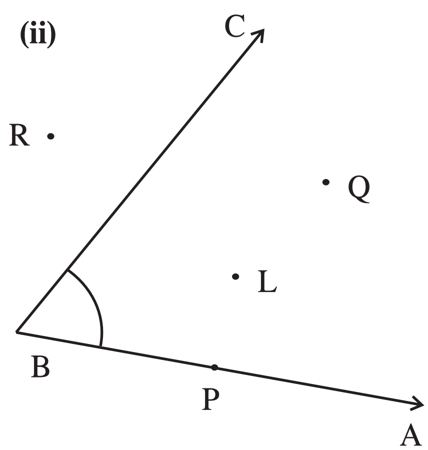
____

प्र० आकृति में दिए गए कोण का नाम लिखें।

____

अंदर का भाग – अभ्यंतर
बाहरी भाग – बहिर्भाग

(ii)



प्र० बिंदु P कहाँ पर स्थित है? (कोण पर/कोण के अंदर/कोण के बाहर)

____

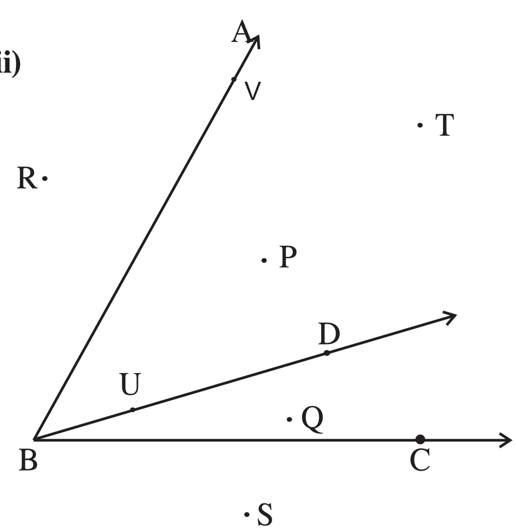
प्र० बिंदु R कहाँ पर स्थित है? (कोण पर/कोण के अंदर/कोण के बाहर)

____

प्र० बिंदु L कहाँ पर स्थित है? (कोण पर/कोण के अंदर/कोण के बाहर)

____

(iii)



$\angle$ABC के अभ्यंतर में स्थित बिंदु ________

$\angle$ABC के बहिर्भाग में स्थित बिंदु ________

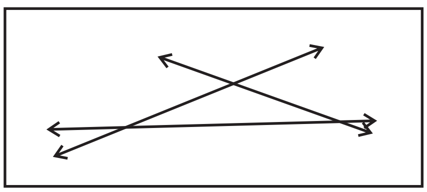
$\angle$DBC पर स्थित बिंदु ________

$\angle$ABD पर स्थित बिंदु ________

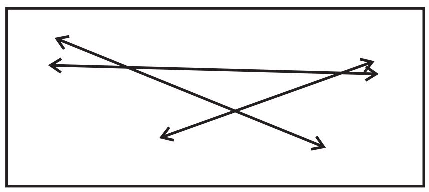
त्रिभुज

अपनी आँखें बंद करके ऐसी कल्पना करिए कि तीन रेखाएँ एक-दूसरे को अलग-अलग बिंदुओं पर काट रही हैं। अब आप के दिमाग में जो चित्र उभर रहा है। उसे नीचे बॉक्स में बनाएँ।

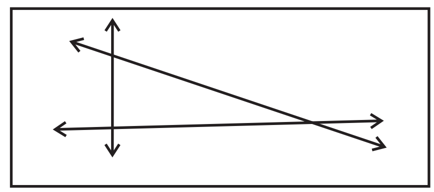
रीना और उसके दोस्तों ने भी कल्पना करते हुए निम्न आकृतियाँ बनाईं।



(1)



(2)



(3)

आइए, कुछ सवालों के जवाब दें।

प्र० तीन रेखाओं के कटने से कोई बंद आकृति बनती है। _________ (हाँ/नहीं)

प्र० इस बंद आकृति की कितनी भुजाएँ हैं। _________

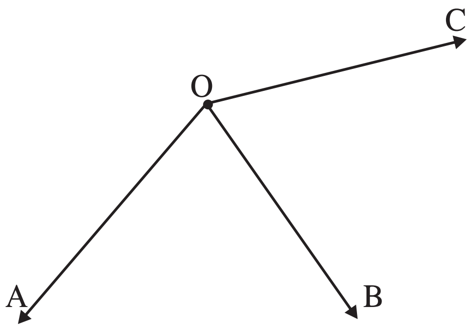
इस प्रकार बनी तीन भुजाओं की सरल बंद आकृति को त्रिभुज कहते हैं।

नीचे दिए गए खाली स्थान में अलग-अलग त्रिभुज की आकृतियाँ बनाएँ।

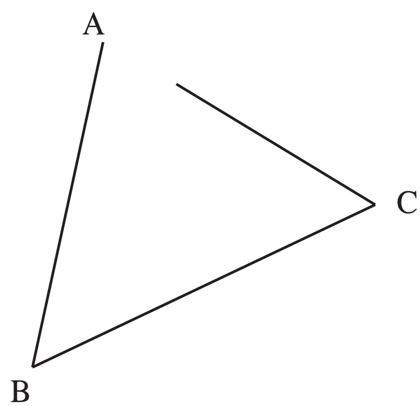
आइए नीचे दी गई आकृतियों को देखें और यह बताएँ कि क्या वह आकृति त्रिभुज है या नहीं। मज़ेदार बात यह है कि सभी आकृतियाँ तीन–तीन रेखाखंडों से मिलकर बनी हैं।

क्या आकृति त्रिभुज है (हाँ या नहीं)

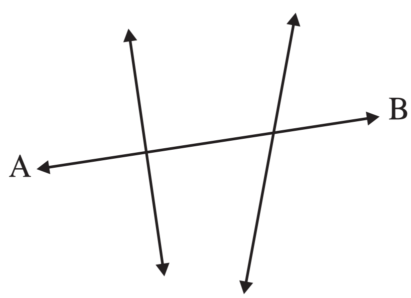
(i)



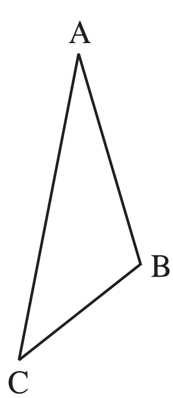
(ii)



(iii)

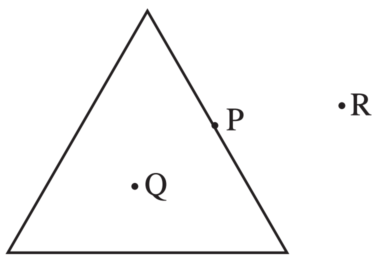


(iv)



पीछे दी गई आकृतियों के आधार पर क्या हम सोच सकते हैं कि एक त्रिभुज कब बना है तथा त्रिभुज की पहचान कैसे करेंगे?

आओ अब त्रिभुज के अंदर के भाग के बारे में सोचे। नीचे दिए गए त्रिभुज में रंग भरें।



यदि हमसे त्रिभुज के बाहर के भाग में रंग भरने के लिए कहा जाए तो हम कहाँ-कहाँ रंग भरेंगे? अपने साथियों एवं अध्यापक से चर्चा करें।

त्रिभुज के अंदर के बंद भाग को अभ्यंतर भाग तथा बाहर वाले भाग को बहिर्भाग कहते हैं।

अब बताएँ।

बिंदु Q कहाँ स्थित है? : त्रिभुज के अंदर (अभ्यंतर)

बिंदु R कहाँ स्थित है? : त्रिभुज के ______

बिंदु P कहाँ स्थित है? : त्रिभुज के ______

क्या हम सोचकर बता सकते हैं कि एक त्रिभुज के अभ्यंतर भाग में कितने कोण होते हैं?

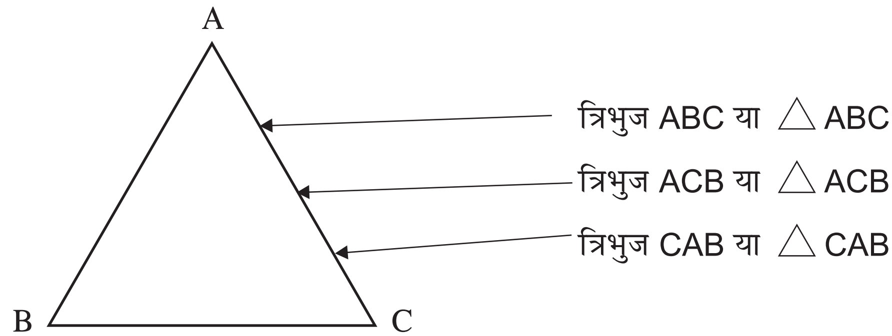
हम देख सकते हैं कि त्रिभुज के
तीन शीर्ष, तीन भुजाएँ, तीन कोण होते हैं।

त्रिभुज = त्रि+भुज = तीन भुजाओं वाली बन्द आकृति

त्रिकोण = त्रि+कोण = तीन कोणों वाली बन्द आकृति

आइए, त्रिभुज का उसके शीर्ष बिंदुओं के नामों की सहायता से उसका नामकरण करते हैं।
जैसे:-

△ चिन्ह
त्रिभुज को दर्शाता है।

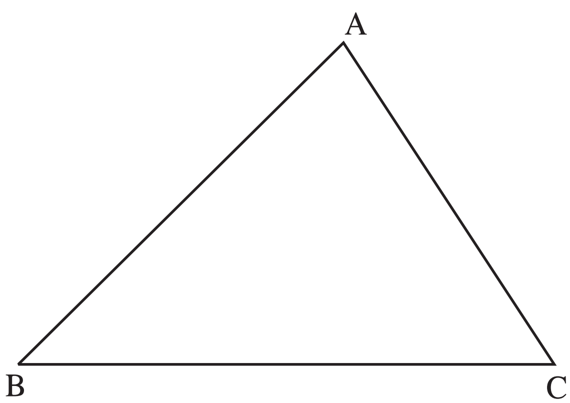


हम देखते है कि त्रिभुज को 6 नाम से संबोधित कर सकते हैं।

क्या त्रिभुज के और भी नाम हो सकते हैं?
लिखने का प्रयास कीजिए।

त्रिभुज _________ या _________
_________ या _________
_________ या _________

आइए, त्रिभुज को समझते हैं।



ΔABC में कितने कोण हैं? ☐

इन कोणों के नाम लिखो -

(1) $\angle$A या $\angle$BAC या $\angle$CAB

(2) _________

(3) _________

ΔABC में कितनी भुजाएँ हैं? ☐

इन भुजाओं के नाम लिखो

(1) AB_________

(2) _________

(3) _________

चतुर्भुज

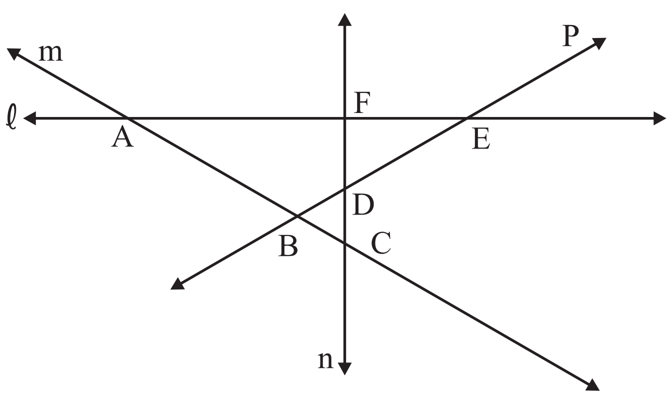
आओ करके देखें।

अपनी कॉपी में चार रेखाएँ बनाइए और हम देखने की कोशिश करते हैं कि ये चार रेखाएँ अधिक से अधिक कितने बिंदुओं पर एक दूसरे को प्रतिच्छेद कर सकती हैं।

आपके द्वारा बनाई गई रेखाएँ कितने बिंदुओं पर काट रही हैं?

जोसफ़, जो कि दिल्ली के एक सरकारी स्कूल में सातवीं कक्षा में पढ़ता है, ने भी ऐसी चार रेखाएँ बनाईं। उसने अपने साथियों से बातचीत करके कुछ इस तरह से रेखाएँ बनाईं कि उन्होंने एक दूसरे को 6 बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद किया।

आकृति



जोसफ़ की 4 रेखाएँ

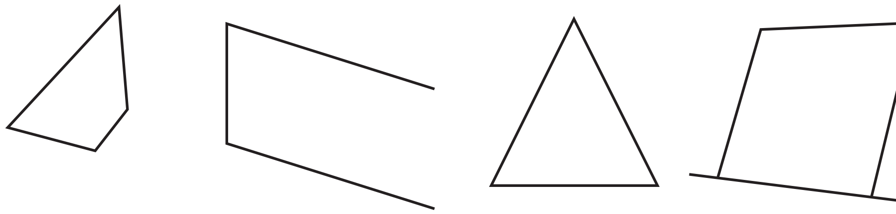
आकृति में हम देख सकते हैं कि चार रेखाएँ ℓ, m, n, p एक दूसरे को 6 बिंदुओं A, B, C, D, E, F पर काट रही हैं।

हमने देखा जोसफ़ की 4 रेखाएँ 6 बिंदुओं पर काटती हैं। क्या आप 6 से अधिक बिंदुओं पर अपनी रेखाओं को प्रतिच्छेद करा सकते हैं? करके देखिए।

- अगर आपका उत्तर 'नहीं' है तो आप भी अपनी 4 रेखाओं को 6 अलग–2 बिंदुओं पर प्रतिच्छेद कराएँ।
- जोसफ़ की बनाई आकृति को देखकर बताएँ कि रेखाओं के काटने पर कितनी बंद आकृतियाँ बनीं?
- आकृतियों के नाम भी दीजिए जैसे BDC, DEF, ABDF, ..., ..., ..., ...,
- जोसफ़ की बनाई गई आकृति में हम देख सकते हैं कि कुल 3 बंद आकृतियाँ हैं, जिनमें एक बंद आकृति ABDF ऐसी है जिसकी 4 भुजाएँ हैं।

चार भुजाओं वाली ऐसी बंद आकृतियाँ, चतुर्भुज कहलाती हैं।

चतुर्भुज आकृतियों पर घेरा कीजिए।



अब अपने आसपास दिखने वाली उन वस्तुओं के नामों की सूची बनाएँ जिनमें चतुर्भुज की आकृति दिखती है।

कमरे के अंदर दिखने वाली दीवार

....

....

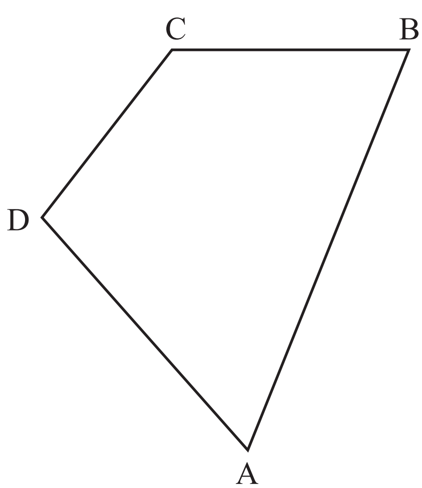
....

....

....

आइए, अब हम कोशिश करते हैं कि एक चतुर्भुज में कौन–कौन से ज़रूरी भाग हो सकते हैं।

रिक्त स्थान भरिए।

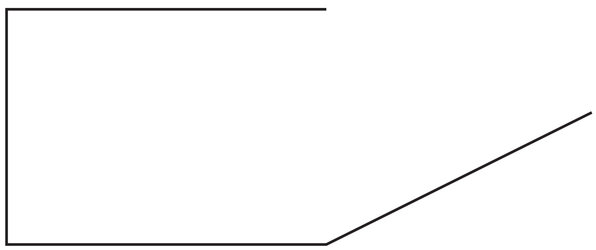


1. हम चतुर्भुज में देख सकते हैं कि उसकी ....भुजाएँ होती हैं।

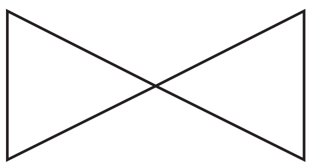
2. हम चतुर्भुज में देख सकते हैं कि उसके...................शीर्ष होते हैं।

3. हम चतुर्भुज में देख सकते हैं कि उसके.......................अभ्यंतर (अंदर वाले) कोण होते हैं।

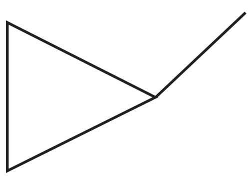
नीचे दी गई आकृतियों को ध्यान से देखते हैं और यह जानने की कोशिश करते हैं कि क्या ये आकृतियाँ चतुर्भुज हैं? अगर ये आकृतियाँ चतुर्भुज नहीं हैं तो क्यों?



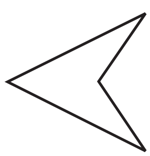
(a) क्या आकृति चतुर्भुज है............................... (हाँ/नहीं)
अगर आपका उत्तर नहीं है तो कारण बताएँ..

(b) 

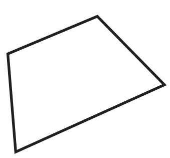
क्या आकृति चतुर्भुज है............................... (हाँ/नहीं)
अगर आपका उत्तर नहीं है तो कारण बताएँ...

(c) 

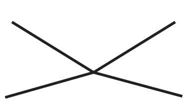
क्या आकृति चतुर्भुज है............................... (हाँ/नहीं)
अगर आपका उत्तर नहीं है तो कारण बताएँ...

(d) 

क्या आकृति चतुर्भुज है............................... (हाँ/नहीं)
अगर आपका उत्तर नहीं है तो कारण बताएँ...

(e) 

क्या आकृति चतुर्भुज है............................... (हाँ/नहीं)
अगर आपका उत्तर नहीं है तो कारण बताएँ...

(f) 

क्या आकृति चतुर्भुज है............................... (हाँ/नहीं)
अगर आपका उत्तर नहीं है तो कारण बताएँ...

आइए, दिए गए चतुर्भुज के बारे में कुछ और जानते हैं।

(i) दिए गए चतुर्भुज का नाम PQRS हो सकता है। क्या आप इस चतुर्भुज के और भी नाम बता सकते हैं?

जैसे QRSP, SPQR, SRQP, ______ , ______ , ______ , ______ , ______ ,

(ii) चतुर्भुज के चारों कोणों के नाम ______ ______ ______ ______ हैं।

(iii) चतुर्भुज की चारों भुजाओं के नाम ______ ______ ______ ______ हैं।

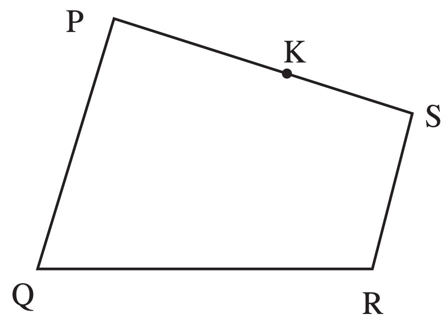
(iv) बिंदु K ________ भुजा पर स्थित है।

(v) PS तथा SR _________ भुजाएँ हैं। (आसन्न/सम्मुख)

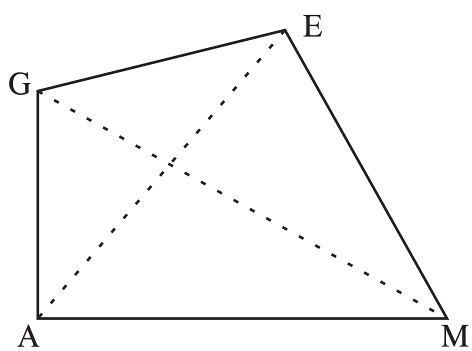
(vi) PS तथा QR _________ भुजाएँ हैं। (आसन्न/सम्मुख)

(vii) PQ तथा QR _________ भुजाएँ हैं। (आसन्न/सम्मुख)

(viii) PQ तथा SR _________ भुजाएँ हैं। (आसन्न/सम्मुख)



दिए गए चतुर्भुज GAME में G को M से तथा A को E से सीधी रेखा द्वारा मिलाइए।



रेखाखंड GM तथा AE चतुर्भुज के विकर्ण हैं।

प्र० आसन्न भुजाओं के जोड़ों के नाम लिखिए।

GE और EM, ________, ________, ________,

प्र० सम्मुख भुजाओं के जोड़ों के नाम लिखिए।

GE और AM, ________

वृत्त

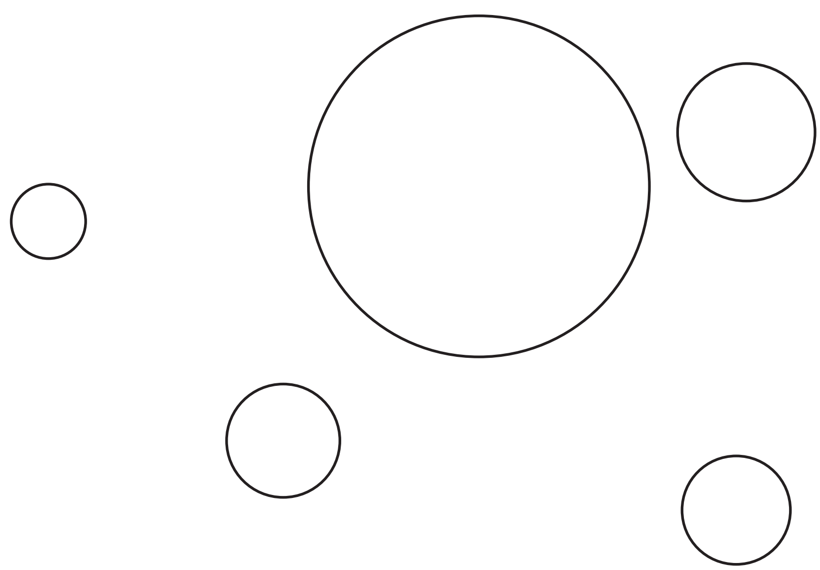
दोस्तो, आपने बचपन में एक कविता पढ़ी होगी। कविता कुछ इस तरह से है :

मम्मीजी की रोटी गोल–गोल
पापाजी के पैसे गोल–गोल
दादाजी का चश्मा गोल–गोल
दादीजी की बिंदी गोल–गोल
चमकता चंदा गोल–गोल
दमकता सूरज गोल–गोल
हम भी गोल–गोल, तुम भी गोल–गोल
सारी दुनिया गोल–गोल

एक गोल सरल बंद वक्र को हम वृत्त कहते हैं। वृत्त एक बहुभुज नहीं है।

अपने आसपास से कुछ वस्तुओं के उदाहरण दीजिए जो वृत्त की आकृति से मिलती हों।

(i) चूड़ी
(ii) ______
(iii) ______
(iv) ______
(v) ______
(vi) ______
(vii) ______
(viii) ______
(ix) ______
(x) ______



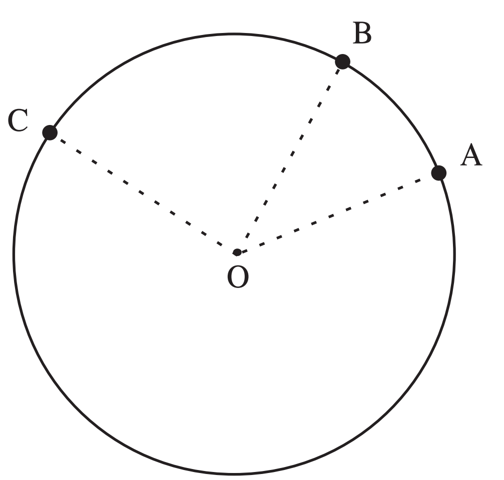
आओ करके देखें :-

किसी चूड़ी या गोल ढक्कन को कागज़ पर रखकर उसके चारों तरफ पेंसिल घुमाकर एक वृत्त बनाएँ।

अब परकार की सहायता से एक वृत्त बनाएँ।

वृत्त बनाते हुए आपने जहाँ परकार की नोंक रखी, उस बिंदु को हम **केन्द्र** कहेंगे।

वृत्त के भाग



(OA, OB तथा OC सभी वृत्त की त्रिज्याएँ हैं।)

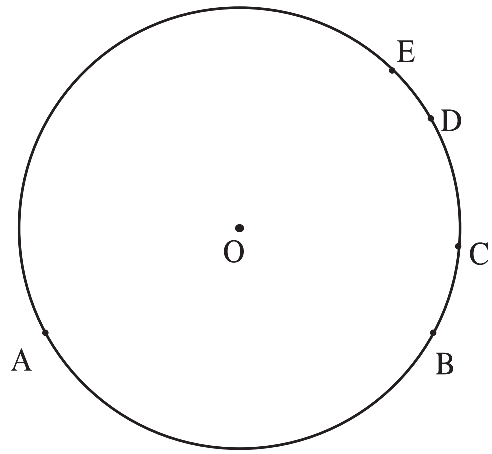
O वृत्त का केन्द्र है। A, B तथा C वृत्त पर कोई तीन बिंदु हैं। OA, OB तथा OC को मिलाकर, उनको मापें।

OA = ________

OB = ________

OC = ________

हम देखते हैं कि वृत्त के केन्द्र से वृत्त की परिसीमा की दूरी हमेशा बराबर रहती है। इस दूरी को त्रिज्या कहते हैं।



A को B से सीधी रेखा द्वारा मिलाएँ।
A को C से सीधी रेखा द्वारा मिलाएँ।
A को D से सीधी रेखा द्वारा मिलाएँ।
A को E से सीधी रेखा द्वारा मिलाएँ।

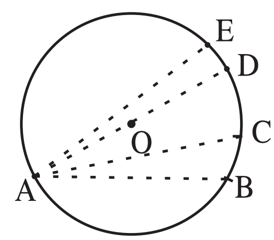
प्र० बिंदु A, B, C, D और E कहाँ पर स्थित हैं? __________ (वृत्त पर / वृत्त के अंदर / वृत्त के बाहर)

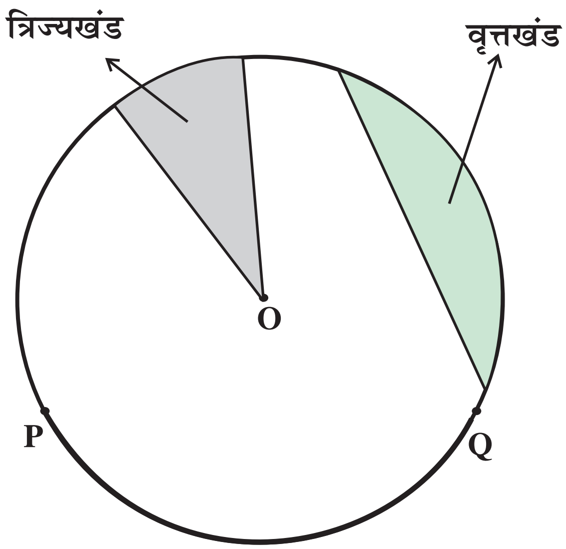
प्र० रेखाखंड AB, AC, तथा AD में, O से गुज़रने वाला रेखाखंड कौन सा है? __________

प्र० क्या बिंदु A, O तथा D एक ही रेखा में हैं? __________ (हाँ/नहीं)

प्र० AE, AD तथा AC में सबसे बड़ा रेखाखंड कौन सा है? __________

ऊपर दी गई आकृति में AB, AC, AD तथा AE वृत्त की जीवाएं हैं।
AD विशेष जीवा है, जो केन्द्र से गुज़रती है। इसे व्यास कहते हैं।

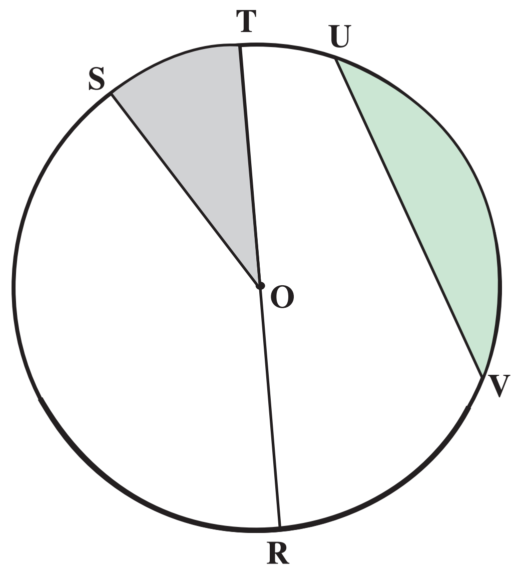




- वृत्त की परिसीमा के साथ-साथ चली गई दूरी उसकी परिधि कहलाती है।
- PQ वृत्त की परिसीमा का एक भाग है। जिसे हम वृत्त की चाप भी कह सकते हैं।
- वृत्त के अंदर का वह भाग जो दो त्रिज्याओं तथा संगत चाप से घिरकर बना हो, त्रिज्यखंड कहलाता है।
- वृत्त के अंदर का वह भाग जो वृत्त की एक जीवा और संगत चाप से घिरकर बना हो, वृत्तखंड कहलाता है।

दी गई आकृति को देखकर बताइए :

1. वृत्त के केन्द्र का नाम
2. वृत्त की तीन त्रिज्याओं के नाम
3. वृत्त के एक व्यास का नाम
4. वृत्त की दोनों जीवाओं के नाम
5. वृत्त की एक चाप का नाम



आओ करके देखें

किसी चूड़ी या गोल ढक्कन को कागज़ पर रखकर उसके चारों तरफ एक पेंसिल घुमाकर एक वृत्त बनाएँ। अब उस वृत्त को काट लें। क्या आप कागज़ के उस वृत्त का केन्द्र ज्ञात कर सकते हैं? अपने अध्यापक से चर्चा करें।

आइए दोस्तो, एक रोल प्ले पढ़ते हैं। और इसे साथियों और अध्यापक की मदद से खेलते हैं ।

ज्यामिति क्या है 1

आठ छात्र

क्लास में टीचर बच्चों को खेल कराता है। तरह-तरह की मुद्राओं में बच्चे चारों तरफ़ खाली स्थान में बिखरे हुए हैं। सभी बच्चे जहाँ खड़े हैं, वहीं अपनी आँखें बंद करके बैठ जाते हैं और आगे जो-जो निर्देश दिए जाते हैं, उन्हें ध्यान से सुनते हुए एक्शन करते हैं।

नीरज(टीचर) : सभी बच्चे क्या देख रहे हैं?

अतुल : सर दिखेगा कहाँ से, हम सबकी आँखें तो बंद हैं।

नीरज : आँख बंद करके भी ध्यान से देखो क्या कुछ दिखाई दे रहा है?

मोहसिन : सर अँधेरा नज़र आ रहा है।

डेविड : सर अँधेरे में कुछ तिनके तिनके से चलते नज़र आ रहे हैं।

नीरजः बिल्कुल सही, और ध्यान से देखो. उनमें सबसे छोटी चीज़ क्या नज़र आ रही है?

(थोड़ी देर चुप्पी रहती है।)

अतुलः सर एक छोटा सा बिंदु नज़र आ रहा है।

डेविडः छोटे-छोटे बहुत से बिंदु हैं सर।

नीरजः ठीक है। क्या कोई ऐसी चीज़ भी नज़र आ रही है जो इतनी छोटी है कि उसे नाप नहीं सकते?

अतुलः जी सर, बहुत छोटा और हल्का बिंदु।

नीरजः ठीक है अब ज़रा आँख खोलिए और ब्लैक बोर्ड पर उस छोटे और हल्के बिंदु को बनाकर दिखाओ।

(सभी आँखें खोलते हैं। क्लास में मैं-मैं का स्वर तेज़ हो जाता है। बच्चे अपने हाथ उठाते हैं। सभी बारी-बारी से ब्लैक बोर्ड पर आते हैं। बच्चे अपनी-अपनी कल्पना और सोच के मुताबिक बिंदु बनाते हैं।)

नीरजः मगर ये बिंदु है क्या और कितना बड़ा है?

डेविडः सर जो सबसे छोटा है और सुई की पैनी नोंक के बराबर होता है।

मोहसिनः कुदरत में एक छोटी से छोटी चीज़, जिसे नापा न जा सके, बिंदु कहलाती है।

नीरजः ठीक है, इन बहुत सारे बिंदुओं को अगर पास पास रखा जाए तो क्या सूरत होगी?

(नीरज चार पात्रों को स्टेज पर बुलाता है।)

नीरजः मान लीजिए ये चारों बच्चे चार बिंदु हैं और इन्हें सटाकर बिल्कुल पास पास रखा गया।

(चारों बच्चों को सटाकर खड़ा करता है।)

नीरजः इन बिंदुओं को अगर और सटा दिया जाय तो ये सूरत कुछ इस तरह होगी।

मोहसिनः अरे ये तो रेखा बन गई।

नीरजः बिल्कुल सही। ये एक रेखा बन गई। दरअसल ये तो रेखा का एक टुकड़ा है...इसे कहते हैं रेखाखंड। जैसे ये चार बच्चे ...न तो इनसे पहले कोई और बच्चा है और न ही इनके बाद कोई बच्चा है। दोनों ओर की सीमा तय हैं। इन्हें आगे पीछे नहीं बढ़ाया जा सकता।

मगर जब इस रेखाखंड को दोनों ही ओर घटाया-बढ़ाया जा सके तो इसे कहेंगे रेखा।

अतुलः मतलब चार बच्चों से पहले या बाद में बहुत से और भी बच्चे खड़े करते चले जाएँ तो उससे बनेगी रेखा।

नीरजः बिल्कुल ठीक। और अगर एक तरफ़ बहुत से बिंदु जोड़ते चले जाएँ और दूसरी तरफ़ कोई बिंदु न जोड़ें तो उसे क्या कहेंगे।

किरनः मैं बताऊँ?

नीरजः ज़रूर बताओ।

किरनः इसे कहेंगे किरण।

नीरजः किरन, मगर तुम्हें ये कैसे मालूम?

किरनः कल मेरे पापा ने बताया था कि किरण हमेशा एक ओर को चलती है। जैसे सूरज की किरणें सूरज से हमारी ओर आती हैं।

नीरजः अच्छा तो तुम्हारा नाम भी किरन इसलिए है क्योंकि तुम एक ही दिशा में चलती हो। क्लास से लाइब्रेरी की ओर। शाबाश। बहुत अच्छे।

किरनः मेरा एक सवाल है सर। क्या ये ज़रूरी है कि जब हम बिंदुओं को मिलाएँ तो वो सीधी रेखा में ही मिलें?

नीरजः बिल्कुल वाजिब सवाल। ये बिल्कुल ज़रूरी नहीं है कि वे बिंदु सीधी रेखा में ही मिलें। वो टेड़े-मेढ़े भी मिल सकते हैं। और ऐसी टेड़ी-मेढ़ी रेखाओं को कहते हैं वक्र रेखाएँ।

किरनः पर सर सीधी रेखा और टेड़ी रेखा मतलब वक्र रेखा में

हम कैसे फ़र्क करेंगे ?

नीरज: किन्हीं दो बिंदुओं को मिलाने वाला छोटे से छोटा रास्ता सीधी रेखा कहलाएगा जबकि बाक़ी सभी रास्ते वक्र रेखा कहलाएँगे।

डेविड: तो सर क्या हम कुल मिलाकर कह सकते हैं कि बहुत सारे बिंदुओं को मिलाकर हमें रेखा प्राप्त होती है ?

नीरज: हाँ, बिल्कुल सही डेविड। जब हम रेखा खींचते हैं तो बिंदु बिंदु करके नहीं खींचते। लगातार खींचते चले जाते हैं। इसका मतलब ये है कि उस रेखा को खींचने में हमने हज़ारों-लाखों बिंदुओं को बनाया और सभी को एक ही झटके में मिला दिया।

मोहसिन: तो क्या सर हम ये कह सकते हैं कि रेखा का कोई अंत बिंदु नहीं होता और किरण का एक अंत बिंदु होता है। वहीं रेखाखंड में दो अंत बिंदु होते हैं।

नीरज : एकदम ठीक मोहसिन। इन्हें हम एक साथ ऐसे समझ सकते हैं।

(ब्लैक बोर्ड पर खींचता है या पोस्टर के ज़रिये दिखाता है।)

मोहसिन: इससे तो ये समझ आता है कि रेखाखंड और किरण रेखा के ही भाग होते हैं ?

नीरज: बिल्कुल सही कहा तुमने मोहसिन, रेखाखंड और किरण रेखा के ही भाग होते हैं।

(टीचर अब बाक़ी के सात बच्चों को बारी बारी से ब्लैक बोर्ड पर आने को कहता है। और तरह - तरह की रेखाएं खींचने को कहता है। उनमें से कुछ बच्चे रेखाएँ खींचते हैं, कुछ रेखाखंड तो कुछ किरण।

नीरज: अब रेखाएँ इस तरह बनाओ कि वो एक दूसरे को काटें.

(छात्र विभिन्न प्रकार की रेखाओं के ज़रिये एक दूसरे को काटते हैं। इसके लिए सिर्फ रेखाओं के ज़रिये ही नहीं, वरन कुछ बच्चों को एक-एक रेखाखंड में खड़ाकर इस तरह बनाया जा सकता है कि ये रेखाखंड एक दूसरे को काटकर जाएँ।)

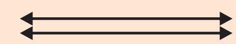
नीरज: जब दो रेखाएं एक दूसरे को काटती हैं, ऐसी रेखाओं को एक दूसरे को काटने वाली रेखाएँ कहते हैं। इन्हें प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहा जाता है।

किरन: सर, इस तरह तो प्रतिच्छेदी हमारे यहाँ सड़कें भी होती हैं, जिन्हें चौराहा भी कहते हैं।

मोहसिन: इस तरह तो कैंची भी होती है। जिसकी दोनों भुजाएँ एक दूसरे को प्रतिच्छेद करती हैं।

डेविड: ख़तरे के निशान में भी दो रेखाएँ एक दूसरे को प्रतिच्छेद करती हैं।

नीरज: बिल्कुल सही कहा तुम तीनों ने। अच्छा अब ये बताओ अगर वे रेखाएँ एक-दूसरे को काटती नहीं हैं तो वे कैसी रेखाएँ होंगी ?



(बच्चों में से किसी का कोई जवाब नहीं आता।)

नीरज: अब देखो इन रेखाओं को आगे पीछे कितना भी बढ़ाया जाये - ये एक-दूसरे को कभी नहीं काट सकतीं।

अतुल: कभी नहीं ?

मोहसिन: ये तो रेलगाड़ी की पटरियों की तरह हैं।

नीरज: हाँ। सही कहा मोहसिन तुमने। ये रेलगाड़ी की पटरियों की ही तरह हैं। रेलगाड़ी की ये पटरियाँ क्या कभी एक-दूसरे को काटती हैं ?

किरन: कभी नहीं। बल्कि दोनों पटरियों का अंतर हर जगह समान होता है।

नीरज: बिल्कुल सही किरन। अब चूंकि अंतर समान होता है इसलिए उन रेखाओं को कहते हैं - समान्तर रेखाएँ क्या कोई समान्तर रेखाओं के और नमूने बता सकता है ?

रमेश: (जो शुरू से चुपचाप था और बातें सुन रहा था।) स्केल के दोनों सिरे।

ममता: मेज़ के आमने-सामने के सिरे।

डेविड: छत में लगे गर्डर के दोनों ओर के सिरे।

नीरज: शाबाश प्यारे बच्चो। हम सब कल प्रतिच्छेदी और समांतर रेखाओं के ऐसे पांच-पांच उदहारण अपनी कापी में लिखकर लाएँगे जिन्हें हम अपने घर के आसपास देखते हैं।

Learning Outcomes (अधिगम सम्प्राप्ति)

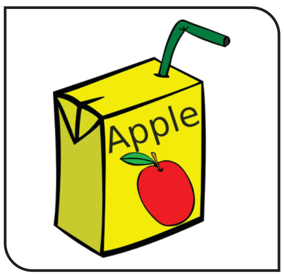
1. ज्यामितीय बॉक्स में दिये गये उपकरणों को पहचानना तथा उनका प्रयोग कर पाना।
2. वृत्त एवं कोण के विभिन्न भागों को पहचान पाना।
3. ज्यामिति बॉक्स के विभिन्न उपकरणों का प्रयोग करके वृत्त, रेखाखंड तथा कोण मापन, रचना कर पाना और इनके समद्विभाजक खींचना।

अध्याय 4 – प्रारंभिक आकारों को समझना

बच्चो,

अब तक हम रेखा, रेखाखंड, वक्र, किनारा, त्रिभुज, वृत्त, ... आदि आकृतियों की जानकारी प्राप्त कर चुके हैं। आज हम प्रारंभिक आकारों को समझने की कोशिश करेंगे।

- क्या आप कोने, किनारे, तल, खुला वक्र और बंद वक्र को पहचान पाते हैं?
- नीचे दी गई वस्तुओं के चित्रों में यह पहचानने की कोशिश कीजिए कि कितने रेखाखंड, कोण, त्रिभुज, बहुभुज और वृत्त दिखाई दे रहे हैं?

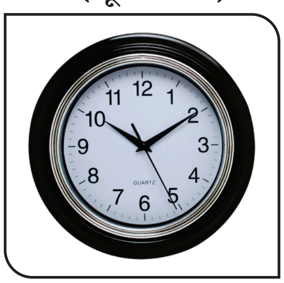


Juice Box
(जूस बॉक्स)

Soup Can
(सूप कैन)

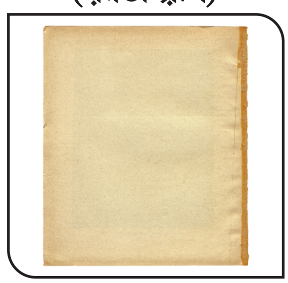
Picture Frame
(फ़ोटो फ्रेम)

Basketball
(बॉस्केट बॉल)



Clock
(घड़ी)

Ice Cream
(आइसक्रीम)



Paper
(पेपर)

Ice
(बर्फ़)

- हम देखते हैं कि इन चित्रों में जो रेखाखंड, कोण ... आदि दिखाई दे रहे हैं, उनमें कोई छोटा है तो कोई बड़ा या हम कह सकते हैं इनके साइज़ (माप) अलग-अलग हैं।
- छोटी रेखा या बड़ी रेखा के साइज़ में कितना फ़र्क है? यह जानने के लिए हमें इनके मापों की तुलना करनी सीखनी होगी।

देखकर तुलना करना:–

इन चित्रों को देखो:– यदि आपसे कहा जाए कि बताइए पेंसिल बड़ी है या घड़ी ? तो आप सोच में पड़ जाएँगे। परंतु यदि यह बताना हो कि पेंसिल बड़ी है या कंघा ? तो उत्तर है –कंघा (आप चित्र देखकर तुलना कर रहे हैं।) हम ब्लॉक गिनकर भी तुलना कर सकते हैं।

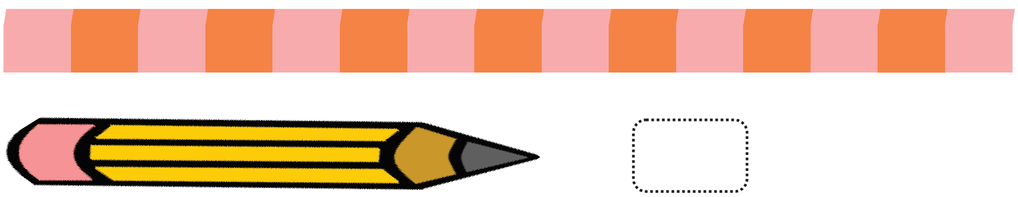
करके देखो।

(1)

8

block (ब्लॉक)

(2)

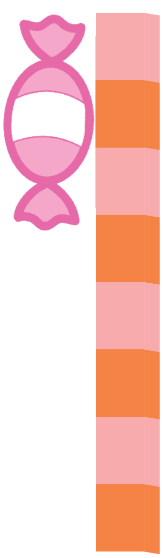


block (ब्लॉक)

(3)

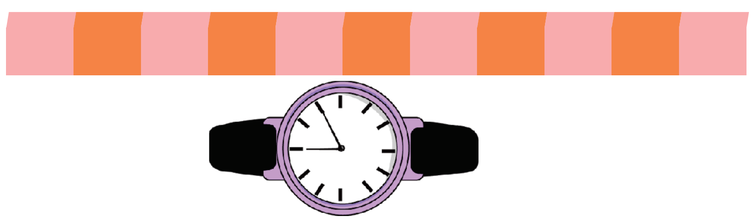
block (ब्लॉक)

(4)

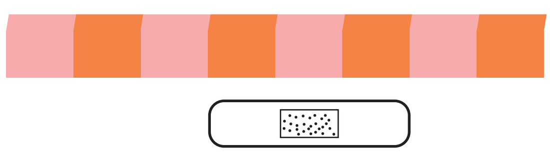


block (ब्लॉक)

(5)

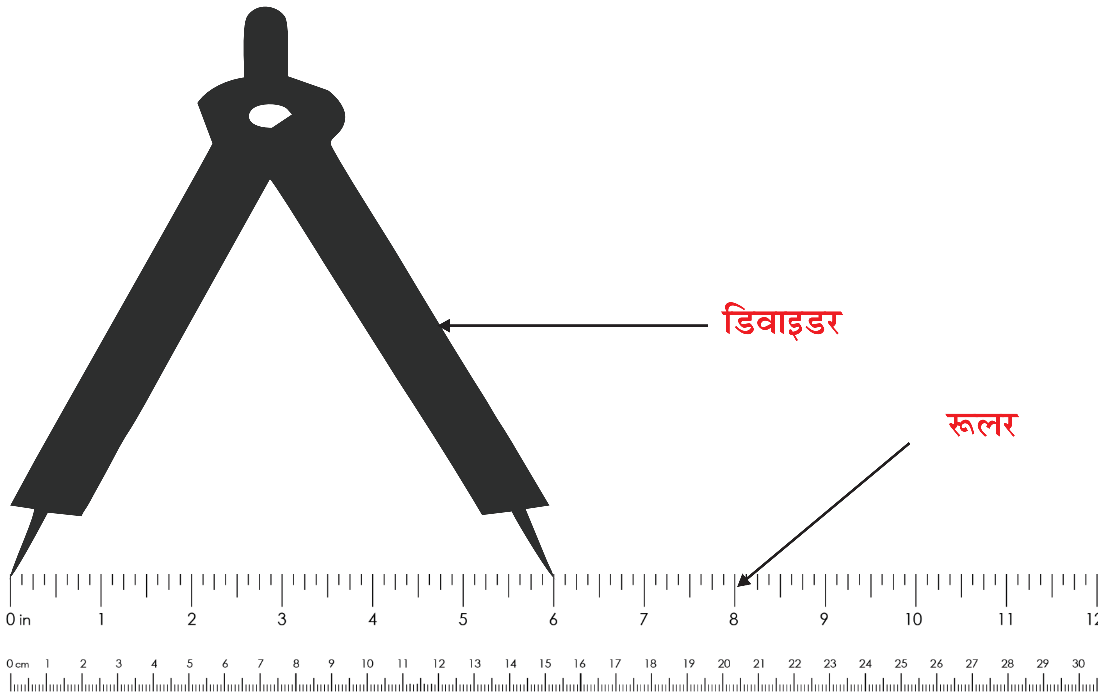


(6)



block (ब्लॉक)

रूलर और डिवाइडर द्वारा तुलना

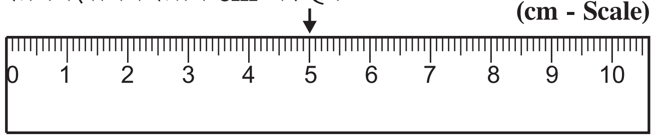


- आपके ज्यमिति बॉक्स में रूलर तथा डिवाइडरे हैं।
- वस्तुओं को रूलर की मदद से भी नापा जा सकता है।
- वस्तु के दोनों किनारों तक डिवाइडर को खोलकर और रूलर पर रखकर वस्तु की लंबाई/चौड़ाई ज्ञात की जा सकती है।

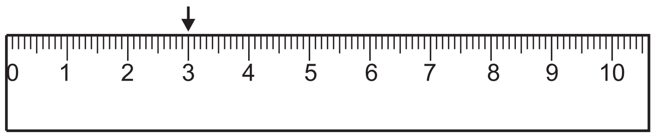
(रूलर को पढ़ना)

नीचे आपको रूलर के चित्र दिए गए है। आपको (↓) Arrow के निशान से पढ़कर बताना है कि (↓) का निशान कितने cm पर है।

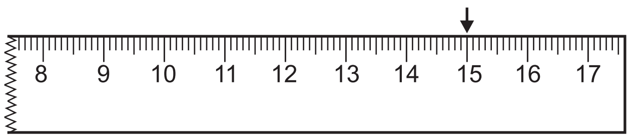
(cm - Scale)

1) 

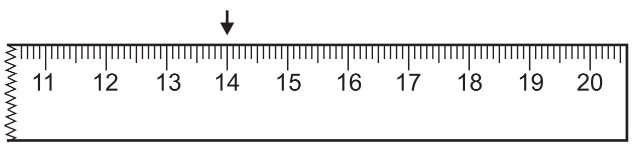
______________ cm

2) 

______________ cm

3) 

______________ cm

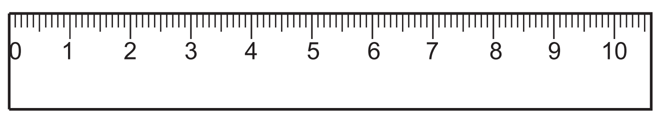
4) 

______________ cm

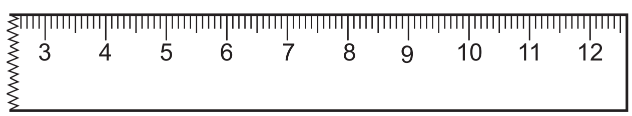
दिए गए मान का रूलर पर (↓)का निशान बनाइए।

(cm - Scale)

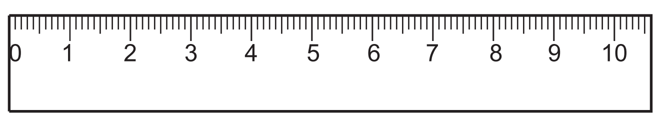
5) 5 cm



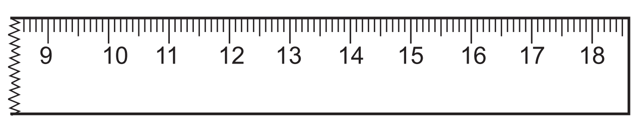
6) 11 cm



7) 9 cm



8) 17 cm

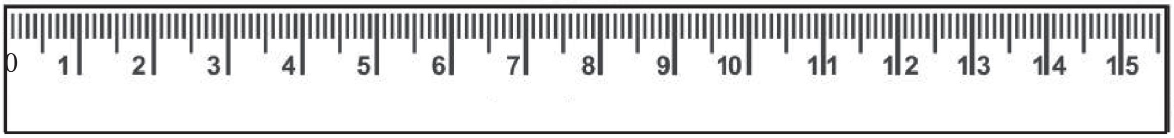


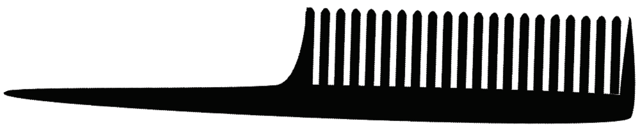
वस्तुओं को मापिए

नीचे दी गई वस्तुओं को रूलर की सहायता से cm में मापिए।

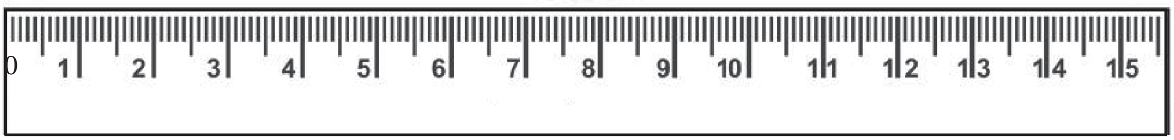
(1)

............................cm



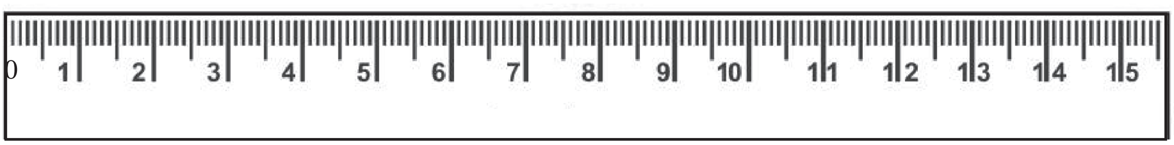
(2) 

............................cm



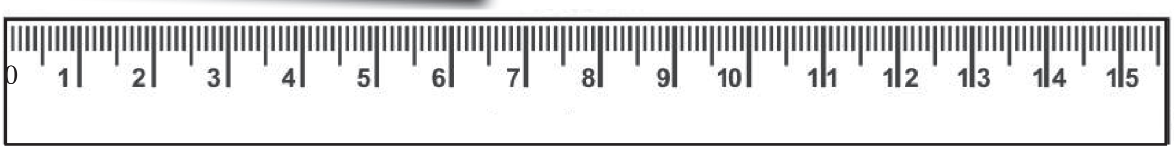
(3)

............................cm



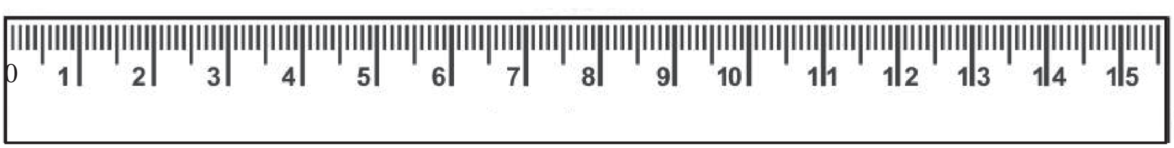
(4)

............................cm



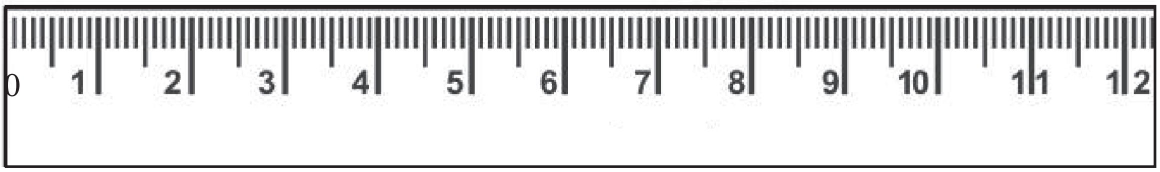
(5)

............................cm



(रूलर की सहायता से रेखाखंडों को मापना)

अब तक आप रूलर का प्रयोग करना सीख गए होंगे। नीचे दिए गए रेखाखंडों को रूलर की मदद से मापकर लिखिए।



(1) ______________________________ ☐ cm

(2) _________________________ ☐ cm

(3) ___________ ☐ cm

(4) __________________________ ☐ cm

(5) ___________ ☐ cm

दिए गए मापों के रेखाखंड बनाइए।

(1) 4.5 cm

(2) 3 cm

(3) 6 cm

(4) 2.7 cm

(5) 5 cm

कोण-समकोण और ऋजुकोण

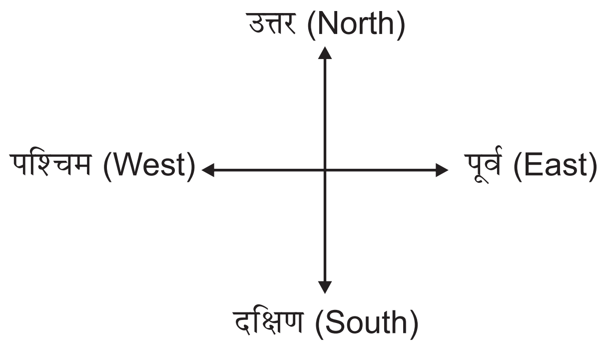
आप चारों दिशाओं के बारे में जानते हैं।

(1) उत्तर (North) (N)

(2) दक्षिण (South) (S)

(3) पूर्व (East) (E)

(4) पश्चिम (West) (W)



अगर आपसे पूछा जाए उत्तर के विपरीत दिशा कौन सी है?

आइए, इसे हम घड़ियों की मदद से जानने की कोशिश करते हैं।

इन घड़ियों पर उत्तर को N, दक्षिण S, पूर्व को E तथा पश्चिम को W से लिखा गया है।

अगर हम उत्तर की तरफ मुँह करके खड़े हों, और हमें पश्चिम या पूर्व जाना है तो हमें थोड़ा सा घूमना पड़ेगा। कितना?

N से E $\rightarrow \frac{1}{4}$ भाग (पूरे चक्कर का) या माप (90°)कोण पर घूमना पड़ेगा

N से S $\rightarrow \frac{1}{2}$ भाग (पूरे चक्कर का) या 180° कोण पर घूमना पड़ेगा।

N से N $\rightarrow$ पूरा चक्कर या 360° का कोण

90° → समकोण

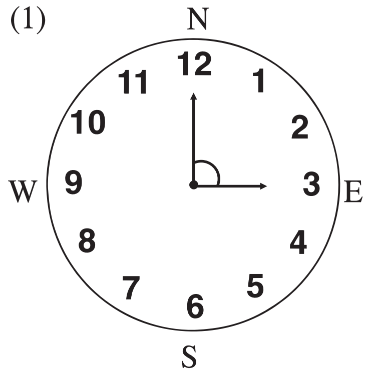
180° → ऋजुकोण

360° → सम्पूर्णकोण

← कोणों के नाम

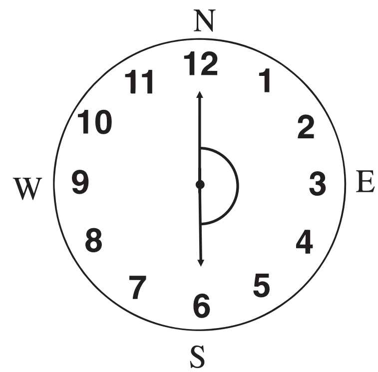
दी गई घड़ियों में कोणों को पहचानो तथा बॉक्स में कोणों के नाम एवं माप लिखिए।

(1)

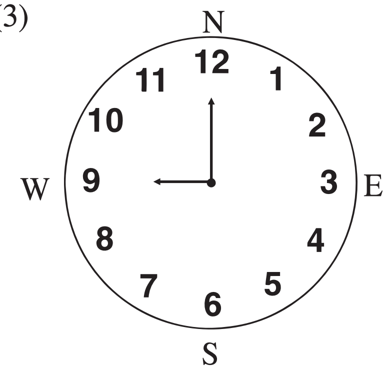


कोण – 90°(समकोण)
घूमे – $\frac{1}{4}$ चक्कर

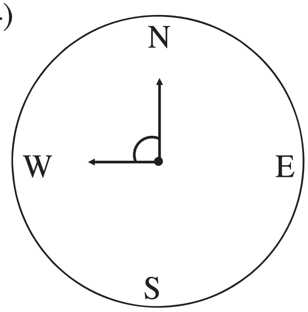
(2)



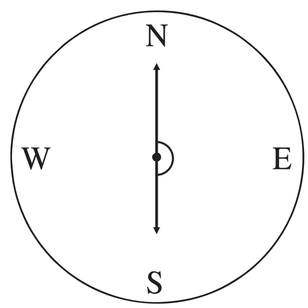
(3)



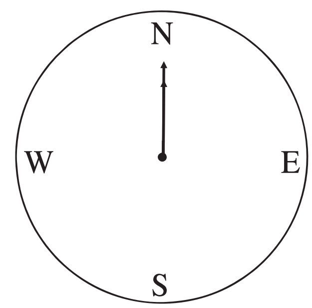
(4)



(5)

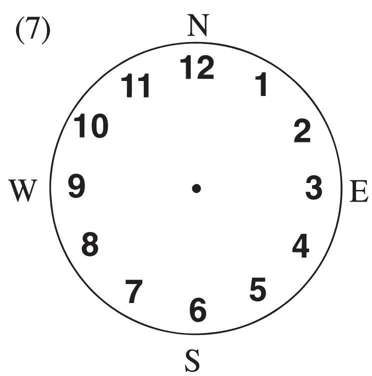


(6)

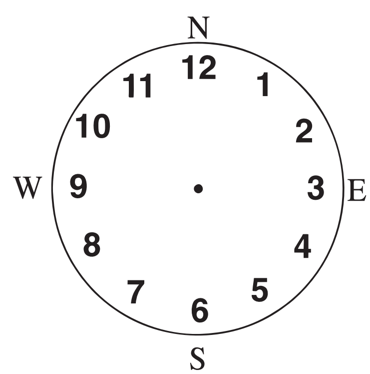


निम्न में क्रमशः एक समकोण, एक ऋजुकोण तथा एक सम्पूर्णकोण बनाइए।

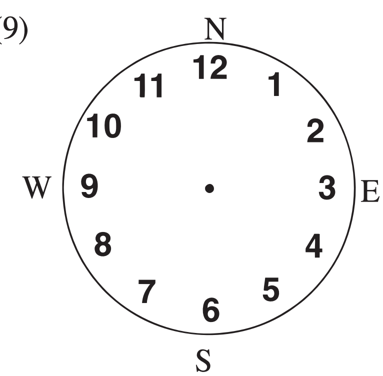
(7)



(8)



(9)



कोण- न्यून, अधिक, प्रतिवर्ती

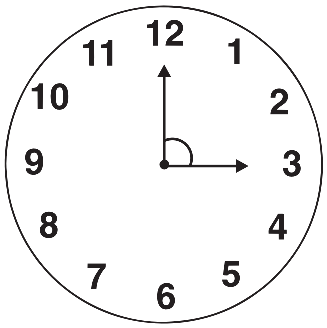
कोण केवल 90°,180° या 360°के ही नहीं होते

- कुछ कोण 90° से कम भी हो सकते हैं और कुछ 90° से अधिक।
- कुछ कोण 180° से कम भी हो सकते हैं तथा कुछ 180° से अधिक।

क्रम सं.	कोण	माप	नाम
(1)	90° से कम	89°, 88° … 1° इत्यादि	न्यूनकोण
(2)	90°	90°	समकोण
(3)	90° से अधिक तथा 180° से कम	91° … 179° इत्यादि	अधिककोण
(4)	180°	180°	ऋजुकोण (सरल कोण)
(5)	180° से अधिक तथा 360° से कम	181°… 359° इत्यादि	प्रतिवर्ती कोण
(6)	360°	360°	सम्पूर्ण कोण

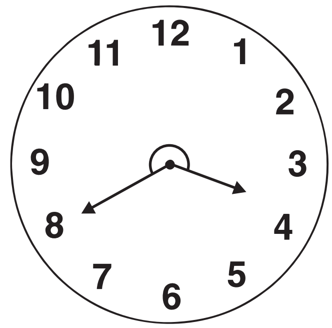
दी गई घड़ियों में दोनों सुइयों के बीच के कोण को पहचानकर लिखिए (समकोण/न्यूनकोण/अधिककोण/प्रतिवर्ती कोण)

(1)



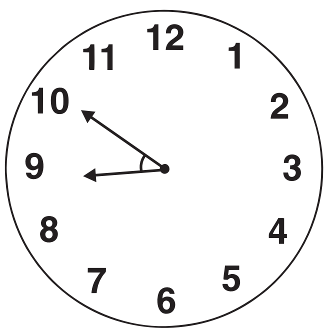
कोण________

(2)



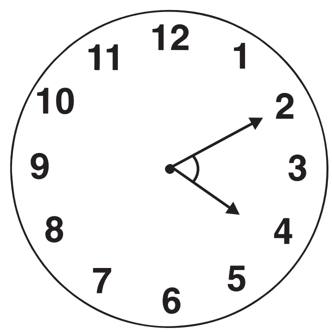
कोण________

(3)



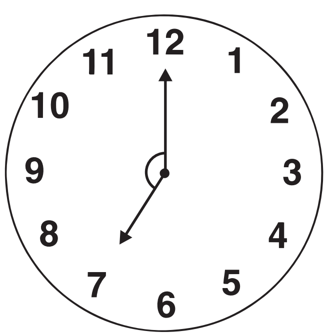
कोण________

(4)



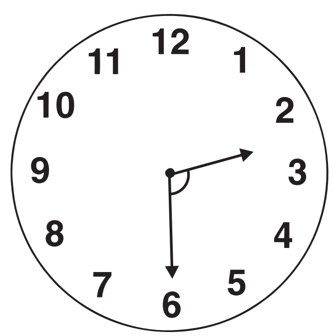
कोण________

(5)



कोण________

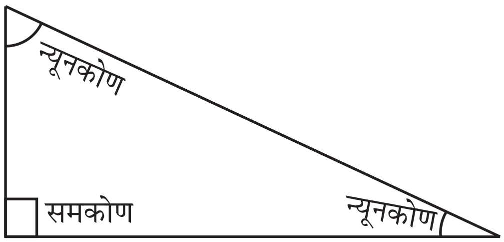
(6)



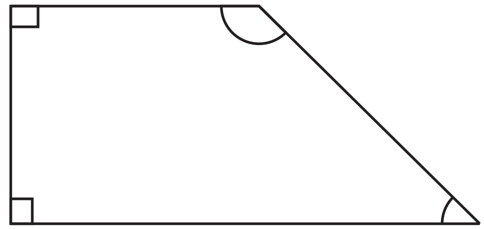
कोण________

निम्न आकृतियों में कोणों को पहचानकर उनके नाम लिखिए (समकोण/न्यूनकोण/अधिककोण/प्रतिवर्ती कोण)

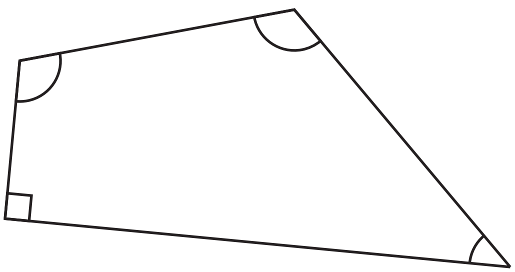
(1)



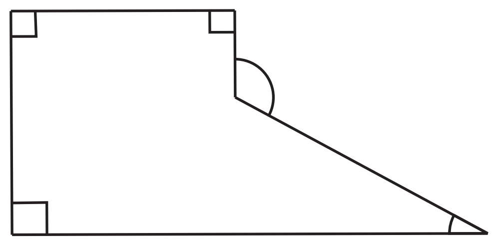
(2)



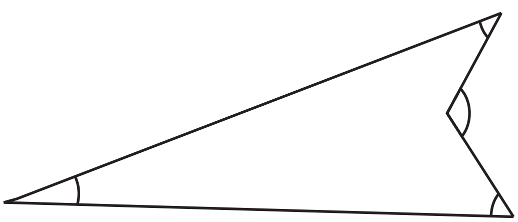
(3)



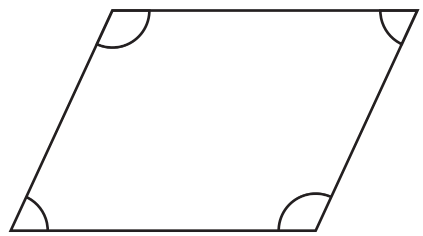
(4)



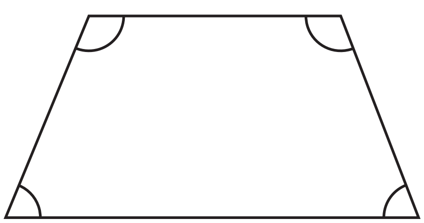
(5)



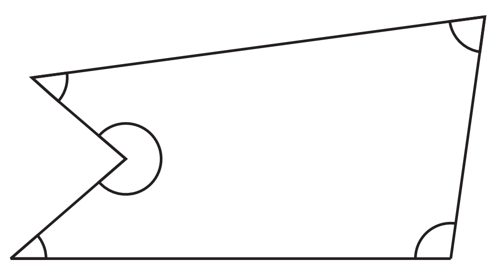
(6)



(7)

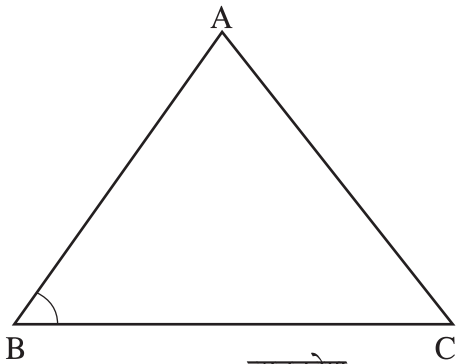


(8)



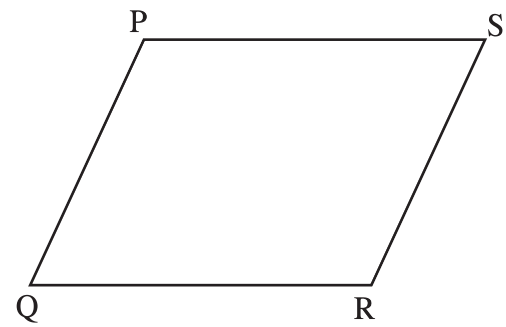
आइए, नीचे दिए गए कोणों के नाम लिखें।

(1)



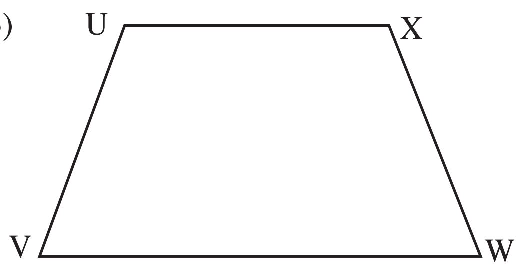
∠ABC = <u>न्यूनकोण</u>

(2)



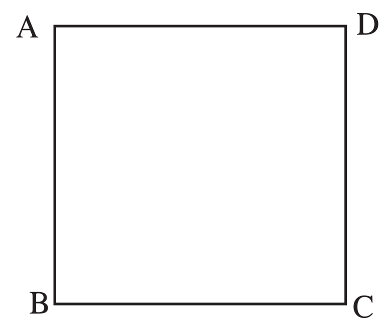
∠QRS = <u>अधिक कोण</u>

(3)



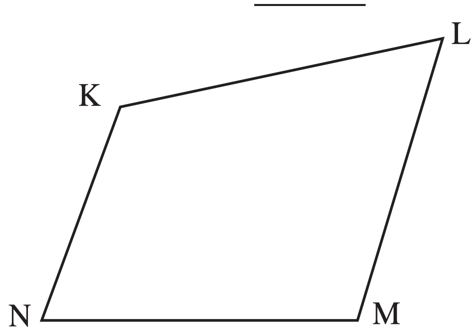
∠UVW = ________

(4)



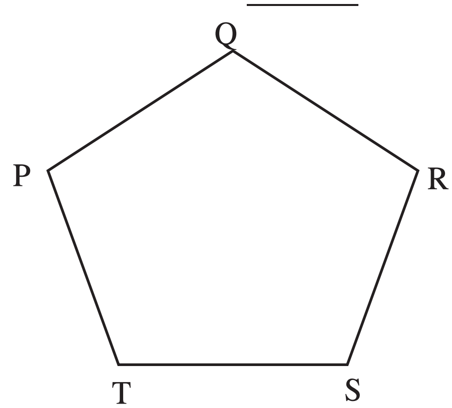
∠ADC = ________

(5)



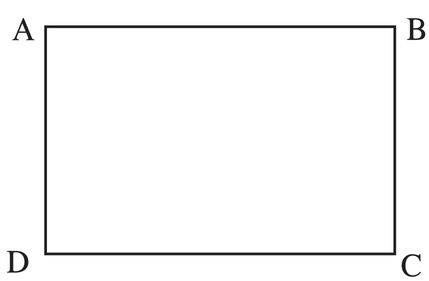
∠NML = ________

(6)



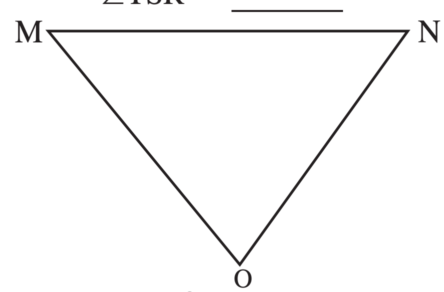
∠TSR = ________

(7)



∠ABC = ________

(8)

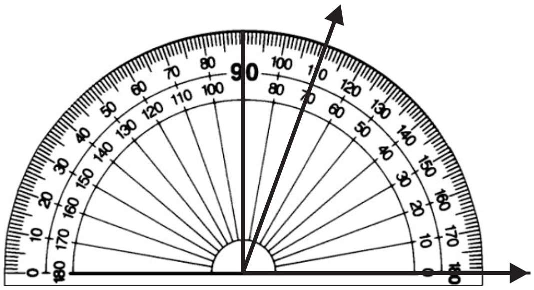


∠MNO = ________

कोणमापक (चाँदा) की मदद से कोणों को मापना

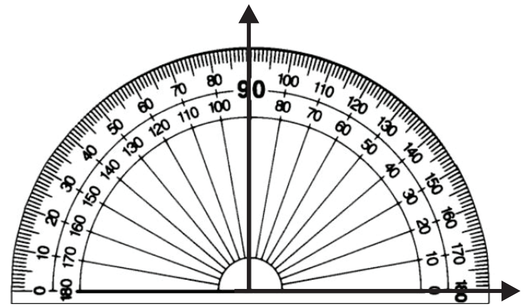
कोण की माप लिखिए।

(1)



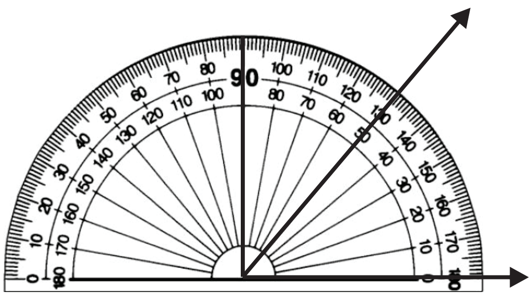
कोण **<u>70°</u>**

(2)



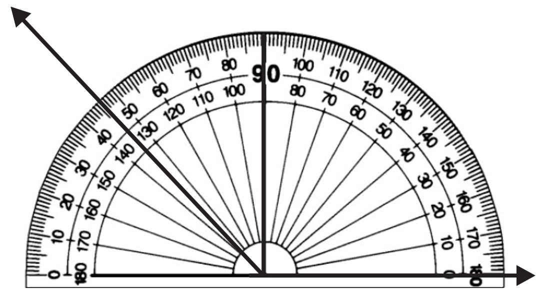
कोण ________

(3)



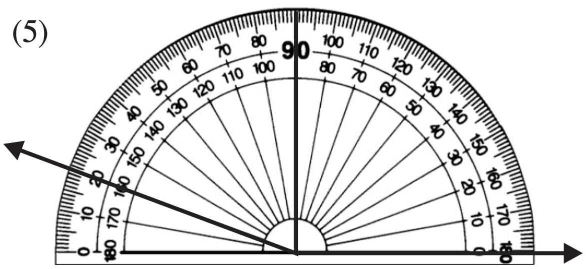
कोण ________

(4)



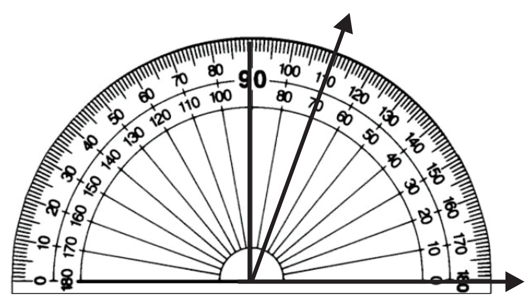
कोण ________

(5)



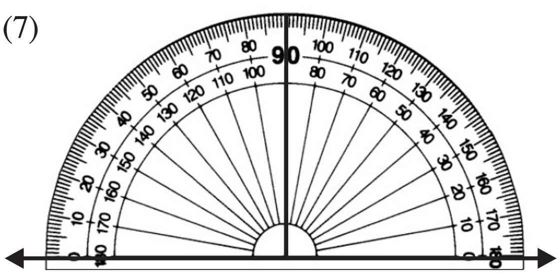
कोण ________

(6)



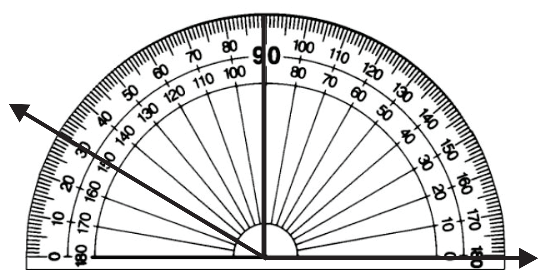
कोण ________

(7)



कोण ________

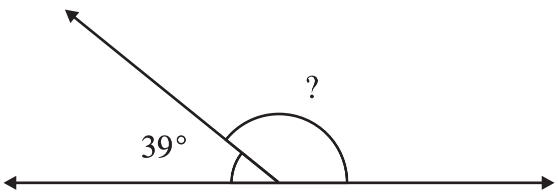
(8)



कोण ________

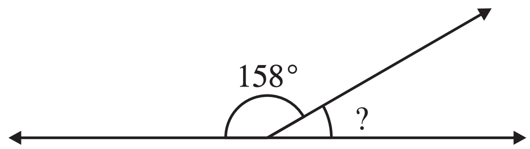
कोणमापक की सहायता से कोण को मापकर लिखिए

(1)



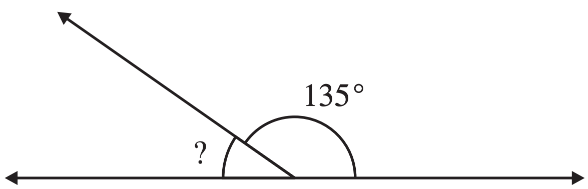
141°

(2)



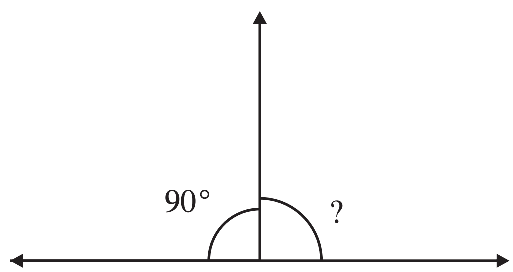
....

(3)



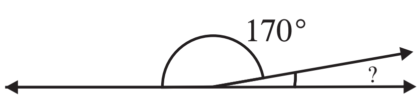
....

(4)



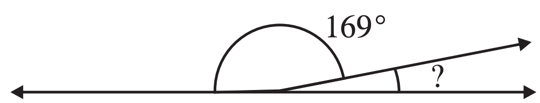
....

(5)



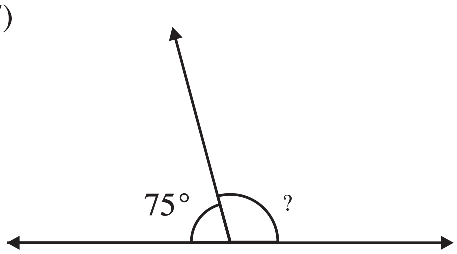
....

(6)



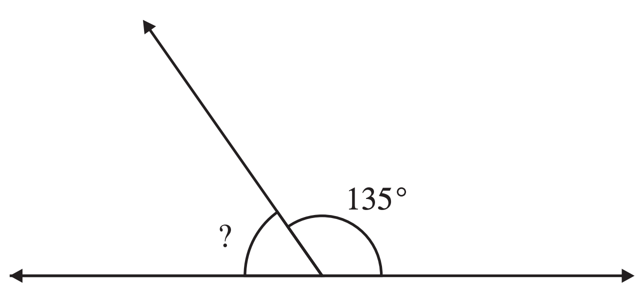
....

(7)



....

(8)



....

त्रिभुजों का मापन

बच्चो, आप जानते हो कि एक त्रिभुज में 3 भुजाएँ तथा 3 कोण होते हैं।

भुजाओं के आधार पर त्रिभुजों के नाम

क्र. सं.	त्रिभुज की भुजाओं की माप	त्रिभुज का नाम
1.	तीनों भुजाओं की माप अलग–अलग	विषमबाहु त्रिभुज
2.	दो भुजाओं की माप समान	समद्विबाहु त्रिभुज
3	तीनों भुजाओं की माप समान	समबाहु त्रिभुज

कोणों के आधार पर त्रिभुजों के नाम

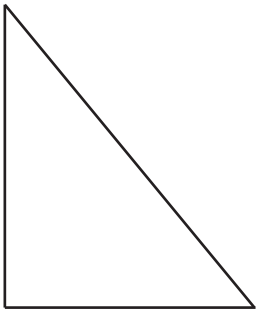
क्र. सं.	त्रिभुज के कोण की माप	त्रिभुज का नाम
1.	तीनों कोण 90° से कम	न्यूनकोण त्रिभुज
2.	कोई एक कोण 90°	समकोण त्रिभुज
3	कोई एक कोण 90° से अधिक	अधिककोण त्रिभुज

सोचें, समझें और बताएँ –

1. किसी भी त्रिभुज में अधिक से अधिक कितन न्यूनकोण हो सकते हैं ? ....
2. किसी भी त्रिभुज में अधिक से अधिक कितने समकोण हो सकते हैं ? ....
3. किसी भी त्रिभुज में अधिक से अधिक कितने अधिककोण हो सकते हैं ? ....

भुजाओं को मापकर अथवा अनुमान लगाकर, भुजाओं के आधार पर त्रिभुजों के नाम लिखिए।

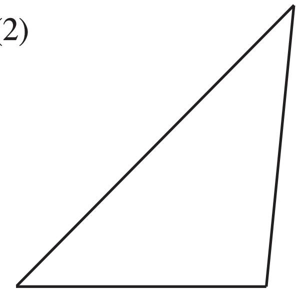
(1)



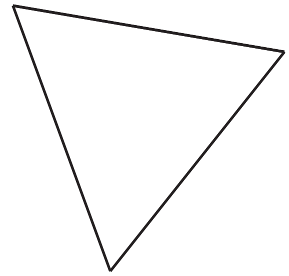
अनुमान से : विषमबाहु त्रिभुज

मापकर: विषमबाहु त्रिभुज

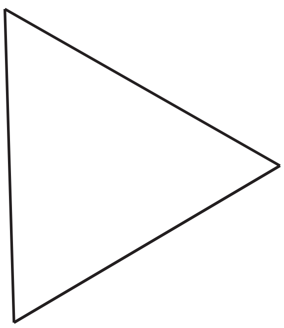
(2)



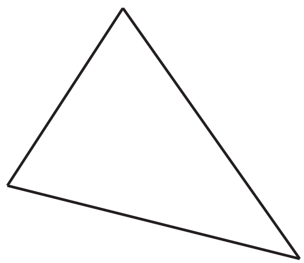
(3)



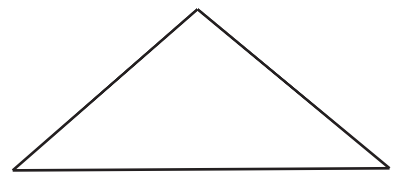
(4)



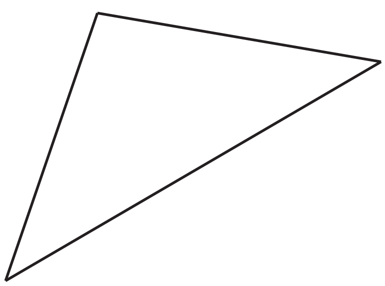
(5)



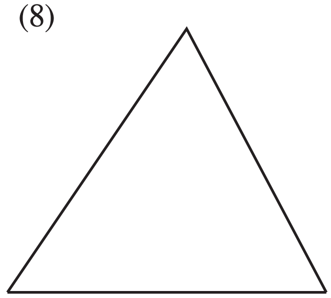
(6)



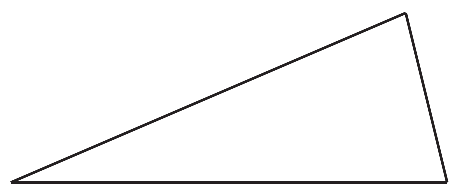
(7)



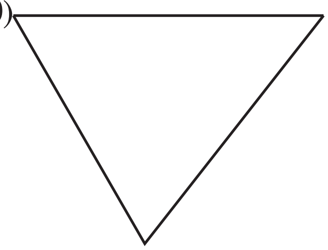
(8)



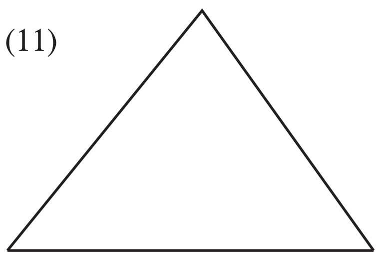
(9)



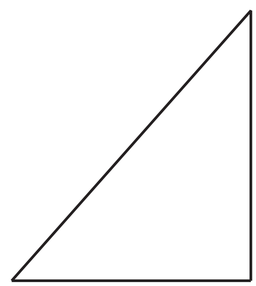
(10)



(11)

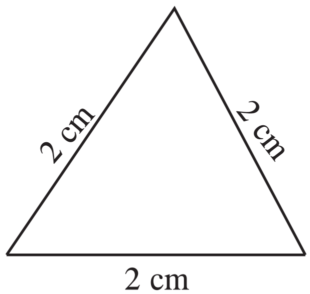


(12)



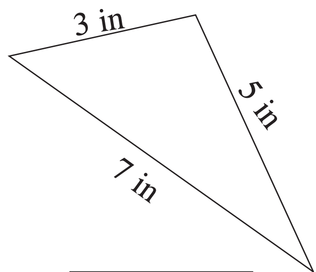
त्रिभुजों को पहचानिए तथा नाम लिखिए

(1)

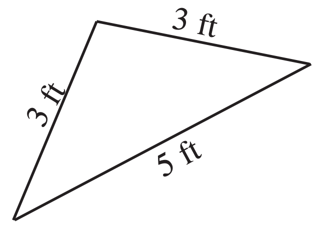


समबाहु त्रिभुज

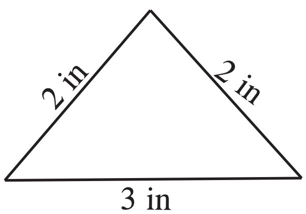
(2)



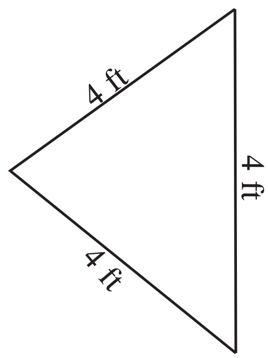
(3)



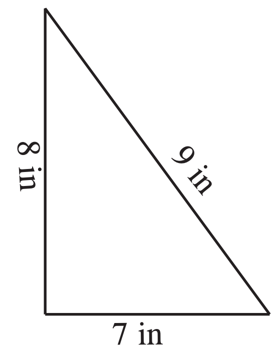
(4)



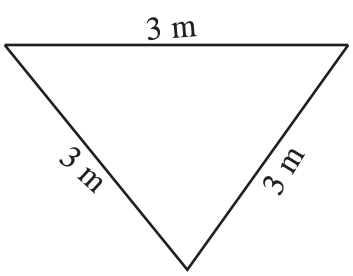
(5)



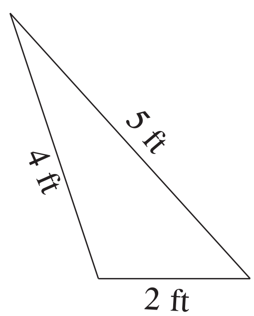
(6)



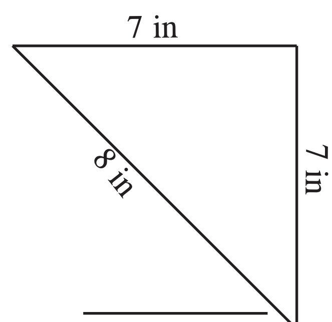
(7)



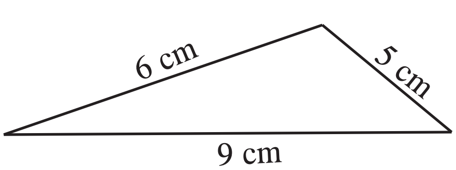
(8)



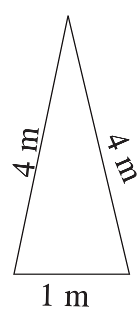
(9)



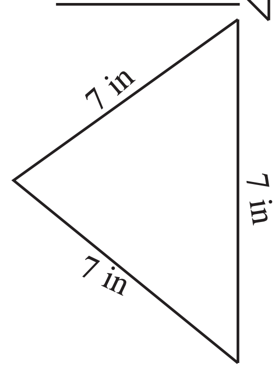
(10)



(11)

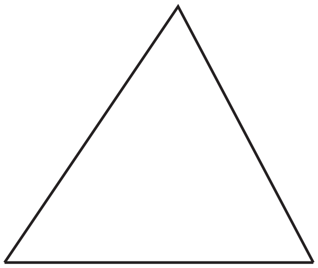


(12)

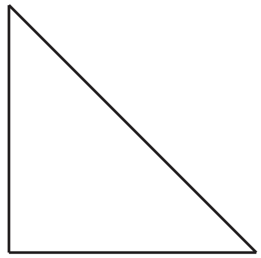


△ **की सभी भुजाओं को मापो तथा त्रिभुजों के नाम लिखिए**

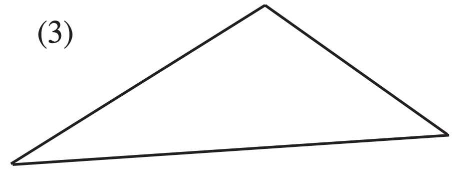
(1)



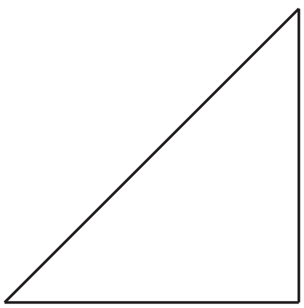
(2)



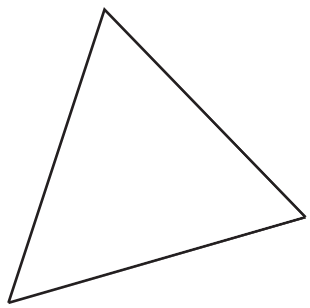
(3)



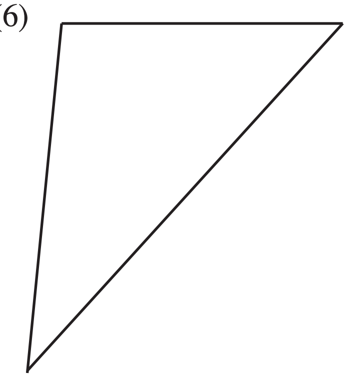
(4)



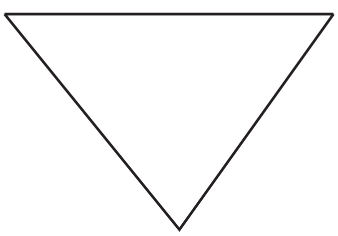
(5)



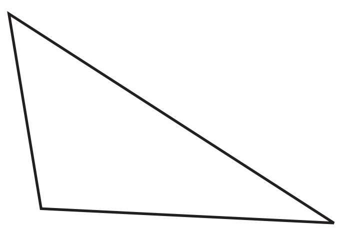
(6)



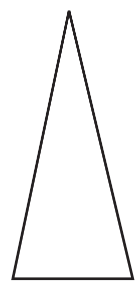
(7)



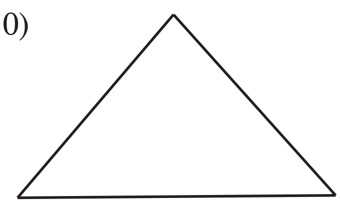
(8)



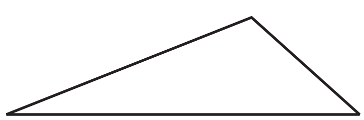
(9)



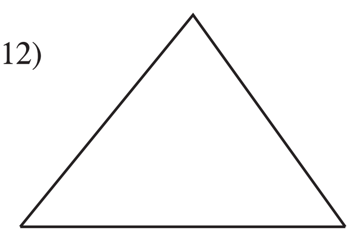
(10)



(11)

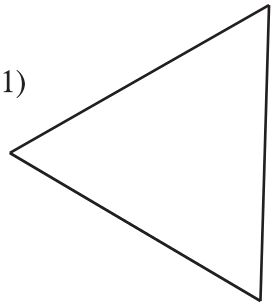


(12)



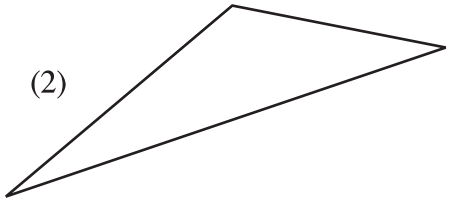
कोणों के माप के आधार पर नीचे दिए गए त्रिभुजों के नाम लिखिए।

(1)

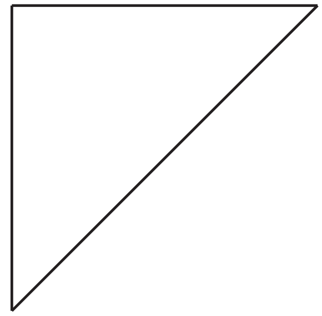


न्यूनकोण त्रिभुज

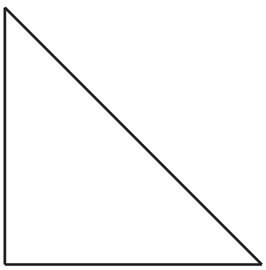
(2)



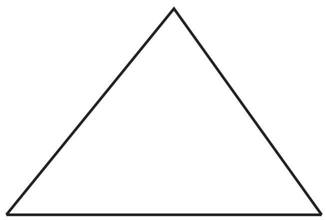
(3)



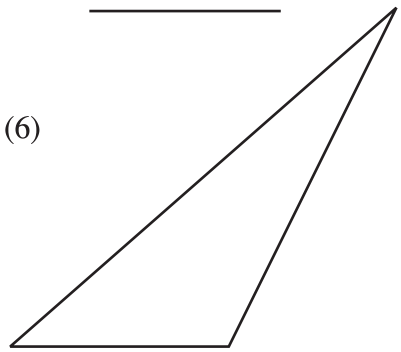
(4)



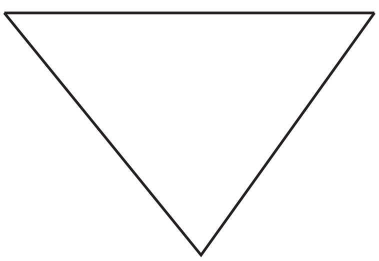
(5)



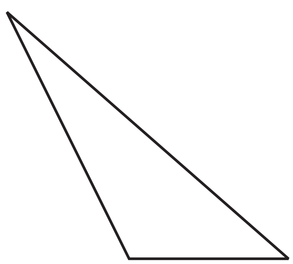
(6)



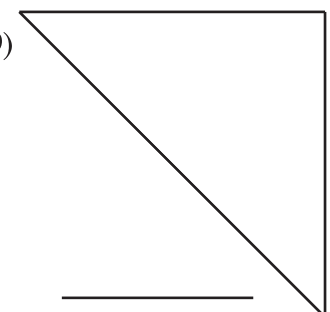
(7)



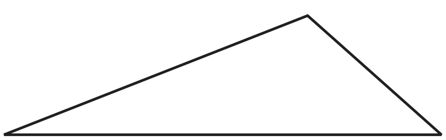
(8)



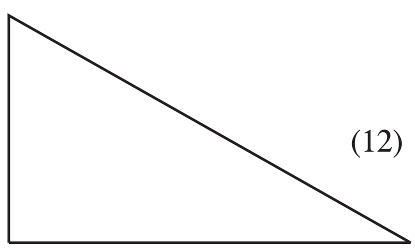
(9)



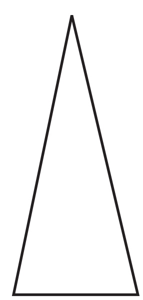
(10)



(11)

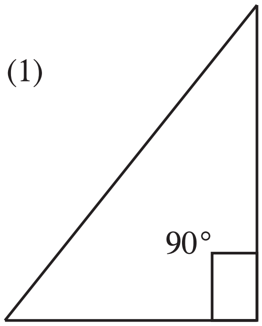


(12)



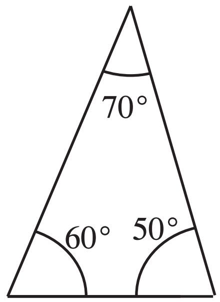
कोणों के आधार पर त्रिभुजों के नाम लिखिए।

(1)



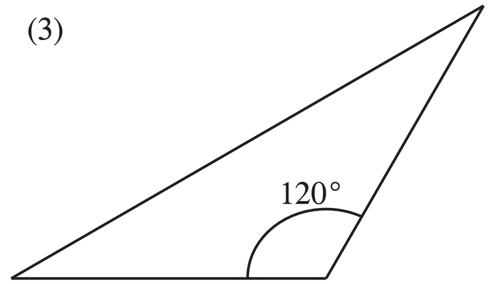
<u>समकोण त्रिभुज</u>

(2)



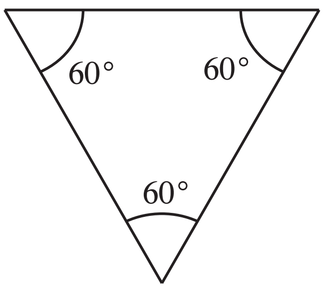
____

(3)



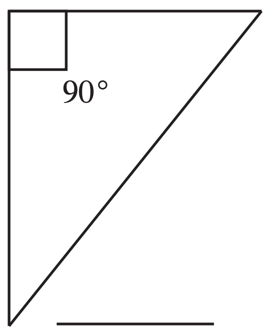
____

(4)



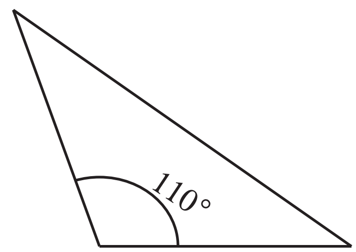
____

(5)



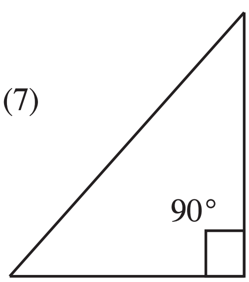
____

(6)



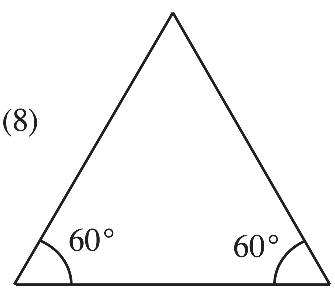
____

(7)



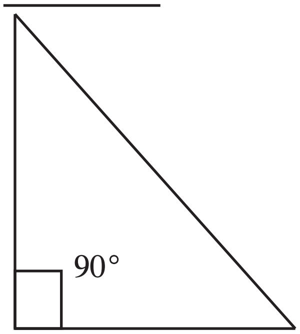
____

(8)



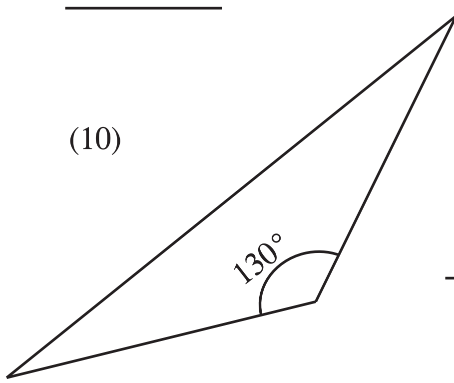
____

(9)



____

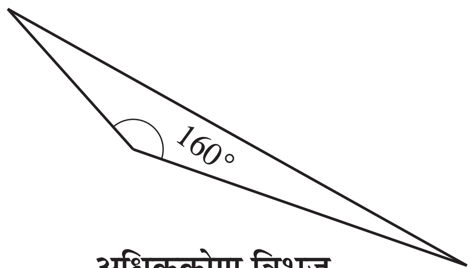
(10)



____

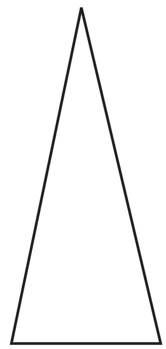
कोणों की माप के आधार पर त्रिभुजों के नाम लिखिए

(1)

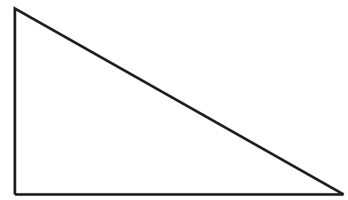


अधिककोण त्रिभुज

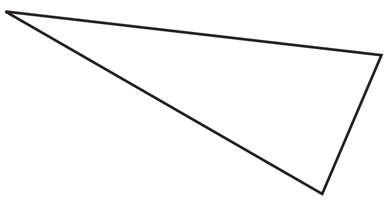
(2)



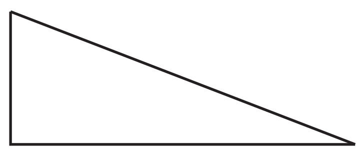
(3)



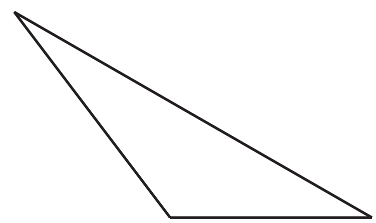
(4)



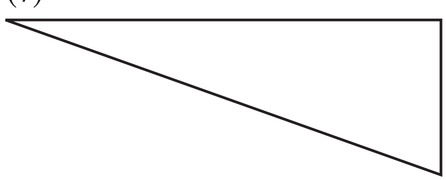
(5)



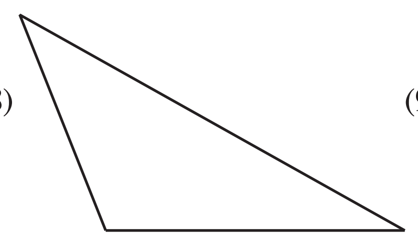
(6)



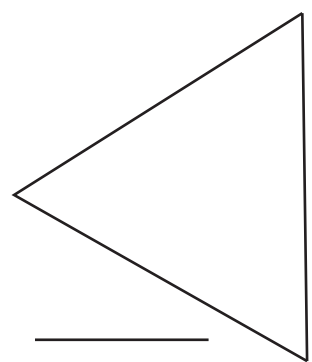
(7)



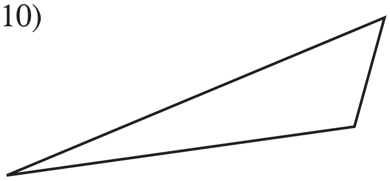
(8)



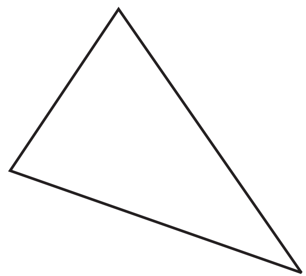
(9)



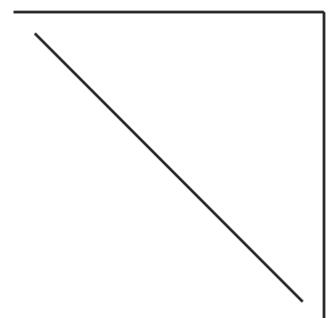
(10)



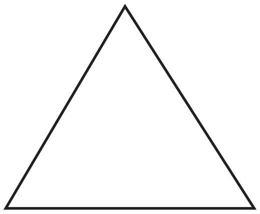
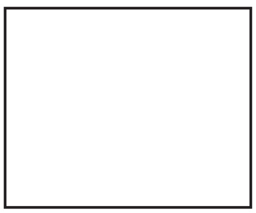
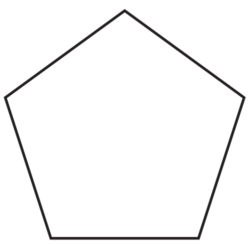
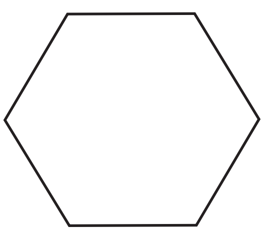
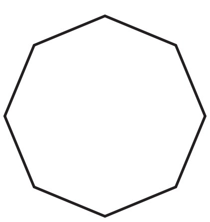
(11)



(12)

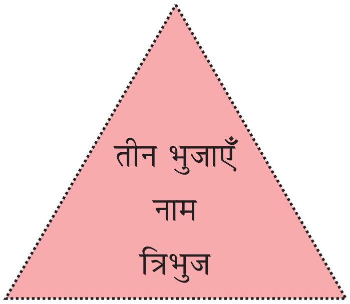


तालिका को पूरा कीजिए

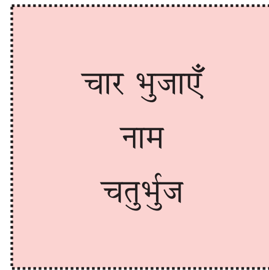
आकृति का नाम/चित्र	भुजाओं की संख्या	(कोनों की संख्या) शीर्षों की संख्या
		
		
		
		
		

बहुभुजों की पहचान कीजिए।

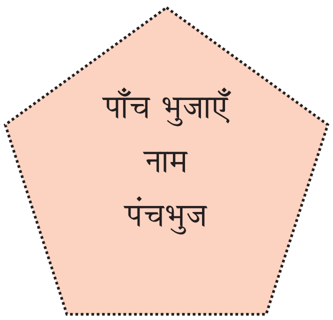
(1)



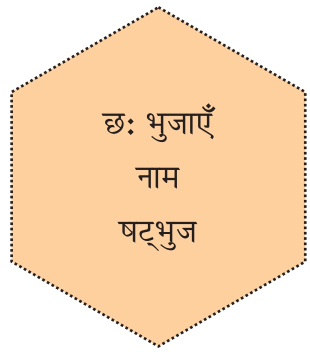
(2)



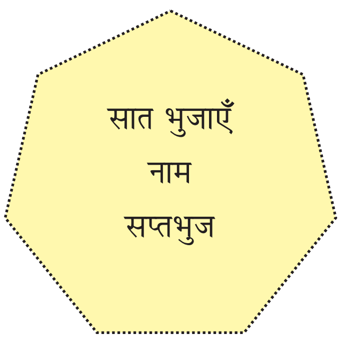
(3)



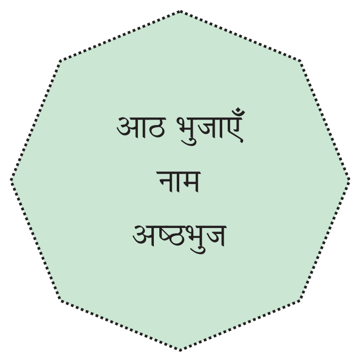
(4)



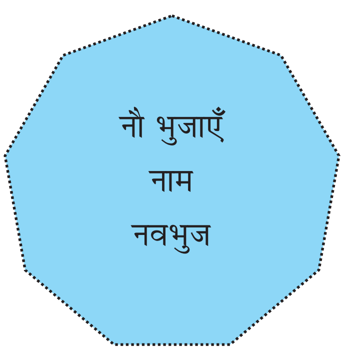
(5)



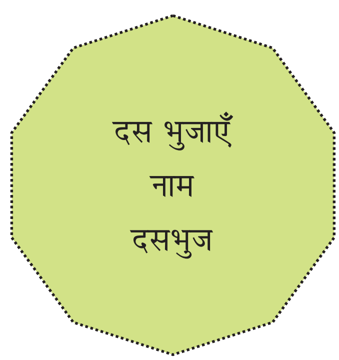
(6)



(7)

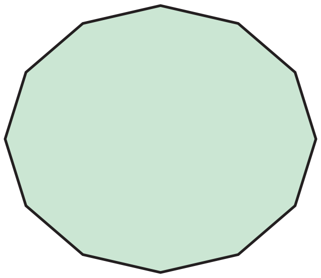


(8)

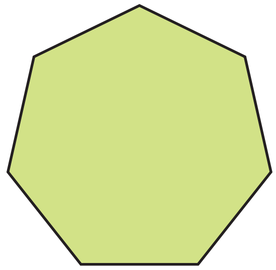


बहुभुजों को पहचानकर उनके नाम लिखिए

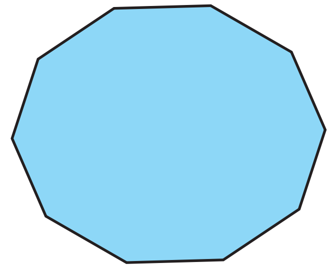
(1)



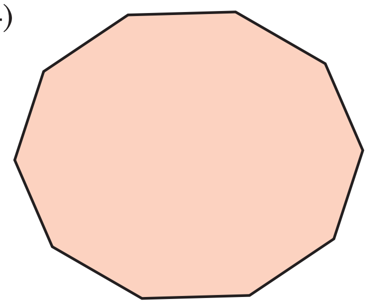
(2)



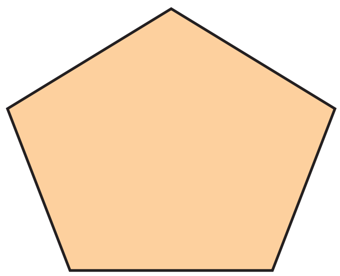
(3)



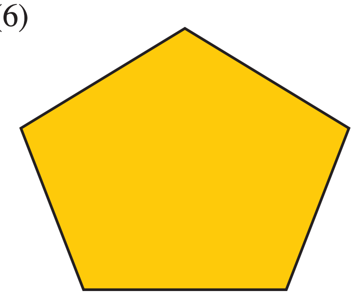
(4)



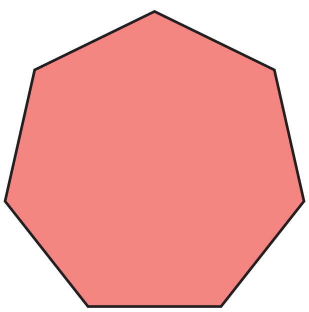
(5)



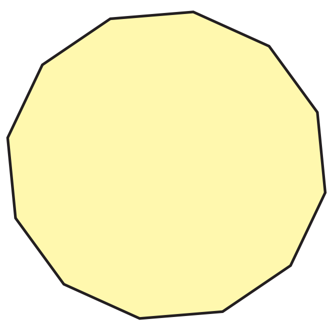
(6)



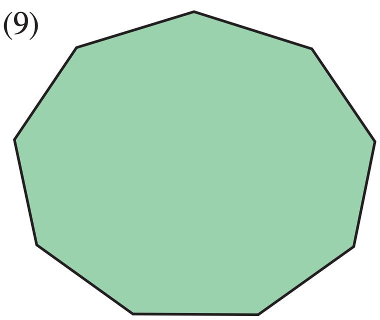
(7)



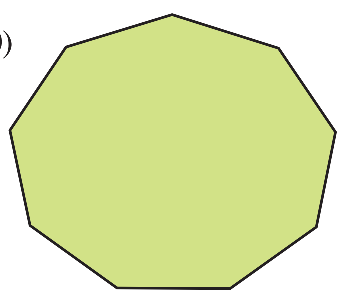
(8)



(9)



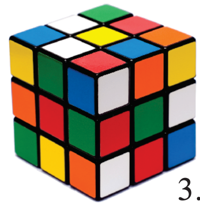
(10)

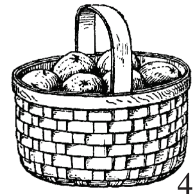


आकारों की पहचान

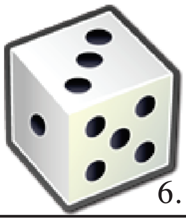
1.

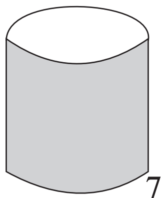
2.


3.

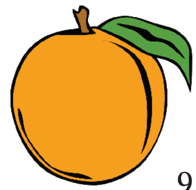

4.

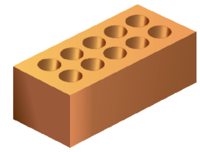
5.


6.

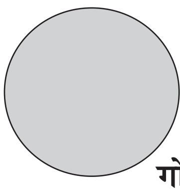

7.

8.


9.

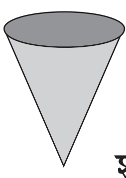

10.

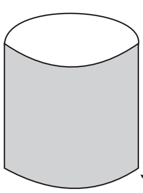
ऊपर दी गई वस्तुओं को नीचे दिए गए आकारों के अनुसार चुनिए तथा बॉक्स में बनाइए।

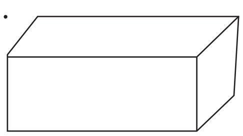
1.

गोला

2.

घन

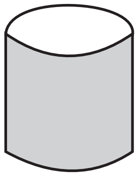
3.

शंकु

4.

बेलन

5.

घनाभ

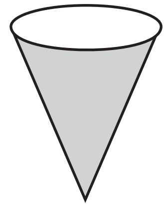
सही नाम पर (✓) कीजिए।

1.



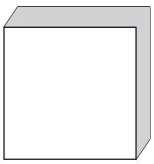
☐ (गोला)
☐ (बेलन)
☐ (शंकु)

2.



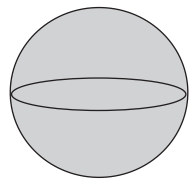
☐ (घनाभ)
☐ (गोला)
☐ (शंकु)

3.



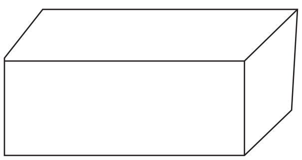
☐ (घन)
☐ (घनाभ)
☐ (बेलन)

4.



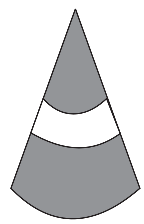
☐ (बेलन)
☐ (गोला)
☐ (घन)

5.



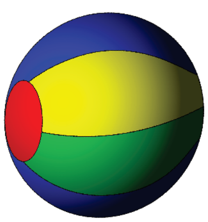
☐ (घन)
☐ (घनाभ)
☐ (शंकु)

6.



☐ (घन)
☐ (बेलन)
☐ (शंकु)

7.

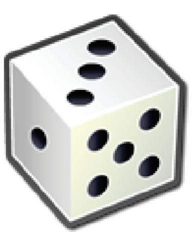


☐ (गोला)
☐ (घन)
☐ (बेलन)

8.

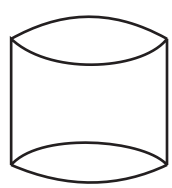
☐ (शंकु)
☐ (घन)
☐ (घनाभ)

9.



☐ (शंकु)
☐ (बेलन)
☐ (घन)

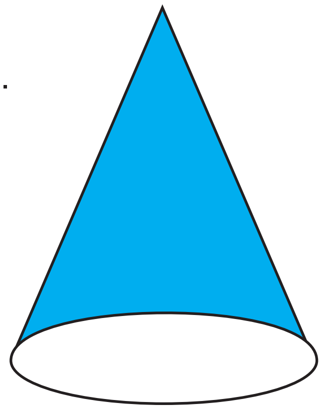
10.



☐ (शंकु)
☐ (बेलन)
☐ (गोला)

चित्र से देखकर खाली स्थान भरिए

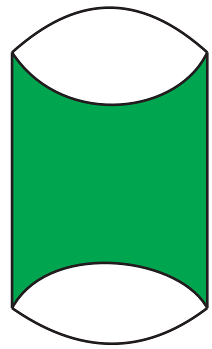
1.



शंकु (Cone)

फलक...............
किनारे...............
शीर्ष.................

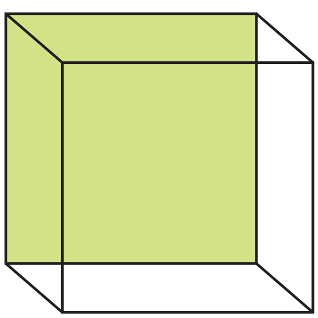
2.



बेलन (Cylinder)

फलक...............
किनारे...............
शीर्ष.................

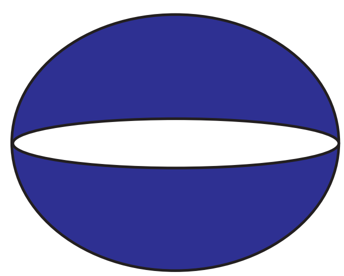
3.



घन (Cube)

फलक...............
किनारे...............
शीर्ष.................

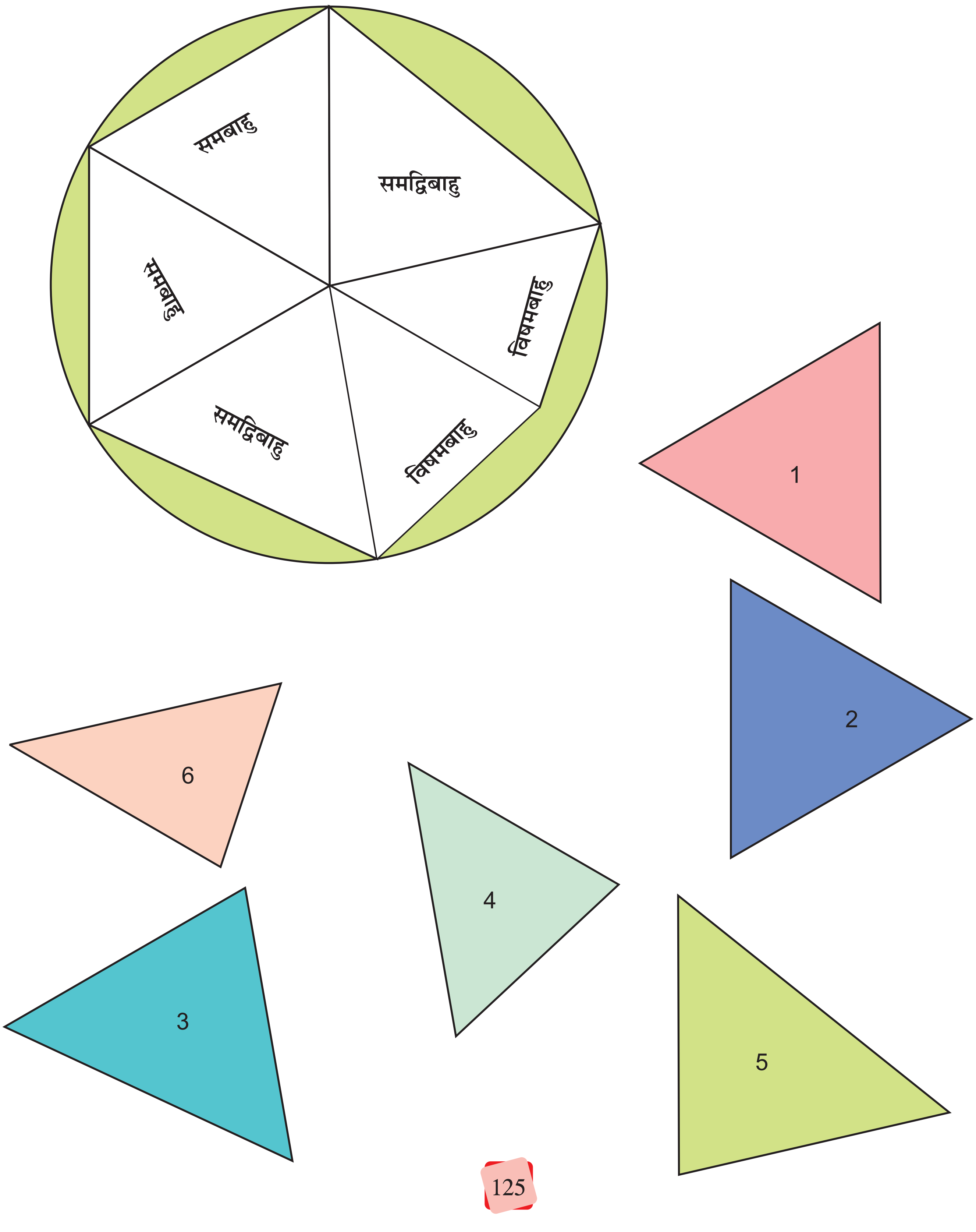
4.



Sphere(गोला)

फलक...............
किनारे...............
शीर्ष.................

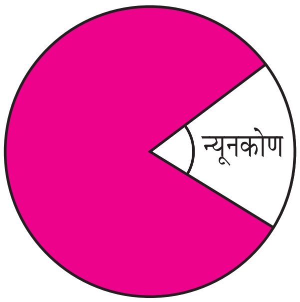
बताइए कौन से नंबर का त्रिभुज वृत्त में कहाँ लगाया जाएगा? (नंबर लिखिए)



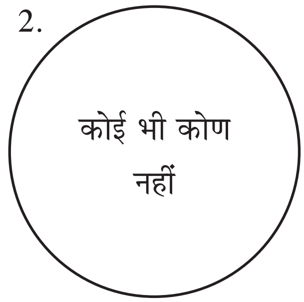
A

आइए, कोणों की आकृतियों के नंबर वृत्त (A में स्थिति) में सही जगह लिखें।

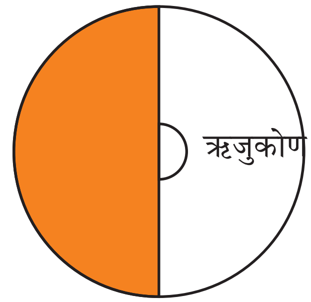
1.



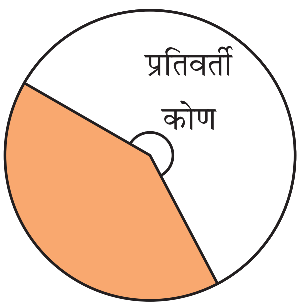
2.



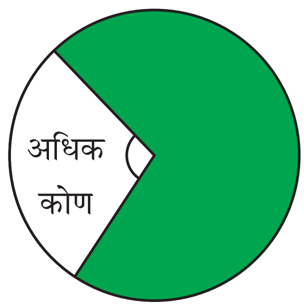
3.



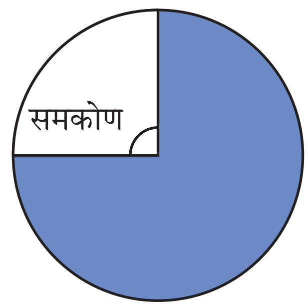
4.



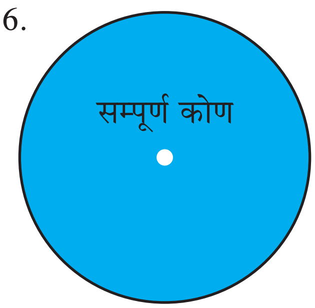
5.



7.

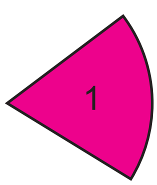


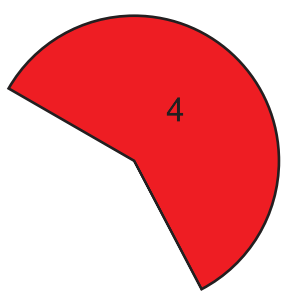
6.

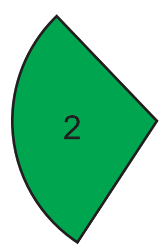


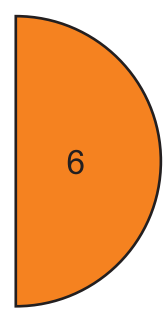
B

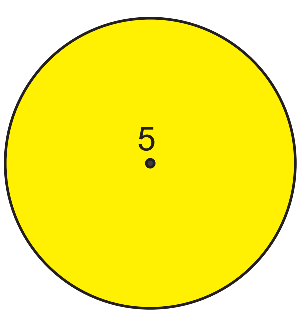
कोणों की आकृतियाँ

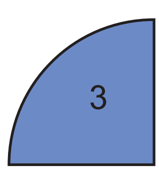




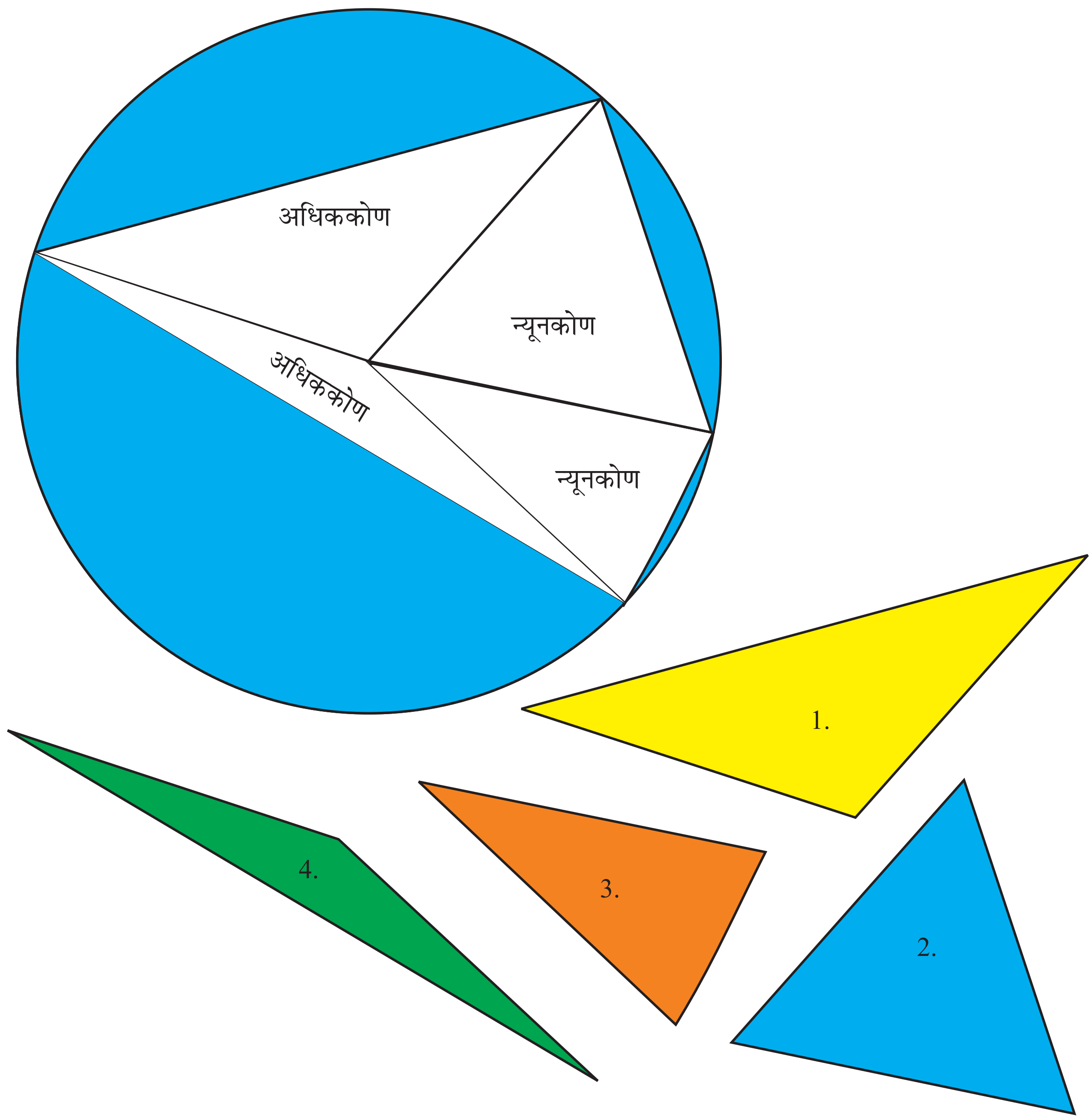








त्रिभुज के नामों का नंबर से मिलान कीजिए।



Learning Outcomes (अधिगम सम्प्राप्ति)

1. विभिन्न आकारों जैसे किरण, रेखा, रेखाखंड, कोण, त्रिभुज, चतुर्भुज, वृत्त आदि को अपने आसपास की वस्तु द्वारा पहचानना।
2. त्रिभुज एवम् उसके अंगों को पहचानना।
3. विभिन्न मापों के त्रिभुजों का पता लगाना एवम् उसके प्रकार को अनुमानित करना।
4. आयत एवम् वर्ग में अन्तर जानना।

अध्याय 5 – बीजगणित

बॉब तथा शायना छठी कक्षा के विद्यार्थी हैं तथा वह एक दूसरे से बीजगणित के बारे में जानकारी ले रहे हैं।

इन त्रिभुजों (Δ) को देखिए तथा अगला प्रतिरूप बनाइए।

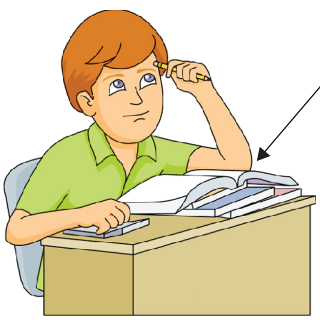
Δ, $\Delta\Delta$, $\Delta\Delta\Delta$, ... , ...

हमें एक Δ (त्रिभुज) बनाने के लिए 3 रेखाखंडों की आवश्यकता होती है।

दो $\Delta\Delta$ बनाने के लिए 6 रेखाखंडों की आवश्यकता होती है।

तीन $\Delta\Delta\Delta$ बनाने के लिए 9 रेखाखंडों की आवश्यकता होती है।

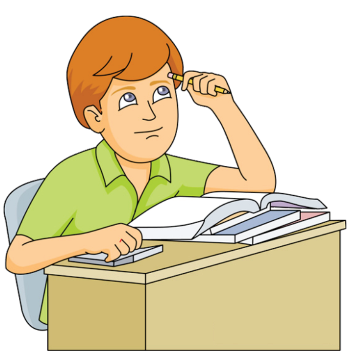
आवश्यक रेखाखंडों की संख्या = 3 x Δ की संख्या



शायना देखो :-

आवश्यक रेखाखंडों की संख्या बनाए गए Δ की संख्या की तीन गुणी है।

इन प्रतिरूपों से हम कोई नियम निकाल सकते हैं।



हमने देखा!

आवश्यक रेखाखंडों की संख्या =
3 x Δ की संख्या

Δ की जगह हम किसी अंग्रेजी के अक्षर x का प्रयोग करते हैं।

मतलब आवश्यक रेखाखंडों की संख्या = $3 \times x$

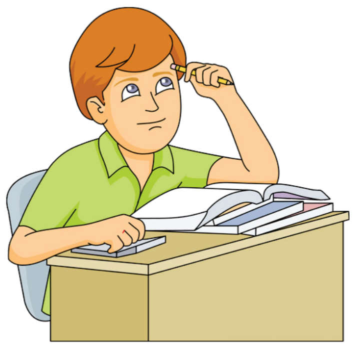
यह नियम है।

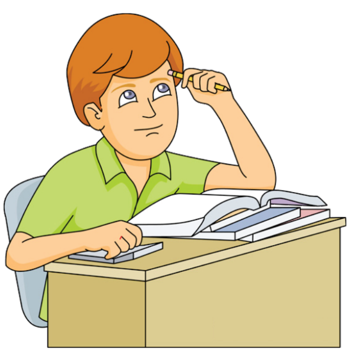
x की जगह Δ की संख्या रखते जाओ तथा आवश्यक रेखाखंडों की संख्या आती जाएगी।

क्या तुम्हारा यह नियम
कितनी भी संख्याओं में त्रिभुज
बनाने के लिए आवश्यक
रेखाखंडों की संख्या बता देगा।

हाँ,
देखो! नियम $3 \times x$ में x की जगह
त्रिभुज की संख्या रखते जाओ
और गुणा करते जाओ।

$3 \times x$
$3 \times 1 = 3$
$3 \times 2 = 6$
$3 \times 3 = 9$





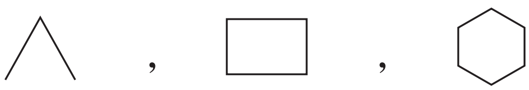
नियम में $3 \times \Delta = 3 \times x$ हमने Δ
की जगह जो x लगाया है।
यह x एक चर कहलाता है।

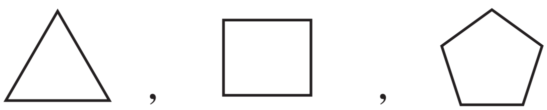
चर का मान स्थिर नहीं रहता,
बदलता रहता है। इसका मान
1 ,2 ,3 ,4 आदि संख्या
हो सकती है।

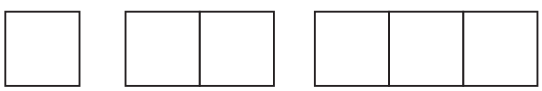
नियम ढूँढ़िए तथा बताइए कि रेखाखंड किस नियम के अनुसार बढ़ते रहे हैं।

दिए गए प्रतिरूप को समझकर पूरा कीजिए।

1) ________, ________, ________

2)  ________, ________, ________

3)  ________, ________, ________

4)  ________, ________, ________

5) Z, ZZ, ZZZ ________, ________, ________

संख्याओं के क्रम को आगे बढ़ाइए।

6) 5, 10, 15, 20 ________, ________, ________

7) 3, 7, 11, 15 ________, ________, ________

8) 2, 5, 8, 11 ________, ________, ________

9) 6, 10, 14, 18 ________, ________, ________

चर के बारे में और अधिक समझने के लिए राजीव की बस यात्रा के बारे में पढ़ते हैं।

आओ, अब राजीव का सफर देखें

राजीव गर्मी की छुट्टियों में अपनी नानी के घर जा रहा है। वह दिल्ली से आगरा का सफ़र बस द्वारा तय करता है। अपने सफ़र के दौरान वह बहुत सी वस्तुएँ या स्थितियों को देखता है जो किसी न किसी राशि के साथ जुड़ी हुई हैं। उनमें से कुछ स्थितियाँ नीचे दी गई हैं :-

- मुसाफ़िरों की संख्या
- यात्रा का कुल किराया
- यात्रा की दूरी
- यात्रा का समय
- बस की रफ़्तार
- बस के पहियों की संख्या
- बस के ड्राइवर की संख्या
- बस में सीटों की संख्या

ऊपर हमें बस के सफ़र से जुड़ी तरह-तरह की राशियाँ प्राप्त हुई हैं, जिनमें से कुछ राशि स्थाई हैं यानी बदल नहीं रही हैं तथा कुछ राशियाँ ऐसी हैं जो बार-बार बदल रही हैं।

आइए, अब जाँचें कि सफ़र के दौरान किन-किन स्थितियों में राशियाँ बदल रही हैं तथा किन स्थितियों में राशियाँ नहीं बदल रही हैं।

राजीव की यात्रा में		**हाँ/नहीं**
1.	क्या मुसाफ़िरों की संख्या बदल रही है?	....
2.	क्या दिल्ली से आगरा की यात्रा का कुल किराया बदल रहा है?	....
3.	क्या यात्रा की कुल दूरी बदल रही है?	....
4.	क्या यात्रा में समय बदल रहा है?	....
5.	क्या बस की रफ़्तार बदल रही है?	....
6.	क्या बस के पहियों की संख्या बदल रही है?	....
7.	क्या बस के ड्राइवर की संख्या बदल रही है?	....
8.	क्या बस में सीटों की संख्या बदल रही है?	....

जिन राशियों के मान बदल रहे हैं वे चर (Veriable) कहलाती हैं।

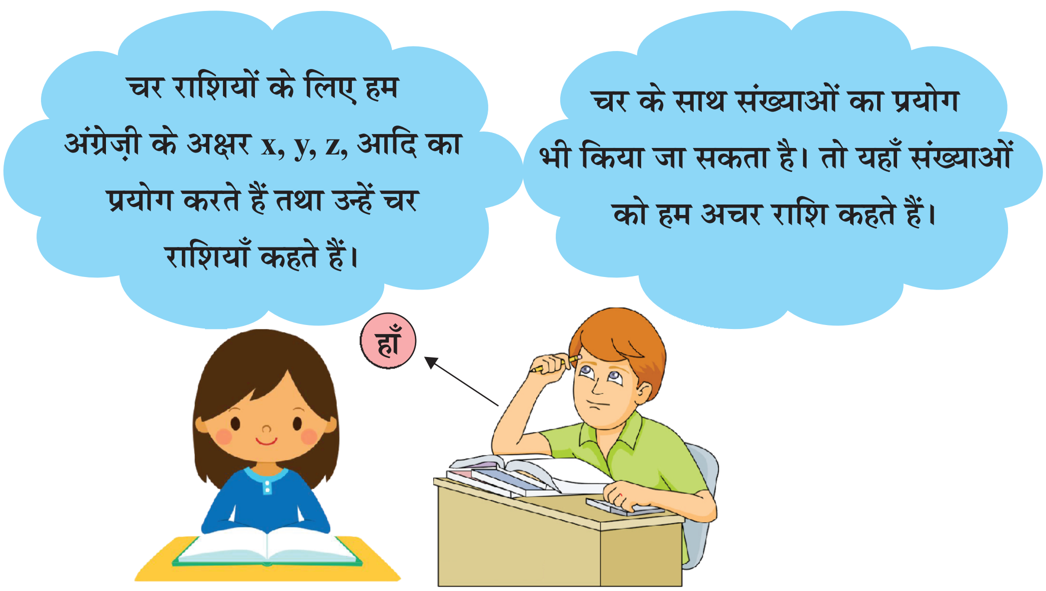
जिन राशियों के मान नहीं बदल रहे हैं वे अचर (Constant) कहलाती हैं।

आइए, अब क्रिकेट के खेल में हम चर तथा अचर राशियों को जाँचते हैं।

भारत और आस्ट्रेलिया के बीच में 20-20 ओवरों का मैच खेला जा रहा है।

हम मैच के दौरान की विभिन्न स्थितियों पर विचार करते हैं तथा जाँचते हैं कि किस स्थिति में हमें चर और अचर राशि मिल रही हैं।

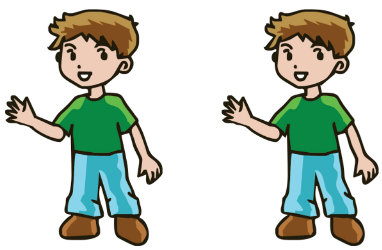
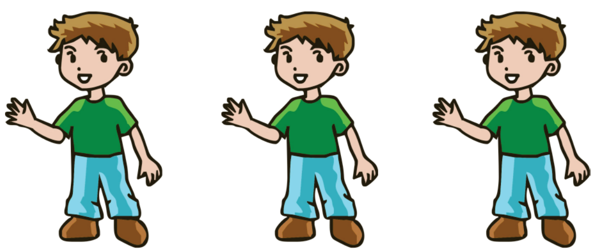
मैच के दौरान की स्थितियाँ		राशि चर है या अचर है।
1.	प्रत्येक गेंद पर बनाए जाने वाले रन	....
2.	प्रत्येक ओवर में गेंदों की संख्या	....
3.	मैदान पर स्थित विकेटों की संख्या	....
4.	बल्लेबाजों द्वारा बनाए गए रनों की संख्या	....
5.	गेंदबाजों द्वारा ली गई विकेटों की संख्या	....
6.	मैच में खिलाड़ियों की संख्या	....



दिए गए बॉक्स में से चर संख्याओं पर ◯ तथा अचर पर ☐ लगाओ।

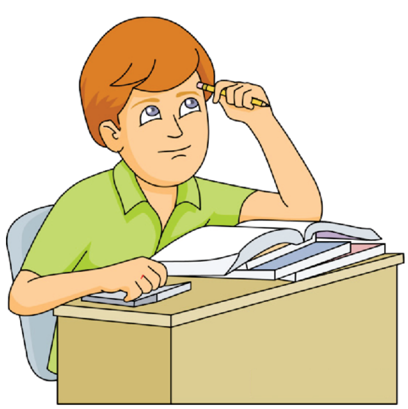
z,	**x,**	**y,**	**5,**	**18,**	**t,**	**2,**	**7,**	**m,**	**28,**	**a,**	**100,**	**n**

आओ एक उदाहरण देखें।

	विद्यार्थियों की संख्या	आँखों की कुल संख्या
	1	2x1=2
	2	2x2=........
	3	2x3=........

यदि विद्यार्थियों की संख्या 15 हो तो आँखों की कुल संख्या =

यदि विद्यार्थियों की संख्या 20 हो तो आँखों की कुल संख्या =



हम पहले संख्याओं पर चारों संक्रियाओं (योग, घटाव, गुणन व विभाजन) का प्रयोग करके व्यंजक बनाना सीख चुके हैं।

जैसे:– $\mathbf{3 \times 4 + 5}$ व्यंजक को हमने 3 से 4 गुणा करके फिर उसमें 5 जोड़कर प्राप्त किया।

अब यदि हम व्यंजक बनाने में चरों का भी प्रयोग करें तो इस बने व्यंजक को बीजीय व्यंजक कहेंगे।

जैसे:– $\mathbf{2x + 3}$

आइए, हम रहीम और गुरप्रीत की बातचीत सुनें :-

स्थिति 1: देखो यहाँ रहीम और गुरप्रीत के थैले में कुछ टॉफ़ियाँ हैं।

रहीम मेरे पास तो 6 टॉफ़ियाँ हैं। गुरप्रीत मेरे पास 5 टॉफ़ियाँ हैं।

स्थिति 2: इस स्थिति में गुरप्रीत अपनी टॉफ़ियों की संख्या नहीं बताना चाह रहा है।

रहीम मेरे पास तो 6 टॉफ़ियाँ हैं। गुरप्रीत मेरे पास ? ? नहीं, मैं नहीं बताऊँगा ? ?

क्या हम गुरप्रीत की टॉफ़ियों की संख्या बता सकते हैं ? (हाँ/नहीं)

यहाँ गुरप्रीत के पास कुछ टॉफ़ियाँ हैं पर हमें मालूम नहीं हैं।

अब बताओ !! इन दोनों के पास कुल कितनी टॉफ़ियाँ हैं ?

क्या आपको उत्तर देने में कठिनाई हुई ? आइए समझने का प्रयास करें।

कुल टॉफ़ियाँ = [रहीम के पास टॉफ़ियाँ] + [गुरप्रीत के पास टॉफ़ियाँ]

= 6 + [चर राशि]

चर राशि के स्थान पर सामान्यत: अंग्रेज़ी भाषा के छोटे अक्षरों का प्रयोग करते हैं, जैसे x, y, z, a, b, c आदि।

इस प्रकार

कुल टॉफ़ियाँ $= 6 + \boxed{x}$

$= 6 + x$

यहाँ कुल टॉफ़ियों की संख्या निकालना संभव नहीं था।
परंतु चर राशि को x मानते ही हमारी समस्या का हल हो गया।

चर और अचर राशियों में संक्रियाएँ।

1.

माना राजू के रन = ☐ (खाली स्थान में कोई भी चर राशि भरिए)

शब्बीर के रन = 54

बीजगणित का प्रयोग करते हुए राजू और शब्बीर के कुल रन = ☐

2. राधा और रेशमा दो मित्र हैं। राधा की उम्र रेशमा से 2 वर्ष अधिक है।

	यदि राधा की उम्र	तो रेशमा की उम्र
(i)	10 वर्ष है	10 + 2 = 12 वर्ष
(ii)	15 वर्ष है	15 + 2 = 17 वर्ष
(iii)	20 वर्ष है	....
(iv)	x वर्ष है	....

3. रवि के पास सुनील से 5 टॉफ़ियाँ कम हैं।

	रवि की टॉफ़ियाँ	सुनील की टॉफ़ियाँ
(i)	10	10 – 5 = 5
(ii)	20	20 – 5 = 15
(iii)	12	....
(iv)	y	....

4. यदि राजू के पास '**x**' सिक्के हैं और अतूबा के पास राजू के सिक्कों से दो गुने सिक्के हैं। हम इस स्थिति को बीजगणितीय रूप में किस प्रकार दर्शाएँगे ?

राजू के पास = 'x' सिक्के

अतूबा के पास = x के 2 गुना सिक्के

= $2 \times x$ या $x \times 2$

= 2x

अतूबा के पास = 2x सिक्के हैं।

यहाँ ध्यान देने वाली बात है, जब हम एक अचर को चर से गुणा करते हैं तो अचर संख्या को पहले लिखते हैं।

5. अजया की आयु अपने पिता की आयु की एक तिहाई है। यदि पिता की आयु **m** वर्ष हो तो क्या इस आधार पर हम अजया की आयु ज्ञात कर सकते हैं ?

अजया के पिता की आयु = m वर्ष

अजया की आयु = m का $\frac{1}{3}$

= $m \times \frac{1}{3}$ या $\frac{1}{3} \times m$ वर्ष

= $\frac{m}{3}$ वर्ष

6.

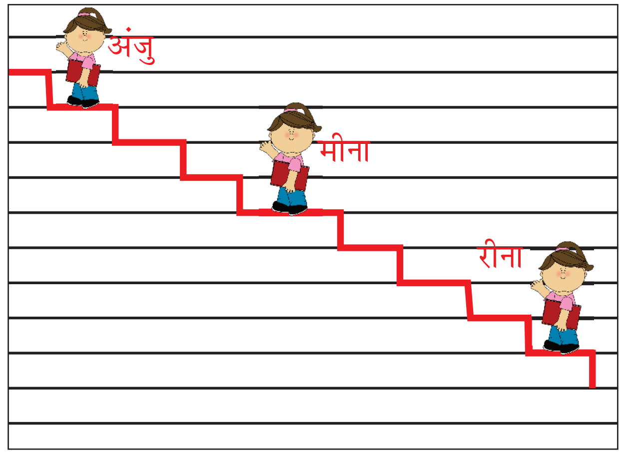
अमीरा का वज़न = ____________________

पिछले प्रश्नों में हमने देखा कि चर और अचर राशियों पर संक्रियाओं से व्यंजक प्राप्त हुए।

अमीरा का वज़न **t + 20** आया जो एक व्यंजक है।

7.

अंजु, मीना और रीना ऊपर बाज़ार में जाने के लिए सीढ़ियों से चढ़ रही हैं।
सभी चढ़ते चढ़ते थक गईं,
और एक स्थान पर बैठ गईं।
अगर मीना सीढ़ी संख्या x पर बैठी है।
अंजु उससे 3 सीढ़ी ऊपर बैठी है।
तथा रीना उससे 4 सीढ़ी नीचे बैठी है।
मीना की सीढ़ी संख्या के आधार पर:



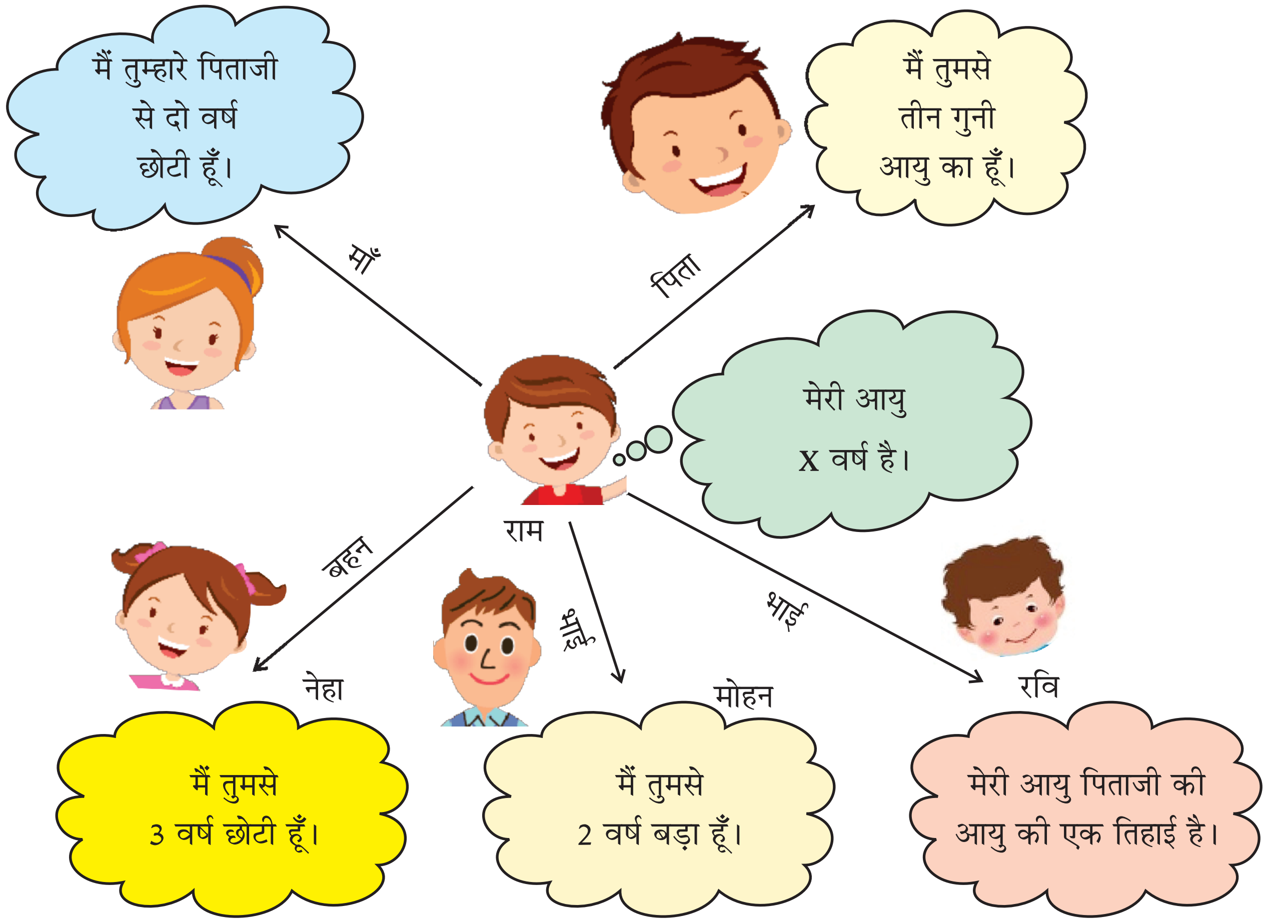
i) अंजु की सीढ़ी संख्या...................... (व्यंजक लिखिए)

ii) रीना की सीढ़ी संख्या......................(व्यंजक लिखिए)

नीचे की तालिका को पूरा कीजिए

	प्रभजोत	**मनोज**	**दोनों की कुल संख्या**
पैंसिलों की संख्या	5	y	....
टॉफ़ियों की संख्या	z	6	....
कॉपियों की संख्या	8	t	....

7.



व्यंजक लिखिए

राम की वर्तमान आयु = ... x ....

पिता की वर्तमान आयु = ...

माँ की वर्तमान आयु = ...

नेहा की वर्तमान आयु = ...

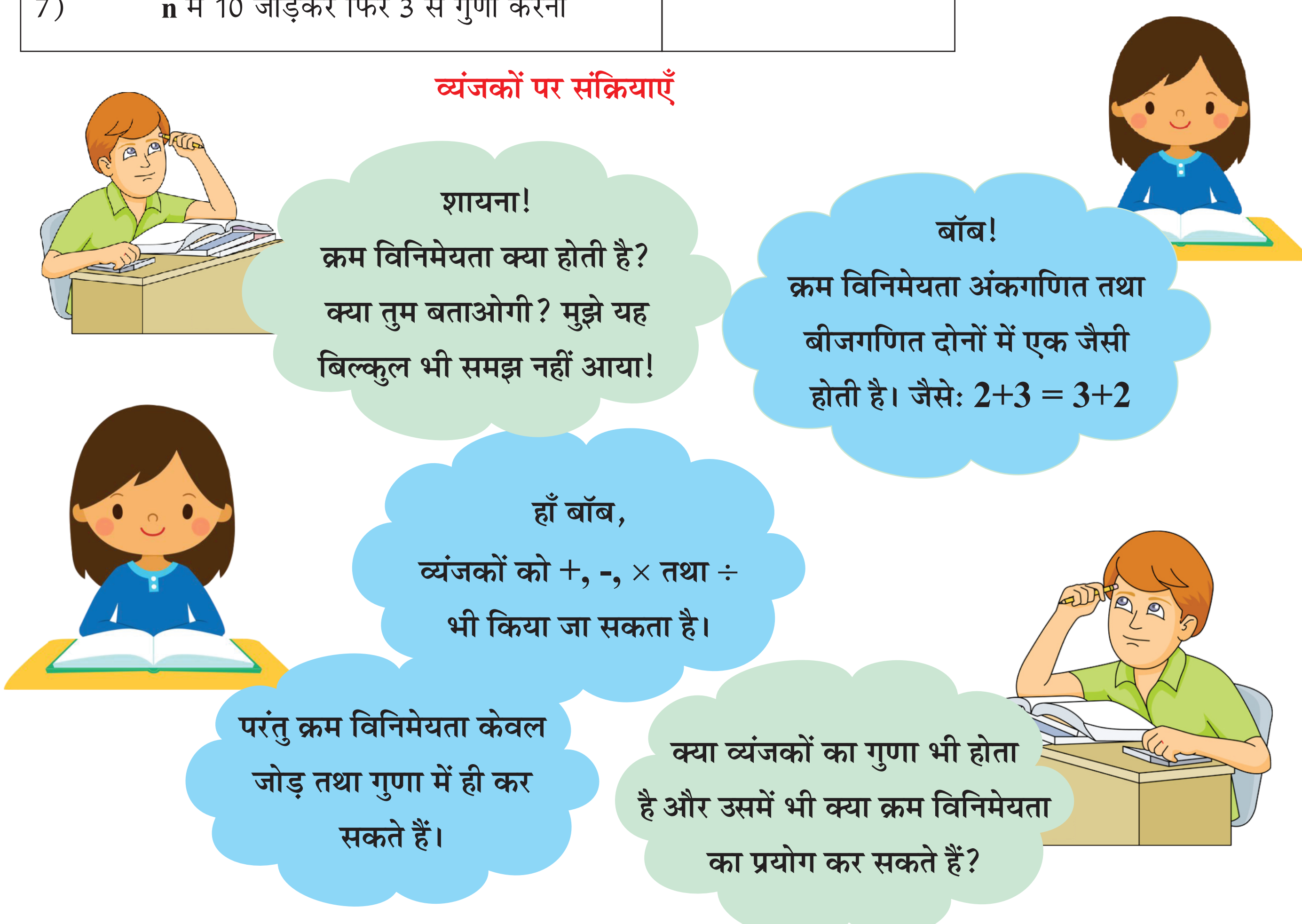
मोहन की वर्तमान आयु = ...

रवि की वर्तमान आयु = ...

आओ, व्यंजक के रूप में लिखें-

		व्यंजक
1)	z में 5 जोड़ना	z + 5
2)	**z** में से 5 घटाना	z – 5
3)	**s** को 6 से गुणा करना	6 × s
4)	**y** को 7 से भाग करना	
5)	**g** को 2 से गुणा करके 3 जोड़ना	
6)	**y** को 7 से भाग करके 3 घटाना	
7)	**n** में 10 जोड़कर फिर 3 से गुणा करना	

व्यंजकों पर संक्रियाएँ



व्यंजकों के नियम :

(1) **क्रम विनिमेयता (जोड़)**

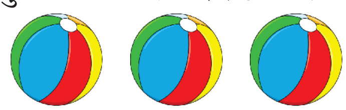
क्रम विनिमेय = क्रम+विनिमेय

अर्थात्

क्रम बदलना

यहाँ प्रीति और सुमन के पास क्रमशः 3 और 2 बॉल हैं।

परिस्थिति-1



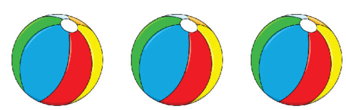
+

प्रीति की बॉल सुमन की बॉल

दोनों की कुल बॉल =..................................

परिस्थिति-2

+



सुमन की बॉल प्रीति की बॉल

दोनों की कुल बॉल=..................................

क्या दोनों परिस्थितियों में उत्तर समान हैं? हाँ/नहीं

1) 3+2 =5 , 2) 2+3 = 5
दो संख्याओं को जमा करने के लिए 3 पहले लिखें या 2 पहले लिखें, उत्तर दोनों परिस्थितियों में 5 ही आता है।

निष्कर्ष : संख्याओं का क्रम बदलने पर भी योग वही रहता है।

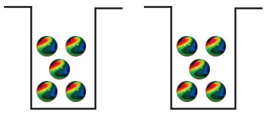
यही गुण क्रम विनिमेयता कहलाता है।

इसी प्रकार बीजगणित में भी चरों का जोड़ करते समय a पहले लिखें या b पहले लिखें, उत्तर ठीक माना जाएगा। चरों का प्रयोग करते हुए यदि एक संख्या को a तथा दूसरी संख्या को b मानें, तो दोनों संख्याओं का योग:

a+b = ... + ...

(2) **क्रम विनिमेयता (गुणा)**

परिस्थिति-1



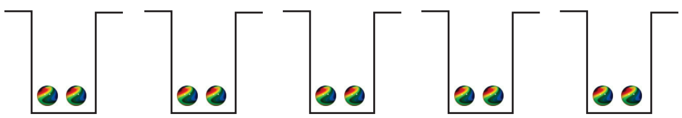
पात्र-1 पात्र-2

पात्रों की संख्या = ... 2 ....

प्रत्येक पात्र में कंचों की संख्या = ... 5 ....

दोनों पात्रों में कुल कंचों की संख्या = ... $2 \times 5 = 10$ ....

परिस्थिति-2



पात्र-1 पात्र-2 पात्र-3 पात्र-4 पात्र-5

पात्रों की संख्या = ...

प्रत्येक पात्र में कंचों की संख्या = ...

दोनों पात्रों में कुल कंचों की संख्या = ...

क्या दोनों परिस्थितियों में कंचों की संख्या समान है? हाँ/नहीं

1) $5 \times 2 = 10$, 2) $2 \times 5 = 10$
गुणा करने के लिए 5 पहले लिखें या 2 पहले लिखें,
दोनों ही परिस्थितियों में उत्तर 10 ही आता है।

निष्कर्ष : संख्याओं का क्रम बदलने पर गुणनफल वही रहता है।

इसे गुणन की क्रम विनिमेयता कहते हैं।

बीजगणित में भी यदि दो चरों a, b को गुणा करते हैं तो

a पहले लिखें या b पहले लिखें, उत्तर ठीक माना जाएगा।

चरों का प्रयोग करते हुए एक संख्या को a तथा दूसरी संख्या को b मानें, तो दोनों संख्याओं का गुणनफल:

$a \times b = ... \times ....$

इसी प्रकार हम देख सकते हैं कि अंकगणित के कुछ और नियम भी बीजगणित में लागू होते हैं।

3. **संख्याओं के योग पर गुणन की वितरणता**

आओ देखें :-

3 x14 का मान कैसे ज्ञात किया जा सकता है, अगर हमें 14 की गुणन सारणी (पहाड़ा) याद नहीं है?

$$3(10+4) = (3 \times 10) + (3 \times 4)$$
$$= 30 + 12 = 42$$

इसी प्रकार बीजगणित में भी कर सकते हैं।

$$a(b+c) = (a \times b) + (a \times c)$$
$$= ab + ac$$

करके देखें :

1) $7 \times (40+5) =$ ________ + ________ = ________

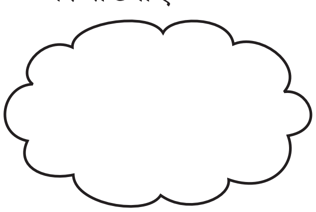
2) $8 \times (10+9) =$ ________ + ________ = ________

आइए, अभी तक पढ़े हुए को दोहराते हैं।

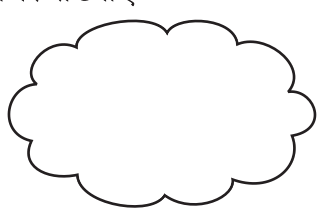
प्र.1 निम्नलिखित में से चर तथा अचर संख्याओं को छांटिए।

x, y, 1, a,
6, z, 10, b,
12, c

चर संख्याएँ



अचर संख्याएँ



प्र.2 निम्नलिखित को कथनों के रूप में व्यक्त करें :-

i) $x+7 =$ x में 7 जोड़िए।

ii) $y-8 =$ ....

iii) $t+10 =$ ....

iv) $3s =$ ....

v) $z/2 =$ ....

प्र.3 मिलान करो -

i)	y में 3 जोड़िए	a) $5y-7$
ii)	z में से 5 घटाइए	b) $2z$
iii)	z का 2 गुना कीजिए	c) $y+3$
iv)	a का एक तिहाई कीजिए	d) $3x+6$
v)	x को 3 से गुणा करके 6 जमा कीजिए	e) $z-5$
vi)	y को 5 से गुणा करके 7 घटाइए	e) $\frac{a}{3}$

प्र.4 निम्नलिखित परिस्थितियों में व्यंजकों का निर्माण करें।

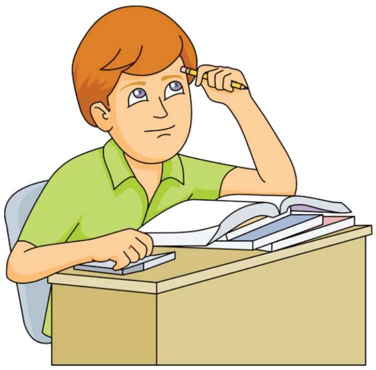
(a) यदि रीना के पास x kg चावल हैं और दुकानदार से उसने 7 kg और ले लिए तो कुल मिलाकर कितने kg चावल हो गए?...

(b) यदि मोहन के पास y रु. हैं और राजीव ने उससे 10 रु. ले लिए तो अब मोहन के पास कितनी राशि शेष है?..

(c) यदि टीना ने x टॉफ़ियाँ खा लीं और मीना ने उससे दो गुनी टॉफ़ी खाईं तो दोनों ने कुल मिलाकर कितनी टॉफ़ियाँ खाईं?..

प्र.5 **मिलान करो :-**

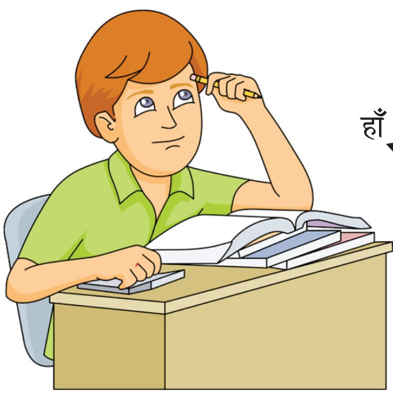
$s+t = t+s$	गुणा की क्रम विनिमेयता
$a\times(b+c) = (a\times b) + (a\times c)$	योग की क्रम विनिमेयता
$m\times n=n\times m$	वितरणता



अब एक और मुसीबत, ये समीकरण कहाँ से आ गया? चलो शायना से पूछता हूँ, मुझे समझ नहीं आ रहा है।

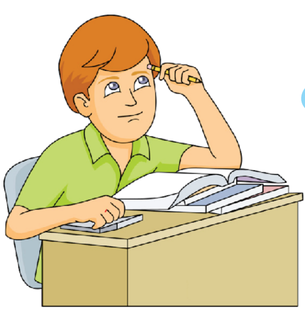
शायना,
क्या तुम समीकरण के बारे में मुझे कुछ बताओगी?

बॉब! तुमने मुझे जो Δ (त्रिभुज) के रेखाखंड निकालना सिखाया था उससे उल्टा सोचो। यदि 12 रेखाखंड दिए हों तो कितने त्रिभुज बनेंगे?



हाँ

4 त्रिभुज बनेंगे न!
सोचो-सोचो मैंने कैसे निकाला?
तुम्हारे बीजगणित से।



मतलब?

देखो अगर 3x=12 लिखें तो 1x=4 होगा और Δ को हमने x लिखा था इसका मतलब 4 Δ बनेंगे।

यहाँ हम एक प्रतिबंध प्राप्त करते हैं जो चर x द्वारा संतुष्ट होना चाहिए। यह समीकरण है।

एक समीकरण चर पर प्रतिबंध होता है। यह चर के केवल निश्चित मान के लिए ही संतुष्ट होता है।

एक समीकरण के दोनों पक्षों के बीच समता = का निशान होता है।
(बायाँ पक्ष) LHS = RHS (दायाँ पक्ष)

अब बताइए कि नीचे लिखे बीजगणितीय मान समीकरण हैं या नहीं। चर भी बताइए (हाँ/नहीं)

1) $x + 20 = 70$ हाँ   x

2) $8 \times 3 = 24$ ----   ----

3) $2p - 30 > 30$ ----   ----

4) $x - 4 = 100$ -----   ----

5) $20b = 80$ ----   ----

सारणी भरिए :

समीकरण	चर का मान	हल (हाँ/नहीं)
1. x+10 =30	x=10	नहीं
2. x+10=30	x=20	....
3. P-3 = 7	P=15	....
4. P-3 = 7	P=10	....
5. 3n=7	n=9	....
6. 3n=21	n=7	....
7. t/5 = 4	t=25	....
8. t/5 = 4	t=20	....
9. 2l+3=7	l=5	....
10. 2l+3=7	l=1	....

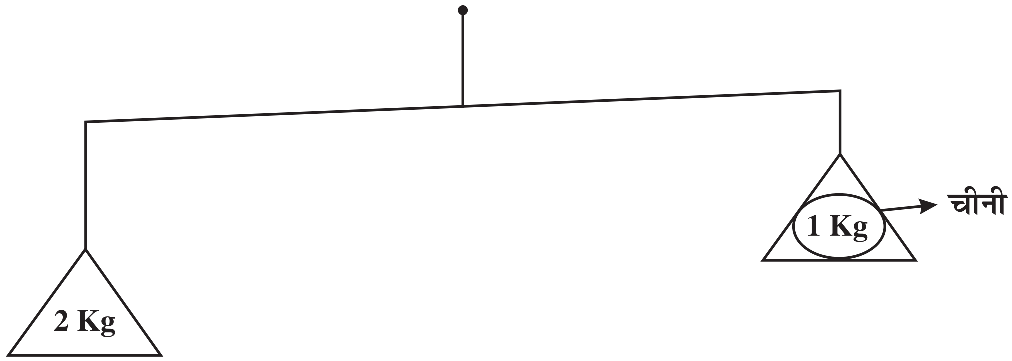
समीकरण का हल

समीकरण में चर का वह मान जो समीकरण को संतुष्ट करता है, उस समीकरण का हल कहलाता है।

गतिविधि – समीकरण

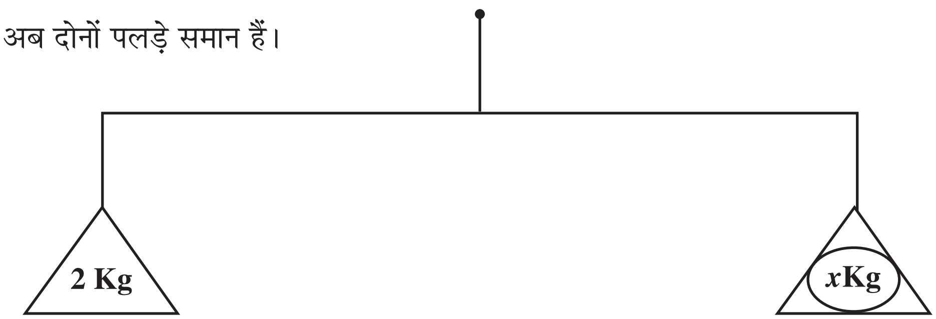
(Activity on Equation)

तराजू (Balance)



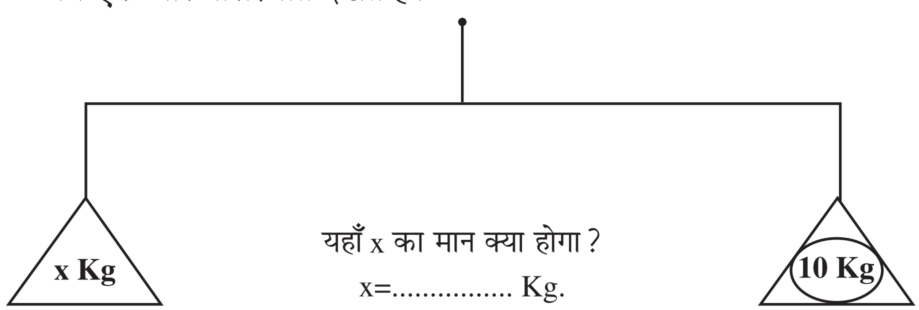
इसमें कितनी चीनी और डालें कि तराजू के दोनों पलड़े बराबर हो जाएँ.........................

अब दोनों पलड़े समान हैं।



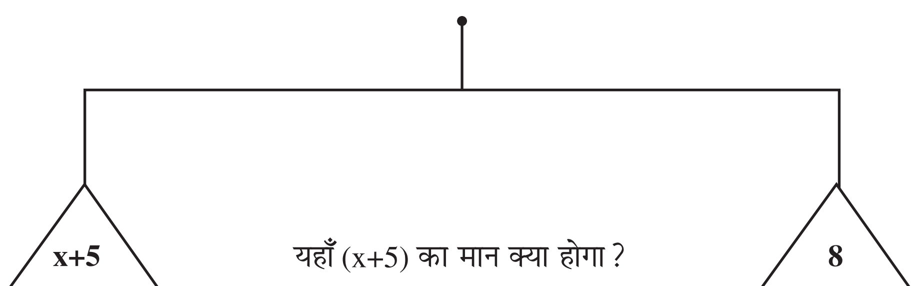
तो समानता के लिए दाईं ओर कितनी चीनी होगी ....

अब एक और परिस्थिति देखते हैं।



यहाँ x का मान क्या होगा ?

x=................ Kg.



यहाँ (x+5) का मान क्या होगा ?

x+5 = ...

x+5 एक व्यंजक है तथा x+5=8 एक समीकरण है।

समीकरण में = (समानता चिन्ह) आता है।

दो या दो से अधिक व्यंजक मिलकर कथन बनाते हैं और जब व्यंजक किसी भी स्थिति में समान हो जाते हैं तो यह समीकरण बन जाता है। इस पर अपने साथियों के साथ चर्चा करें।

बताओ ?

मैं एक समीकरण हूँ या नहीं ? $x=7=19$

मुझे भी बताओ ? $t-7>5$

मुझे भी बताओ ? $x-2=0$

आओ करें

1) 5kg + ? = 7 kg

2) 5ℓ + ? = 12ℓ

3) मैं एक विशिष्ट संख्या हूँ। मुझमें से से 6 निकालिए और क्रिकेट की एक टीम बनाइए।

?-6= 11

?= ☐

बूझो तो जानें

मेरा मान बताओ अगर मुझे 6 बार लिया जाए और उसमें 40 जोड़ा जाए तो प्राप्त योग दोहरे शतक से 40 ही दूर होगा।

मैं कौन हूँ, अगर मुझमें से 8 निकालकर एक दर्जन से भाग देने पर क्रिकेट की पूरी टीम बचती है?

मैं हूँ एक संख्या। मेरे छः गुने में दस मिलाकर पाएँगे आप छियालिस बताओ बताओ, मेरा मान बताओ?

आज हमने सीखा

1. बीजगणित क्या है?
2. चर, अचर क्या होते हैं?
3. व्यंजक कैसे बनते हैं?
4. समीकरण क्या है?
5. समीकरण को हल कैसे करते हैं?

रोल–प्ले

सूत्रधार

सुनो, सुनो सुनो, हर खासो आम गौर से सुनो,
जिनको होती है गणना करने में कोई भी परेशानी
वो परेशानी हो जाएगी उड़नछू मन में हमने ठानी
अंक और रेखा से हटकर सीखें हम कुछ ऐसा ज्ञान
मुश्किल से मुश्किल सवाल को हल कर दें श्रीमान

दृश्य 1

(दो बच्चे दौड़कर प्रवेश करते हैं)

रमा : (लम्बी लम्बी सासें लेते हुए) बहुत खेल लिए आयुष, अब हमें ममता के घर चलना चाहिए, उसके चाचा हमारा इंतज़ार कर रहे होंगे।

आयुष : ममता के यहाँ। मगर हम वहाँ क्यों जा रहे हैं ?

रमा : आयुष तुम्हें कुछ याद नहीं रहता मेरे छोटे भाई।

आयुष : देखो तुम मुझे छोटे भाई, छोटे भाई मत कहा करो। मैं तुमसे छोटा नहीं हूँ। हम जुड़वां हैं।

रमा : (दोनों हाथ उठाते हुए) गलती हो गई मेरे जुड़वा भाई आयुष, अब ठीक है ?

आयुष : मगर हम वहां क्यों जा रहे हैं ?

रमा : तुम्हें याद है.... कल ममता ने कहा था कि हम लोग उसके भाई से बीजगणित की कुछ चीजें समझेंगे।

आयुष : हाँ, हाँ उसके भाई पूसा इंस्टिट्यूट में साइंटिस्ट हैं, वही न ?

रमा : करेक्ट, ताज्जुब है ये बात तुम्हें याद रही। अब अपना बैग उठाओ और चलो,

(मम्मी को कहकर दोनों ममता के घर जाते हैं।)

दृश्य 2

(रमा, आयुष ममता के घर में प्रवेश करते हैं। ममता अपने चाचा डा. कौशल और उनके दोस्त डा. हनीफ के साथ स्टडी टेबल पर बातचीत में लगी है।)

ममता : आओ रमा और आयुष... ये हैं डा. हनीफ।

रमा : कौशल चाचा के दोस्त। स्कूल में गणित के टीचर, जानती हूँ। पिछली बार मैं आपसे यहीं मिली थी।

कौशल : हाँ तो बच्चो, अब बताओ किस बारे में बात करें ?

ममता : बीजगणित।

कौशल : बीजगणित में क्या ?

रमा : दरअसल चाचाजी हम समझना चाहते हैं कि बीजगणित है क्या ?

आयुष : चाचाजी, इन्हें इतनी सी बात समझ नहीं आती, अरे भाई जैसे अंकगणित होता है, ज्योमेट्री होता है, वैसे ही होता है बीजगणित। इसमें क्या मुश्किल है। है न ?

कौशल : आयुष ने सही कहा ह, जैसे अंकगणित होता है, ज्योमेट्री होता है वैसे ही होता है बीजगणित। अब सवाल उठता है बीजगणित क्या, क्यों और कैसे, और यही सवाल है ममता और रमा का। है न बच्चो ?

रमा : बिल्कुल ठीक चाचाजी।

हनीफ : मुझे लगता है बीजगणित जानने के लिए हमें थोड़ा पीछे जाना होगा।

आयुष : पीछे... चलो चलो मैं तो पहले ही कह रहा था। पीछे बड़ा अच्छा लॉन है। वहीं बैठते हैं।

हनीफ : मैं पीछे लॉन में जाने की बात नहीं कर रहा हूँ हनीफ। मैं तो इतिहास में पीछे जाने की बात कह रहा हूँ। जब व्यावहारिकता के चलते अंकगणित और ज्योमेट्री इस्तेमाल हुआ करती थी।

कौशल : आज से करीब 3500 साल पहले जब पहली बार मिस्रवासियों ने अज्ञात संख्याओं को व्यक्त करने के लिए संकेतों का प्रयोग किया था।

ममता : तो क्या बीजगणित 3500 सालों से पढ़ा जा रहा है ?

आयुष : अरे तो क्या हमारे पुरखों ने भी इसे झेला था ?

हनीफ : झेला नहीं था आयुष, इस्तेमाल किया था। तभी तो इंसान अपनी सोच और समझ का विकास कर पाया।

कौशल : हाँ बिल्कुल। देखो जिस तरीके से संख्याओं के बारे में जब हम पढ़ते हैं तो उसे कहते हैं...

रमा : अंकगणित।

कौशल : बिल्कुल सही, और आकृतियों और आकारों के बारे में किए गए अध्ययन को कहते हैं – ज्योमेट्री।

ममता : हाँ चाचाजी।

कौशल : उसी तरीके से गणित की एक और शाखा बनी जिसमें कुछ अज्ञात राशियों को मालूम करते हुए तमाम पहेलियों और हमारी दैनिक समस्याओं को हल करने का एक मज़बूत साधन विकसित किया गया। और वो है– बीजगणित।

आयुष : मैं तो सोचता था कि बीजगणित में बीजों को गिनते हैं, जैसे – खरबूजे के बीज, तरबूजे के बीज, कासीफल और लौकी के बीज।

(सभी हँसते हैं।)

रमा : आयुष हमेशा मज़ाक करते हो, कभी तो सीरियस हुआ करो।

कौशल : दरअसल आयुष बीजगणित नाम की ही व्याख्या कर रहा है। (हँसते हैं।) बीजगणित के बीज दरअसल बेबीलान में एक शताब्दी पूर्व देखे जा सकते हैं। उसी दौर में मिश्र, यूनान और चीन मे भी इसी तरह का विकास धीरे–धीरे अपनी शक्ल ले रहा था। हिन्दुस्तान में गणितज्ञ आर्यभट्ट (476 ई.) ब्रह्मगुप्त (598 ई.) और महावीर (850 ई.) ने बीजगणित के क्षेत्र में बहुत योगदान दिया। बीजगणित (algebra) गणित की वह शाखा है जिसमें संख्याओं के स्थान पर चिन्हों का प्रयोग किया जाता है। हिन्दुस्तान में 860 ई. में पृथूदक स्वामी ने इसका नाम 'बीजगणित' रखा था।

ममता : चाचा फिर तो बीजगणित बहुत पुराना है ?

हनीफ : हाँ बच्चो, ''एलजेबरा'' शब्द पता है, बगदाद के एक अरब गणितज्ञ की किताब से दुनियाभर में मशहूर हुआ।

रमा : नाम क्या था उन गणितज्ञ का चाचा ?

हनीफ : उनका नाम था मुहम्मद इब्न अल खोवारिज़्मी।

कौशल : उनकी किताब का नाम था अलजेबर व'अल अल्मुगाबलाह जो तकरीबन 825 ई. में लिखी गयी।

आयुष : ये तो बड़े मुश्किल शब्द लग रहे हैं...

हनीफ : हाँ आयुष, मुश्किल इसलिए लग रहे हैं क्योंकि ये दूसरी जबान के हैं। अरबी जबान हमें नहीं आती... इसलिए।

कौशल : अगर हम इन शब्दों को बार बार पढ़ें तो यही आसान बन जाएँगे।

रमा : बिल्कुल सही कहा चाचा। जैसे अलजेबरा अब हमारे लिए कितना आसान हो गया है।

ममता : और वो इसलिए क्योंकि इस शब्द को हम बार–बार इस्तेमाल करते हैं।

हनीफ : बच्चो बीजगणित पर एक गीत सुनोगे ?

सभी : बिल्कुल चाचा...सुनेंगे ही नहीं, गाएँगे भी।

गीत

अंकगणित और ज्यामिति पढ़कर हुई मुश्किलें तारी
बीजगणित को जानने की फिर हमने की तैयारी
संकेतों में मिस्र देश ने गणना की जब भारी
एक सभ्यता मिटते मिटते दे गयी ज्ञान की पिटारी
एल्जबरा का नाम लिया जब इराकी गणितज्ञ ने
बीज वर्ण संकेत बुने तब ब्रह्मगुप्त और भट्ट ने
समीकरण और चर की गणना दे गयी ये वरदान
दुनिया में फिर गणित की भाषा हो गयी और आसान
बीजगणित है, बीजगणित है, बीजगणित है, बीजगणित
कितना आसां कितना अद्भुत, समझ के दखें बीजगणित

Learning Outcomes (अधिगम सम्प्राप्ति)

1. दैनिक जीवन की परिस्थितियों/समस्याओं में चर व अचर की पहचान कर पाना।
2. दी गयी परिस्थिति/समस्या की बीजगणितीय व्यंजन या समीकरण के रूप में लिख पाना।
3. ''व्यंजकों'' पर ''संक्रियाओं'' को समझ पाना।
4. समीकरणों को हल कर पाना।

2nd Term

अध्याय 6 – पूर्णांक

तीसरे दिन रामफल फिर से 200 रु के फूल खरीदकर बाज़ार में बेचने के लिए गया। बाजार में फूलों की माँग न होने के कारण उसने सारे फूल 170 रु के बेच दिए।

रामफल को तीसरे दिन कितने रुपयों का फायदा/ नुकसान हुआ। ➜ **उत्तर :**

रामफल को अगले दिन के लिए फूल खरीदने के लिए 30 रु अपनी जमा राशि (संदूक में) में से निकालने पड़े। नीचे दी गई माला में मनकों की शेष संख्या को दिखाओ।

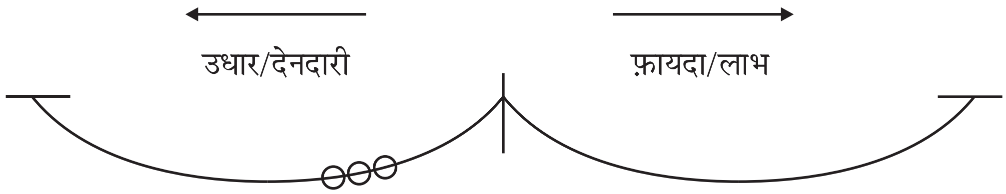
चौथे दिन भी रामफल 200 रु के फूल खरीदकर बाज़ार में बेचने के लिए गया। लेकिन रास्ते में ही उसके फूलों की टोकरी गिर गई तथा उसके बहुत सारे फूल खराब हो गए। बचे हुए फूलों को वह बाज़ार ले गया जो उसने 150 रु के फूल बेचे।

रामफल को चौथे दिन कितने रुपयों का लाभ/हानि हुई? ➜ **उत्तर :**

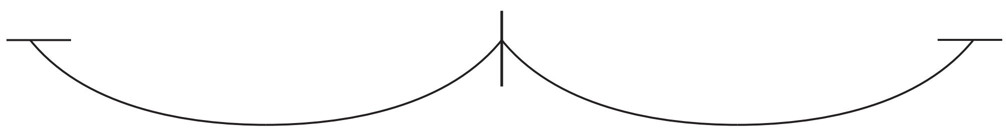
रामफल के पास अब कुल कितने रुपये शेष हैं? **उत्तर :** ➜

क्या अगले दिन रामफल बाज़ार से फूल खरीद पाएगा। **उत्तर :** ➜

अब रामफल ने 30 रु अपने दोस्त से उधार लिए ताकि उसके पास 200 रु हो जाएँ तथा इस स्थिति को उसने अपनी माला में दर्शाने के लिए एक और माला बनाई जो कि उसकी देनदारी (उधार) को दर्शाती है। कुछ इस प्रकार से:-

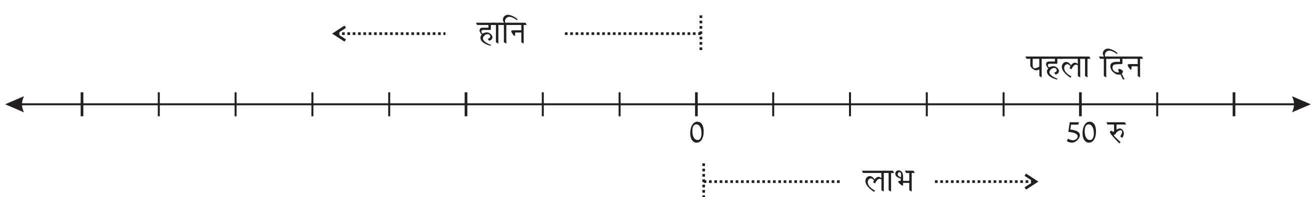


रामफल **पाँचवे दिन** भी 200 रु के फूल खरीदकर बाज़ार में बेचने के लिए गया। उसने उस दिन 220 रु के फूल बेचे। अब उसकी माला में मनकों की स्थिति बताओ।



रामफल अपने हर दिन के हिसाब-किताब को लिखने में आपकी मदद चाहता है।

नीचे दी गई रेखा पर हिसाब दर्शाने में रामफल की मदद कीजिए।



पहले, दूसरे दिन की कमाई की स्थिति के अनुसार, अन्य दिनों की कमाई की स्थिति भी रेखा पर दर्शाइए।

जीवन में पूर्णांकों की आवश्यकता

ऊपर जाना (Above), हानि (Loss), जमा (Deposit), आगे बढ़ना (Onwards), निकासी (Withdraw), नीचे जाना (Below), पीछे हटना (Backward), घटना (Decrease), बढ़ना (Increase), लाभ (Profit)

ऊपर बॉक्स में लिखित स्थितियों को नीचे तालिका में दर्शाइए।

गणितीय परिस्थितियों के आधार पर

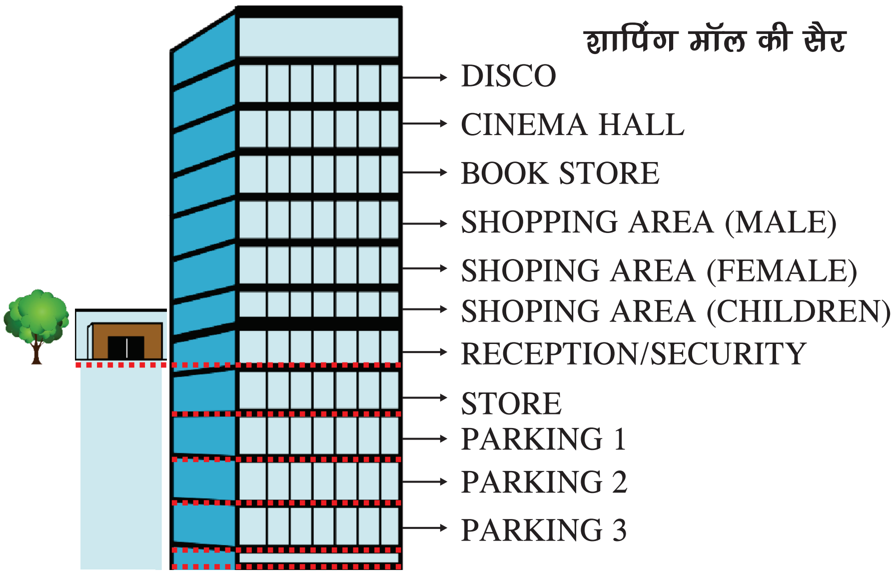
धनात्मक स्थितियाँ	ऋणात्मक स्थितियाँ
जिन स्थितियों में हमारे पास कुछ बढ़ता या जमा होता है, उन स्थितियों को धनात्मक स्थिति कहा जा सकता है।	जिन स्थितियों में हमारे पास कुछ घटता या कम होता है, उन स्थितियों को ऋणात्मक स्थिति कहा जा सकता है।
लाभ	हानि

बनाई गई तालिका में विपरीत परिस्थितियों का मिलान कीजिए।

मेरे साथ चिह्न लगाइए

	परिस्थिति	उचित चिह्न द्वारा संख्यात्मक निरूपण
1	खाते में 500 रु जमा करना।	+500
2	शिमला का तापमान 0° C से 2° C नीचे।	
3	खाते में से 200 रु निकालना	
4	एक पनडुब्बी समुद्र तल से 400 मीटर की गहराई पर चल रही है।	
5	दिल्ली का तापमान 0° C से 40° C ऊपर।	
6	2000 रु का लाभ।	
7	भूतल से 2 मंज़िल नीचे।	
8	1,500 रु की हानि।	

शापिंग मॉल की सैर



क्या आप बड़े-बड़े शापिंग मॉल (Shopping Mall) में गए हो?

हाँ/ना ☐

क्या इस बिल्डिंग में लिफ़्ट होगी? ⇒ हाँ/ना ☐

लिफ़्ट के अंदर कुछ इस तरह के बटन है

			-4
6	3	0	-3
5	2	-1	↑
4	1	-2	↓

आप लिफ़्ट में है।

ऊपर बनी बिल्डिंग के अलग-अलग तल को देखते हुए उत्तर लिखिए। **उत्तर लिखिए**

भूतल (Ground Floor) से चौथी मंज़िल ऊपर जाने के लिए किस नंबर के बटन को दबाओगे? → ◯

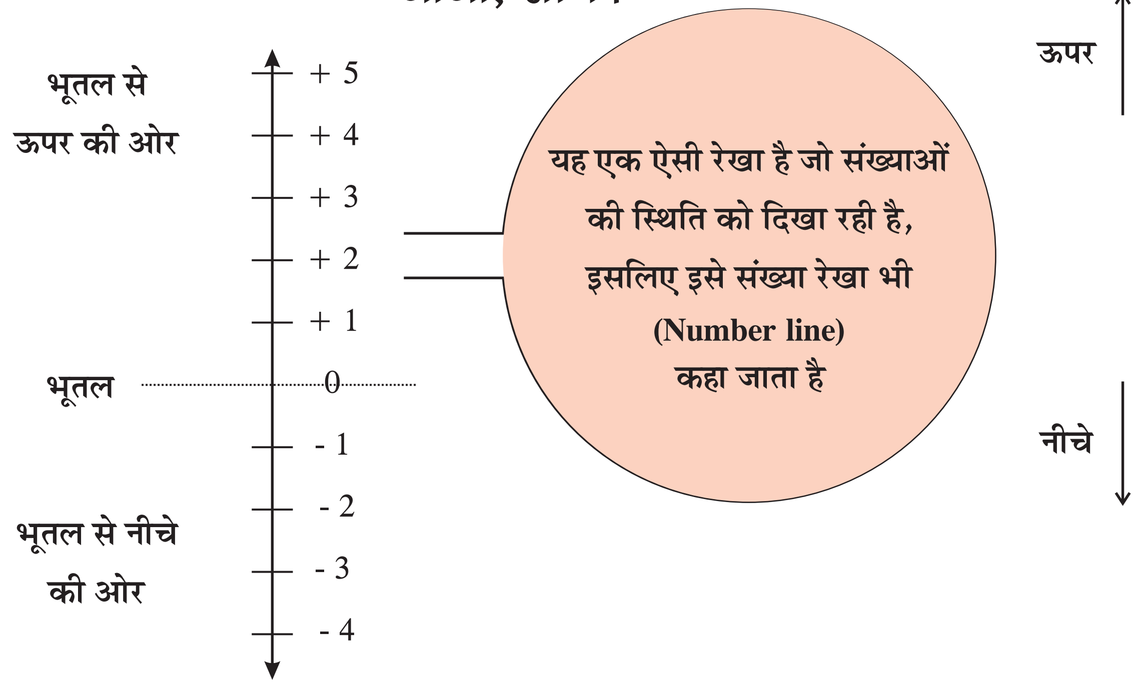
DISCO (डिस्को) में जाने के लिए किस नंबर के बटन को दबाओगे? → ◯

स्टोर में जाने के लिए किस नंबर के बटन को दबाओगे? → ◯

आपने अपना स्कूटर पार्किंग 3 में खड़ा कर रखा है।

स्कूटर के पास जाने के लिए किस नंबर के बटन को दबाओगे? → ◯

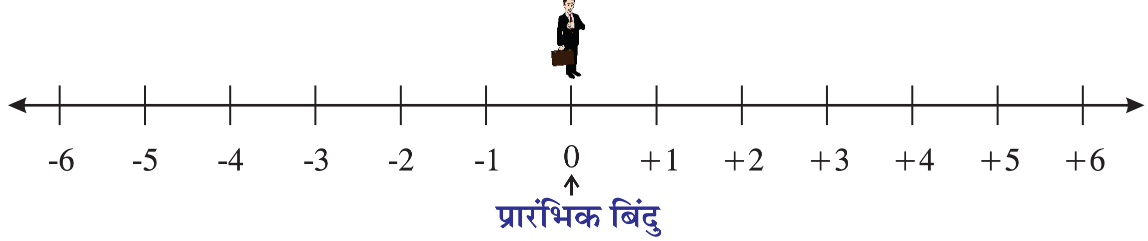
आओ, सोचें।



आओ। हम कुछ और परिस्थितियों को भी संख्या रेखा के द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

पीछे ← → आगे

आगे बढ़ना तथा पीछे हटना (कदमों में) (In Steps)



आप जिस स्थान पर खड़े हो, उसे प्रारंभिक बिंदु मान लेते हैं तथा उस स्थिति को '0' से संबोधित करते हैं नीचे दी गई स्थितियों को रिक्त स्थान पूरा करके दर्शाइए।

+ 4 = 4 कदम आगे की ओर बढ़ना

- 3 = 3 कदम पीछे की ओर हटना

-1 = ____________________

2 = ____________________

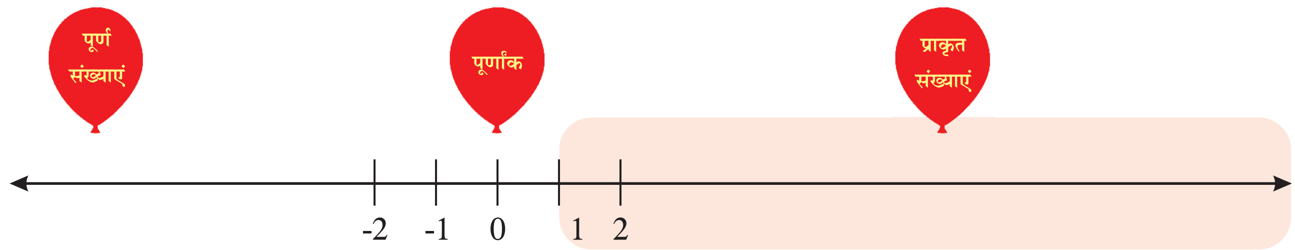
संख्या रेखा पर संख्या पीछे की ओर तथा नीचे की ओर, जितनी बढ़ेगी, उतनी ही वह छोटी होती चली जाएगी।

संख्या रेखा पर संख्या आगे की ओर तथा ऊपर की ओर, जितनी बढ़ेगी, उतनी ही वह बड़ी होती चली जाएगी।

यहाँ ध्यान देने वाली बात यह है कि '+2' और '2' का मान एक ही होता है।

संख्या समूह का नाम दीजिए

(1)



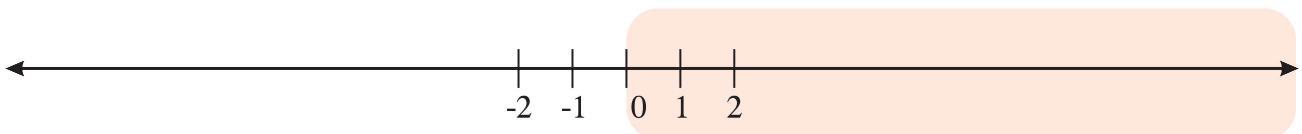
संख्या बाईं ओर जाने पर घटती चली जाएगी

संख्या दाईं ओर जाने पर बढ़ती चली जाएगी

संख्या रेखा में बॉक्स के अंदर आई संख्याओं को नीचे बने स्थान में लिखिए। उत्तर इसी पेज़ पर गुब्बारों में छुपे हुए है।

इन सभी संख्याओं के समूह का क्या नाम है?

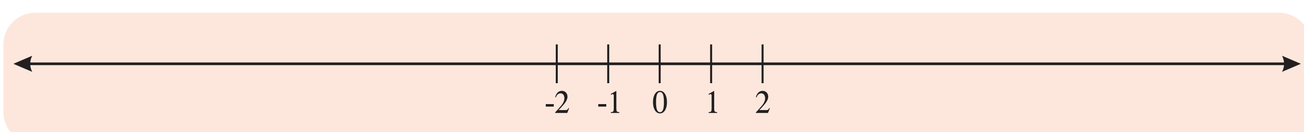
(2)



आकृति के अंदर आई संख्याओं को नीचे बने बॉक्स में लिखिए।

इन सभी संख्याओं के समूह का क्या नाम है?

(3)



आकृति के अंदर आई संख्याओं को नीचे बने बॉक्स में लिखिए।

इन सभी संख्याओं के समूह का क्या नाम है?

इन सभी संख्याओं के समूह का क्या नाम दें? अध्यापक के साथ चर्चा करके लिखिए।

संख्याओं की तुलना कीजिए

$>$, $<$ या $=$ के चिन्हों का प्रयोग करके

बड़ी संख्या की ओर चिन्ह का मुँह खुला रहता है।

$6 > 3$

$3 < 6$

हम लोग जब संख्याओं की छोटी और बड़ी होने की तुलना करते हैं तो उस स्थिति को गणितीय रूप में दर्शाने के लिए चिन्ह $<$ या $>$ का प्रयोग करते हैं।

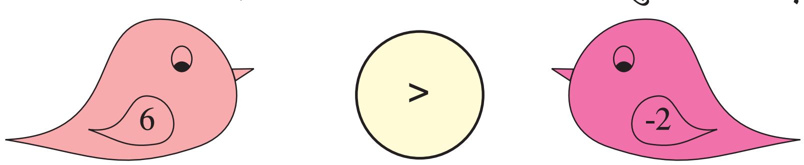
7 बड़ा है 5 से	$7 > 5$
−7 छोटा है −5 से	$-7 < -5$

सोचिए और बताइए, ऐसा क्यों?

(संख्याओं की तुलना)

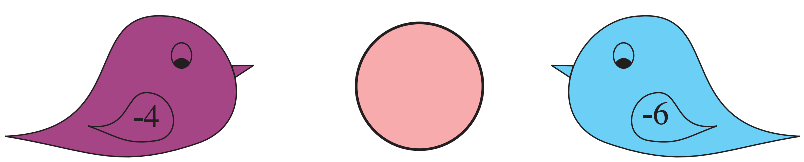
$>$, $<$ या $=$ के चिन्हों का प्रयोग करके संख्याओं की तुलना कीजिए।

उदाहरण

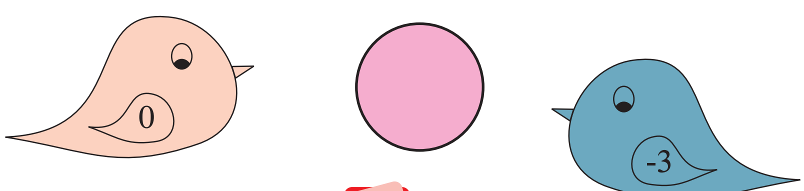


आओ करके देखें

(i)



(ii)



>, < या = के चिन्हों का प्रयोग कर, तुलना कीजिए

आधार से 5 सीढ़ी नीचे — आधार से 2 सीढ़ी नीचे

अंकों में लिखिए: -5 [<] -2

4000 रु कमाए — 2000 रु खर्च किए

अंकों में लिखिए: ______ [ ] ______

तापमान 0°C से 10°C नीचे — तापमान 0°C से 2°C नीचे

अंकों में लिखिए: ____________ [ ] ____________

समुद्र तल से 2000 मीटर की गहराई — समुद्र तल से 3000 मीटर की गहराई

अंकों में लिखिए: ____________ [ ] ____________

मानक वज़न से 3 किलोग्राम कम — मानक वज़न से 5 किलोग्राम अधिक

अंकों में लिखिए: ____________ [ ] ____________________

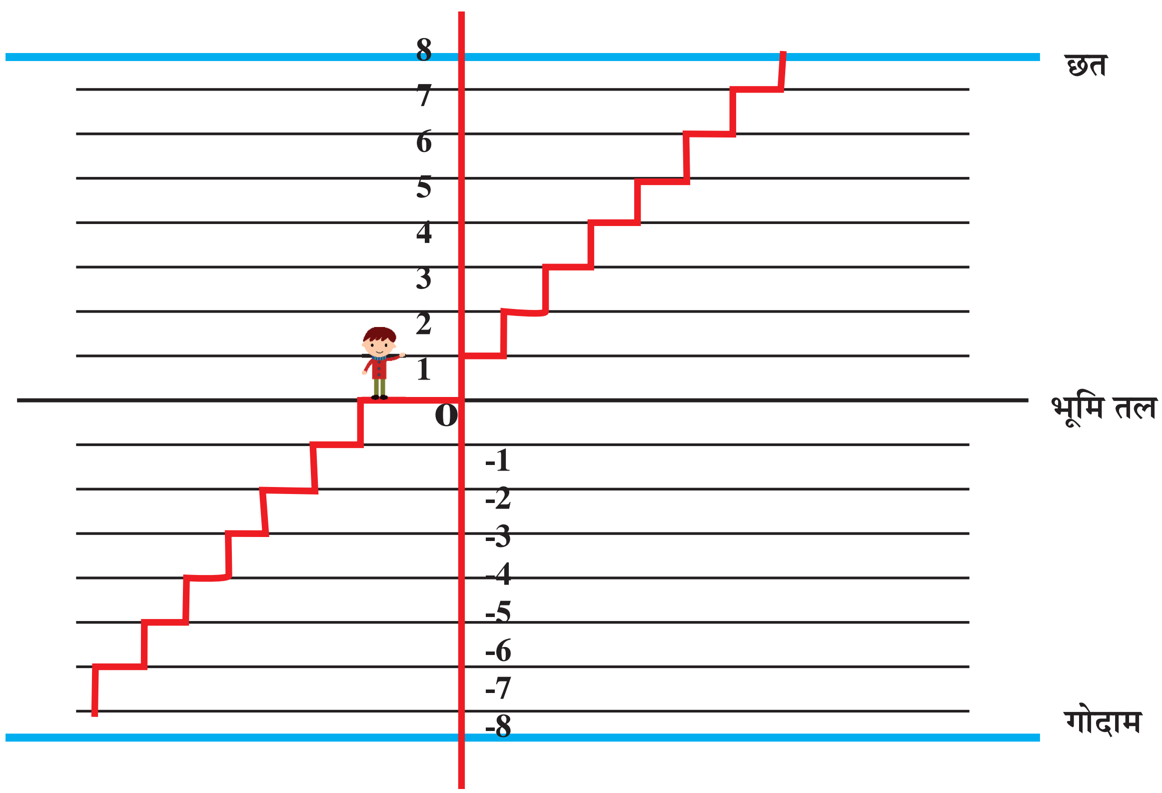
>, < या = चिह्नों का प्रयोग करके, पूर्णांकों की तुलना कीजिए।

0	☐	-34	13	☐	0
48	☐	48	-16	☐	-16
-25	☐	-45	-125	☐	-100
111	☐	-270	-1000	☐	1000

पूर्णांक का योग

(ऊपर और नीचे जाना या चलना)

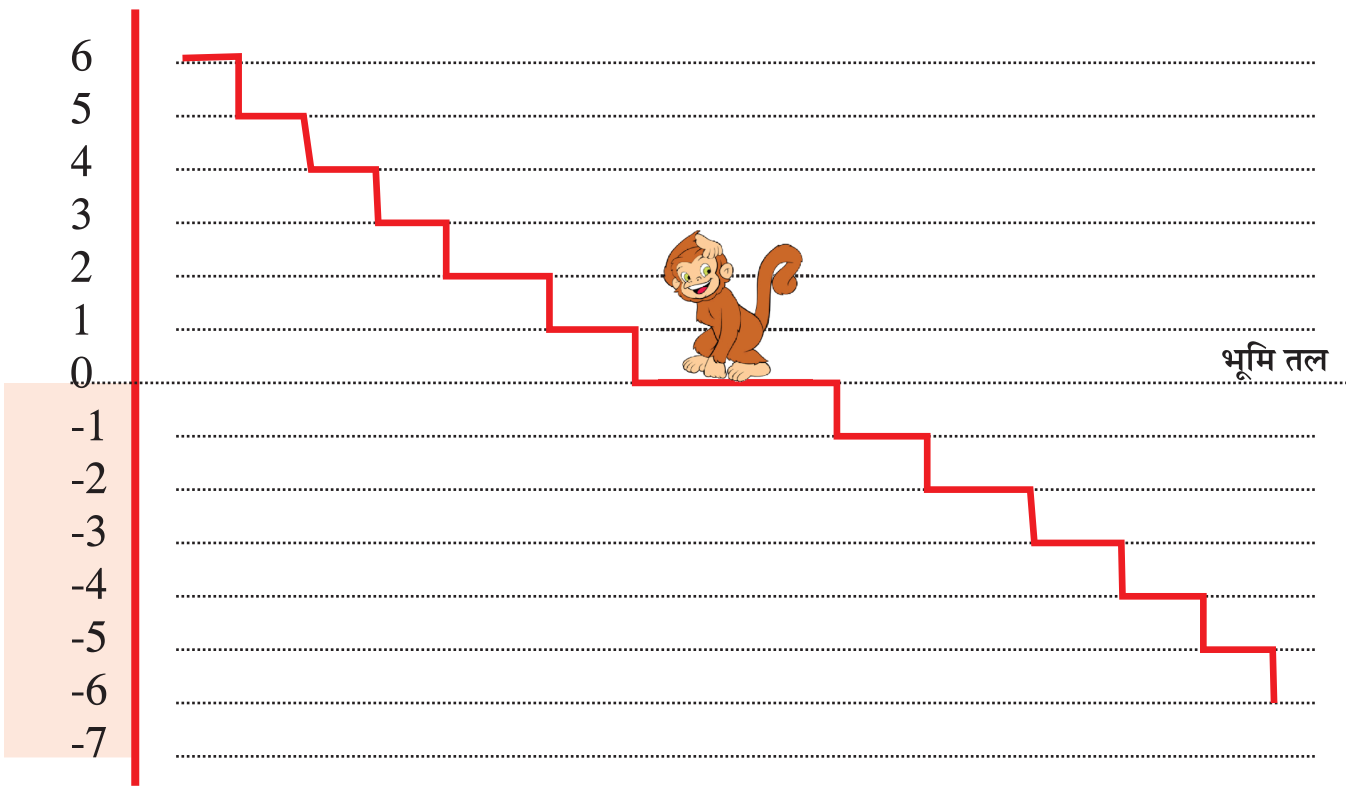
विजय के घर में छत पर जाने के लिए और भूमिगत गोदाम में जाने के लिए सीढ़ियाँ बनी हुई हैं।



आप कौन सी सीढ़ी पर होंगे?
वृत में उत्तर लिखिए।

(क) भूमि तल से 2 सीढ़ी ऊपर चढ़िए और वहाँ से 3 सीढ़ी और ऊपर चढ़िए।	=	(+2) + (+3)	
(ख) भूमि तल से 6 सीढ़ी नीचे उतरिए और वहाँ से 2 सीढ़ी और नीचे उतरिए।	=	(-6) + (-2)	
(ग) भूमि तल से 7 सीढ़ी नीचे उतरिए और वहाँ से 5 सीढ़ी ऊपर चढ़िए।	=	(-7)+(+5)	
(घ) भूमि तल से 3 सीढ़ी नीचे उतरिए और फिर वहाँ से 8 सीढ़ी ऊपर चढ़िए।	=	(-3)+(+8)	
(ङ) भूमि तल से 6 सीढ़ी ऊपर चढ़िए और फिर वहाँ से 8 सीढ़ी नीचे उतरिए।	=	(+6)+(-8)	

बंदर की छलांग



बताइए बंदर कौन सी सीढ़ी पर होगा?

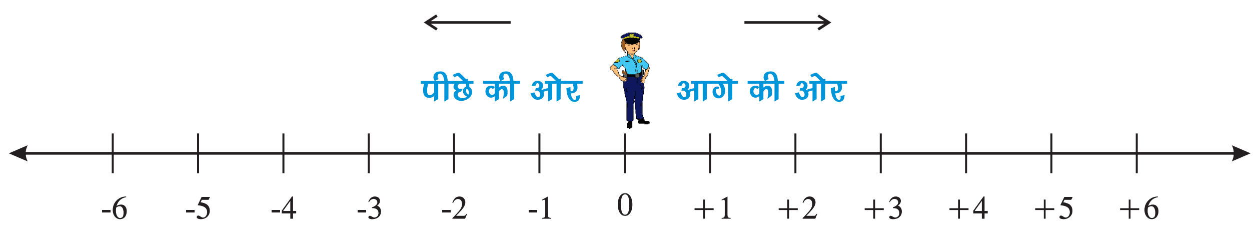
		संख्या को खाली स्थान में भरिए		बंदर कौन सी सीढ़ी पर होगा
(a)	पहली छलांग में 3 सीढ़ी ऊपर और दूसरी छलांग में 2 सीढ़ी नीचे =	(3) + (-2)	=	1
(b)	पहली छलांग में 1 सीढ़ी ऊपर और दूसरी छलांग में 4 सीढ़ी नीचे =	( ) + ( )	=	
(c)	पहली छलांग में 2 सीढ़ी नीचे और दूसरी छलांग में भी 2 सीढ़ी नीचे =	( ) + ( )	=	
(d)	पहली छलांग में 4 सीढ़ी नीचे और दूसरी छलांग में 5 सीढ़ी ऊपर =	( ) + ( )	=	
(e)	पहली छलांग में 3 सीढ़ी नीचे और दूसरी छलांग में 2 सीढ़ी ऊपर =	( ) + ( )	=	

एक संख्या रेखा बनाएँ और नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर डिब्बे में भरिए।

संख्या रेखा

−3 और −1 के बीच का पूर्णांक	=	-2
−10 से छोटे कोई भी चार पूर्णांक	=	
−1 से बड़े कोई भी तीन पूर्णांक	=	
ऐसा पूर्णांक जो न ही धनात्मक पूर्णांक है, और न ही ऋणात्मक पूर्णांक हैं	=	
−8 और −10 में कौन सा पूर्णांक छोटा है?	=	

योज्य प्रतिलोम (Additive Inverse)



रेशमा जिस स्थिति पर खड़ी है वह '0' है। वह बार-बार अपनी स्थिति को बदल लेती है। आपको रेशमा को उसके मूल स्थान पर लेकर आना है। जैसे:-

रेशमा ने अपना मूल स्थान बदला — हमने रेशमा का स्थान बदला

(i) (रेशमा अपने मूल स्थान से चार कदम पीछे गई।) + (फिर रेशमा चार कदम आगे गई) = मूल स्थान

संख्यात्मक रूप $(-4) + (+4) = 0$

(ii) (तीन कदम आगे की ओर) + (   ) = मूल स्थान

संख्यात्मक रूप $(+3) + (\quad) = 0$

(iii) (   ) + (सात कदम आगे की ओर) = शुरूआती स्थान

संख्यात्मक रूप $(\quad) + (+7) = 0$

(iv) (   ) + (नौ कदम पीछे की ओर) = शुरूआती स्थान

संख्यात्मक रूप $(\quad) + (-9) = 0$

योज्य प्रतिलोम

जिन दो संख्याओं को जोड़ने पर (0) प्राप्त होता है, ऐसी संख्याएँ एक दूसरे के योज्य प्रतिलोम (Additive Inverse) कहलाती हैं।

संख्याओं का योज्य प्रतिलोम लिखिए

संख्या	योज्य प्रतिलोम
10	
-15	
-18	
4	

रिक्त स्थान भरिए

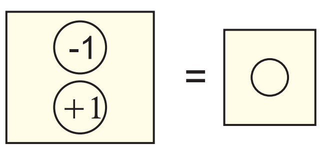
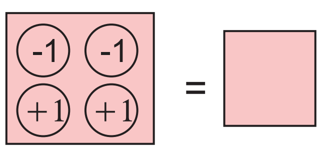
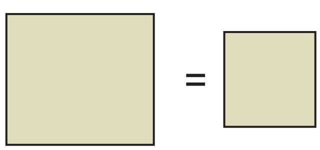
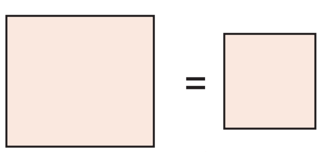
- 8 + _____ = 0

__ + (-20) = 0

(-40) + (40) = ___

____+ _____= 0

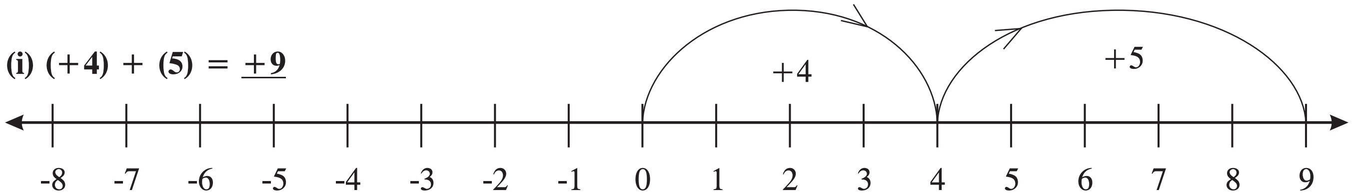
नीचे दिए गए उदाहरण के अनुसार खाली स्थान भरिए

	संख्यात्मक रूप			चित्रात्मक रूप
(1)	-1 + 1	=	0	
	(-1) + (+1)	=	0	
(2)	-2 + 2	=	0	
	(-2) + (+2)	=	0	
(3)	-4 + 4	=	___	
	________	=	___	
(4)	-6 + 6	=	____	
	________	=	____	

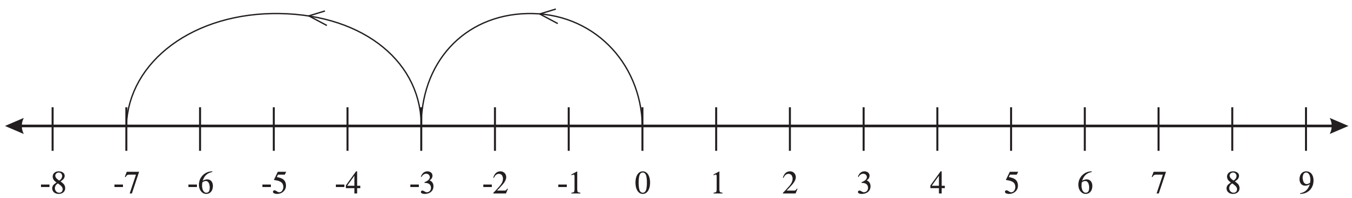
(-1) और (+1) जुड़कर शून्य हो जाता है।

संख्या रेखा के द्वारा पूर्णांकों का योग

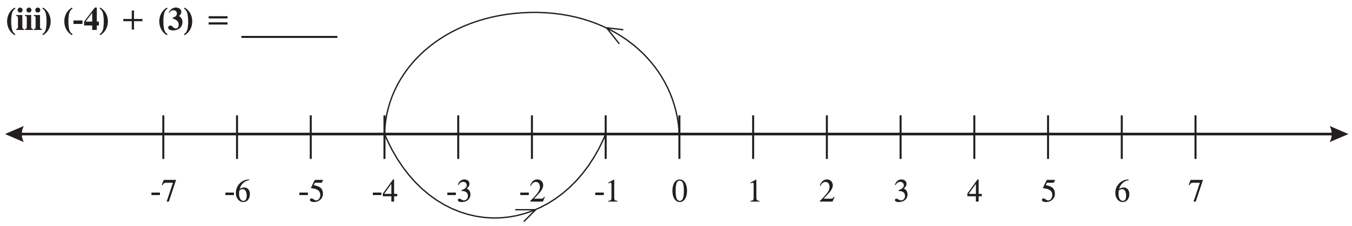
(i) (+4) + (5) = <u>+9</u>



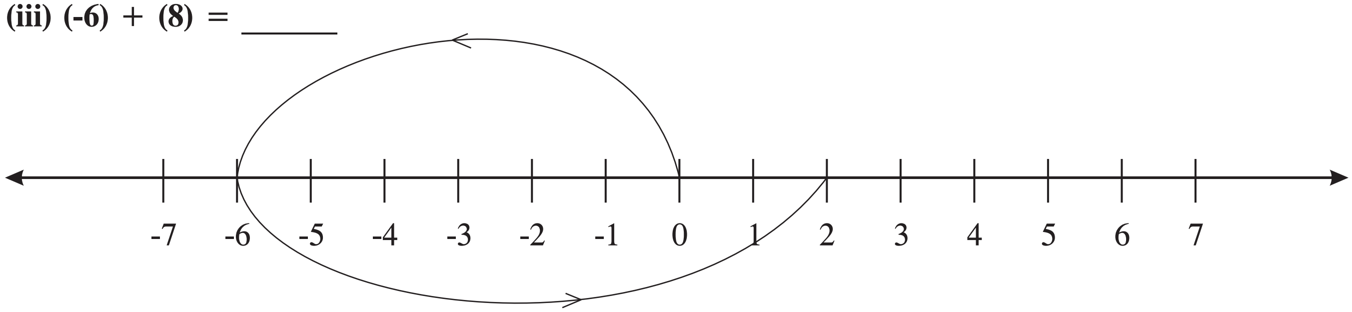
(ii) (-3) + (-4) = _____



(iii) (-4) + (3) = ______



(iii) (-6) + (8) = ______



ऊपर दी गई संख्या रेखा के आधार पर हम यह कह सकते हैं कि यदि किसी संख्या में धनात्मक संख्या जोड़ते हैं तो संख्या रेखा के दाईं ओर जाएँगे तथा अगर ऋणात्मक संख्या जोड़ते हैं तो संख्या रेखा के बाईं ओर जाएँगे।

संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए, योग ज्ञात कीजिए।

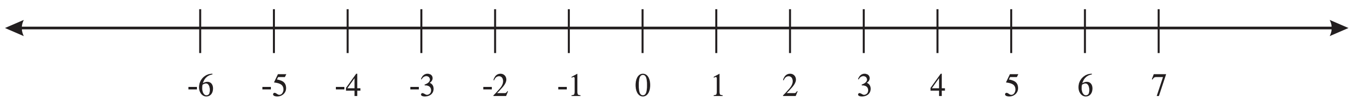
(a) (-2) + (6) = _____

(b) (-5) + (-3) = _____

(c) (+7) + (-2) = _____

(d) (+4) + (-6) = ______

दिए गए उदाहरण के अनुसार हल कीजिए।



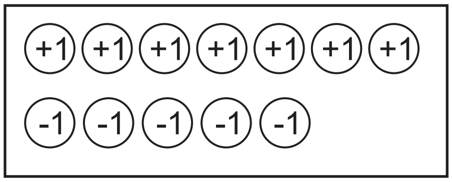
0 से 5 कम	=	0 - 5	=	- 5
2 से 4 ज्यादा	=	2 + 4	=	6
7 से 5 कम	=	______	=	☐
1 से 3 कम	=	______	=	☐
−2 से 3 ज्यादा	=	______	=	☐
−3 से 2 कम	=	______	=	☐

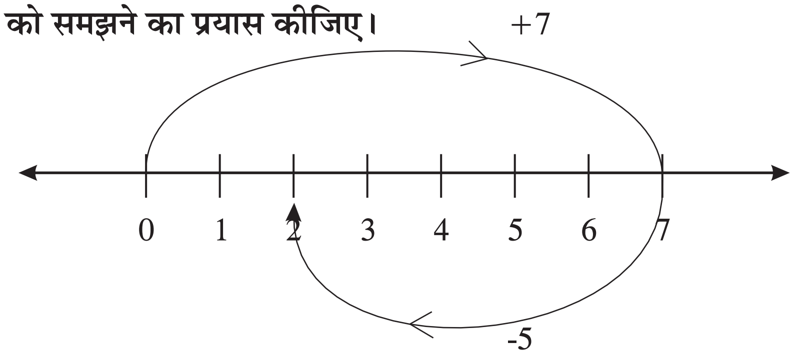
विद्यार्थी अध्यापक के साथ चर्चा करें कि क्या हम 4+5 = 9 को (4) - (-5) लिख सकते हैं या फिर 3 - 2 =1 को (3) + (-2) भी लिख सकते हैं?

विपरीत चिह्न वाले पूर्णांकों का योग

उदाहरण को समझने का प्रयास कीजिए।

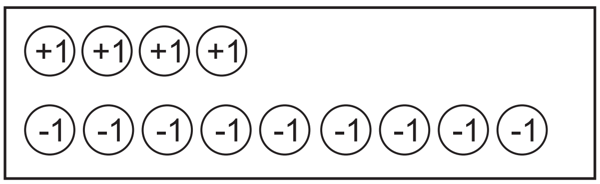
(i) (+7) + (-5) = + 2

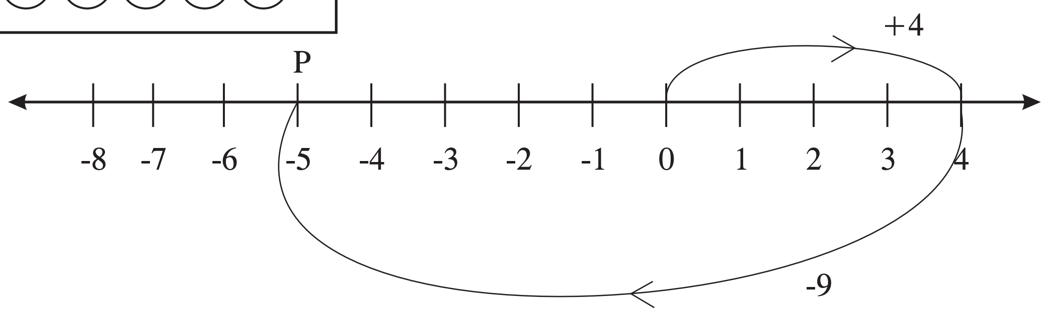




(+1) और (-1) मिलकर '0' हो जाते हैं।

(ii) (+4) + (-9) = ______





प्र०– उत्तर संख्या के आगे, धनात्मक (+) या ऋणात्मक (-) चिह्न लगाइए

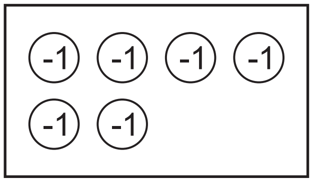
(a)	(+4) + (-2)	=	2	(c)	(-10) + (+16)	=	6
(b)	(-8) + (+3)	=	5	(d)	(+9) + (-4)	=	5

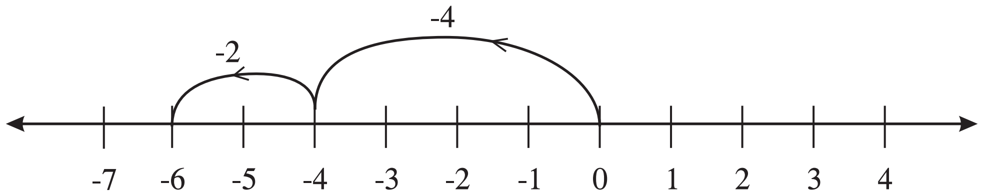
प्र०– हल कीजिए।

(I)	(-10) + (+12)	=	_____	(III)	(+4) + (-7)	=	_________
(II)	(+8) + (-10)	=	_____	(IV)	(-1) + (+4)	=	_________

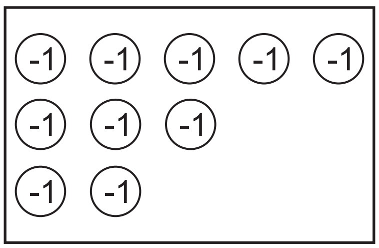
ऋणात्मक पूर्णांकों का योग

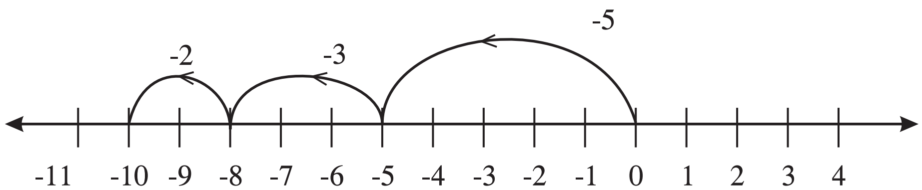
(i) (-4) + (-2) = <u>-6</u>





(i) (-5) + (-3) + (-2) = _____





हल कीजिए

(1) (-5) + (-4) = ________

(2) (-1) + (-9) + _________

(3) (-4) + (-2) + (-1) = __________

(4) (-3) + (-4) + (-5) = __________

पूर्णांकों का घटाव (व्यवकलन)

दिए गए पैटर्न को समझकर आगे बढाइए :

(a)

3 - 1 = 2

3 - 2 = 1

3 - 3 = 0

3 - 4 = -1

3 - 5 = -2

3 - 6 = ___

3 - 7 = ___

(b)

3 - 3 = 0

3 - 2 = 1

3 - 1 = 2

3 - 0 = 3

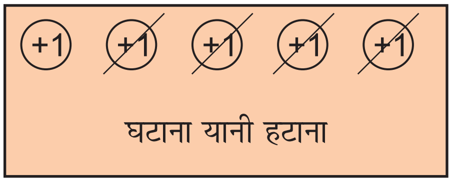
3 - (-1) = 4

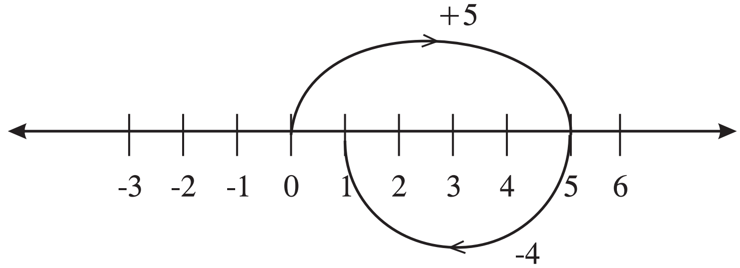
3 - (-2) = ___

3 - (-3) = ___

आओ, पूर्णांकों के घटाव को और समझें।

1) 5 - 4 या (+5) - (+4) = _______

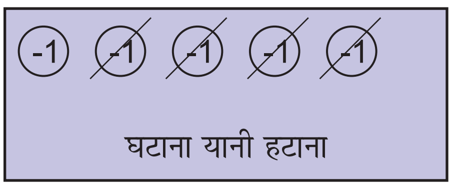


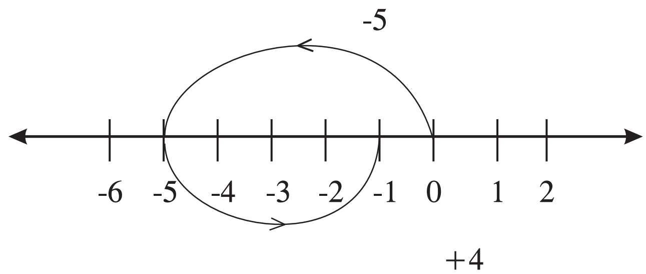


यहाँ हमने (+5) में से (+4) को कम किया है?
इसलिए (+1) बचा है।

संख्या रेखा पर 5 मात्रक आगे (दाएँ) जाकर, 4 मात्रक पीछे (बाएँ) आना ।

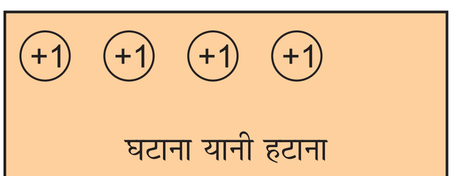
2) (-5) - (-4) = _______

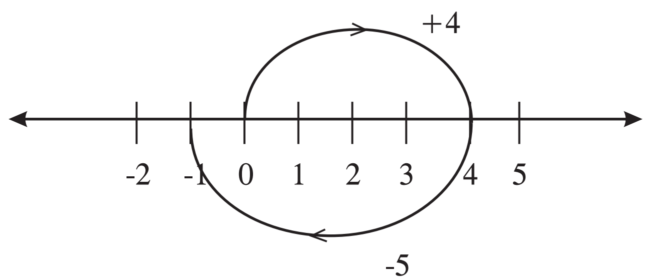




यहाँ हमने (-5) में से (-4) को कम किया है?
इसलिए (-1) बचा है।

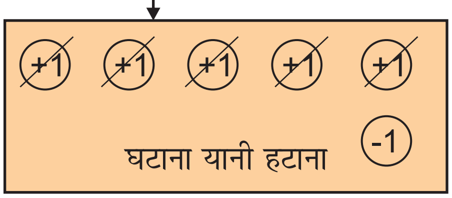
3) (+4) - (+5) या 4 - 5 = ________





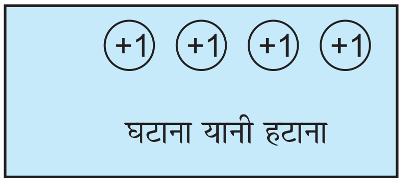
समस्या: हम देख सकते हैं कि (+4) में से (-5) नहीं घटा पा रहे हैं क्योंकि हमारे पास केवल चार (+1) है जिनमें से पाँच (+1) घटाना संभव नहीं है।

समाधान: बॉक्स में एक (+1) और एक (-1) जोड़ दीजिए एक (+1)और एक (-1) मिलकर शून्य (0) बनाते हैं। इसलिए (0) को जोड़ने से बॉक्स में कोई फर्क नहीं पड़ेगा।



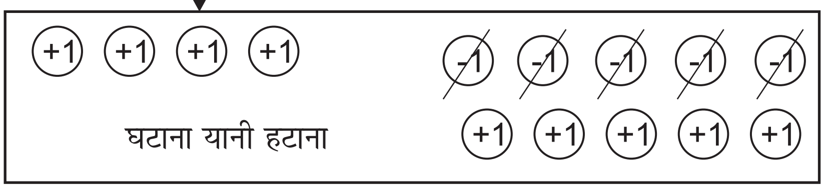
(+4) - (+5) = -1
4 - 5 = -1

4) (+4) - (-5) या 4 - (-5) __________



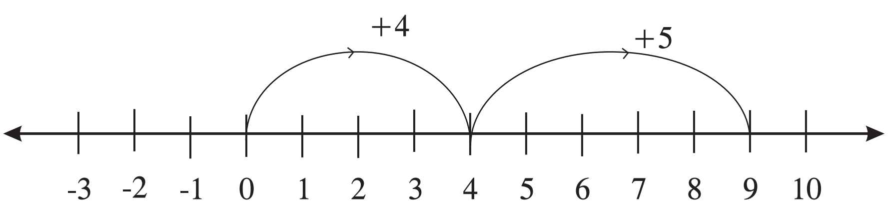
समस्या! (+4) **में से** (-5) **नहीं घटा सकते।**

समाधान: बॉक्स में (+5) और (-5) जोड़ दीजिए। (+5)और (-5) मिलकर शून्य (0) बनाते हैं।(0) को जोड़ने से बॉक्स में कोई फर्क नहीं पड़ेगा। यानी (+4) − (−5 + 5 − 5)



= 4 - (-5)
= 4+5=9

इसे हम संख्या रेखा से भी समझ सकते हैं।



अपने समतुल्य से मिलान कीजिए

a) 4 - (-5)	I) - 3 - 4
b) (-3) + (-4)	II) 4 + 5
c) 8 - (+5)	III) -3 + 4
d) -3 - (-4)	IV) 8 - 5

करो तो मानें!

10 - (15) = ______

-3 - (-4) = ______

12 - (-4) = ______

(-7) + (-3) = ______

-8 + (5) = ______

-2 - (-4) = ______

रिक्त स्थान भरिए

(-4) + _________ = 0	2 + __________ = -4
___________ - 15 = 6	13 + __________ = 10
_________ (-5) = -8	-3 -____________ = -1

आइए दोस्तो, एक रोल प्ले पढ़ते हैं। इसे हम अपने अध्यापक की मदद से खेल सकते हैं।

(6 बच्चों का ग्रुप, टीचर बना एक छात्र विभाष गाना गाते हुए प्रवेश करता है।)

विभाष : एक दो तीन चार पाँच छः सात आठ नौ दस ग्यारह बारह तेरह ..

(बाकी 5 बच्चे गाना दोहराते हैं।)

प्रतिज्ञा : ये सभी गिनतियाँ क्या कहलाती हैं ?

साहिर : प्राकृत संख्याएँ।

विभाष : बिल्कुल सही, अब इन संख्याओं में से हम धीरे धीरे घटाना शुरू करते हैं।

देवजीत : ठीक है।

विभाष : 13 में से 2 घटाया।

साहिर : 11

विभाष : 11 में से 2 घटाया ?

नवजोत : 9

विभाष : 9 में से 3 घटाया ?

देवजीत : 6

विभाष : 6 में से 2 घटायें ?

प्रतिज्ञा : 4

विभाष : 4 में से 2 घटायें तो क्या बचेगा ?

देवजीत : 2

विभाष : 2 में से 2 घटायें तो क्या बचेगा ?

यूनूस : 2 में से 2 घटायें तो क्या बचेगा ? ? ?

विभाष : बताओ ?

देवजीत : 2 में से 2 घटायें तो कुछ नहीं बचेगा।

विभाष : ये कुछ नहीं क्या होता है।

देवजीत : कुछ नहीं कुछ नहीं होता है।

विभाष : कुछ नहीं में से 2 और घटा दें।

यूनुस : जब कुछ है ही नहीं तो घटा कैसे सकते हैं ?

विभाष : कोशिश करके देखें।

देवजीत : मतलब ?

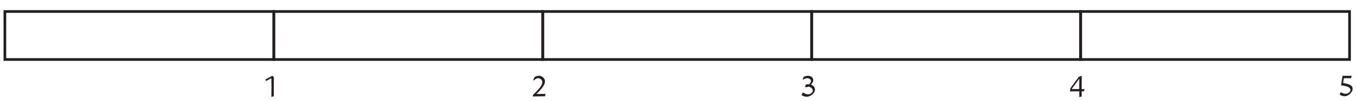
विभाष : मतलब ये कि जब कुछ है ही नहीं। इसको क्या कहेंगे ?

यूनुस : (डरते-डरते) इसको कहेंगे जीरो।

विभाष : शाबाश यूनुस।

नवजोत : मेरी समझ नहीं आया।

विभाष : ठीक है। अभी समझने की कोशिश करते हैं। साहिर आप ज़रा पास आओ। (साहिर पास आता है। टीचर फर्श पर एक आकृति खींचता है।)



अब यहां से आपको 5 कदम आगे जाना है। (साहिर कूद-कूदकर 5 पर पहुँच जाता है।)

देवजीत : अब उससे पीछे आ सकते हैं ?

विभाष : ठीक है। दो कदम पीछे लौटकर आएँ।

(साहिर 3 पर लौटकर आता है।)

देवजीत : दो कदम और लौटकर पीछे आएँ (साहिर 1 पर लौटकर आता है।)

विभाष : एक कदम और लौटकर आएँ।

(साहिर शुरूआती बिंदु पर आता है)

देवजीत : साहिर उसी बिंदु पर आ गया जहा से चला था।

विभाष : बिल्कुल सही। अब जिस बिंदु पर हम आये हैं, वहीं से हमने शुरूआत की थी, इसलिए यह बिंदु हुआ जीरो (0)।

देवजीत : अब जीरो में से 2 को कैसे घटाएंगे ?

विभाष : अच्छा अब बताओ लिफ़्ट किसने देखी है और उसमें चढ़े हैं ?

(ज़्यादातर बच्चे हाथ उठाते हैं। कुछ बच्चे कहते हैं कि चढ़े नहीं सिर्फ देखी है।)

विभाष : ठीक है। लिफ़्ट से हम ज़मीन से ऊपर की मंज़िल पर जा सकते हैं। ठीक ?

साहिर : हम उससे ज़मीन से नीचे भी जा सकते हैं।

देवजीत : मैं बताऊँ।

विभाष : ज़रूर।

देवजीत : लिफ्ट के अन्दर बोर्ड पर पुश बटन होते हैं जिन्हें दबाकर हम ऊपर नीचे जाते हैं। उसमें ऊपर जाने के लिए 1, 2, 3 ..... और नीचे जाने के लिए −1, −2, −3..... होते हैं।

साहिर : और ज़मीन की सतह पर आने के लिए बटन होता है 0 (ज़ीरो) ।

विभाष : बिल्कुल सही कहा तुम सबने। अब इसे ज़रा समझें, जहाँ हम खड़े हैं। मतलब ज़मीन पर वो है 0। ऊपर जाएँ तो पुश बटन होंगे, 1, 2, 3... वगैरा और नीचे जाएँ तो पुश बटन होंगे, −1, −2, −3 वगैरा वगैरा।

प्रतिज्ञा : और आगे जाएँ तो नंबर बढ़ते चले जाएँगे ?

विभाष : बिल्कुल सही। ऊपर की ओर जाने पर नंबर बढ़ते जाएँगे। और नीचे जाएँ तो ? ?

देवजीत : घटते जाएँगे।

विभाष : हाँ, बिल्कुल। इसे हम एक लाइन पर भी समझ सकते हैं।

−3 −2 −1 0 1 2 3

नवजोत : इसका मतलब इन सभी ऊपर की संख्याओं को (+) से और नीचे की संख्याओं को (−) से दिखाते हैं।

विभाष : बिल्कुल सही प्यारे दोस्तो और इन सभी संख्याओं को ही हम कहते हैं पूर्णांक संख्याएँ।

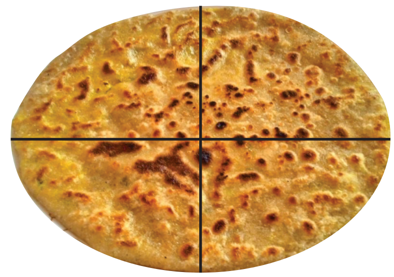
Learning Outcomes (अधिगम सम्प्राप्ति)

1. शून्य से छोटी संख्याओं की जानकारी प्राप्त कर पाएगा।
2. पूर्णांकों से सम्बन्धित जोड़ तथा घटा की संख्याओं को हल कर पाएगा।
3. पूर्णांकों के जोड़ तथा घटा का प्रयोग प्रतिदिन जीवन में कर पाएगा।

अध्याय 7 – भिन्न

मैरी के दो बच्चे हैं – बैरी और चैरी। दोनों बच्चे बाहर से खेलकर घर में आते हैं। दोनों को बहुत तेज़ भूख लग रही है। मैरी बच्चों के लिए आलू का पराँठा बनाकर दे रही है। पराँठा दोनों को खाने को मिल जाए, इसके लिए वह एक पराँठे को 4 बराबर भागों में बाँट रही है।

आलू का पराँठा



आलू के पराँठे के 4 बराबर भाग

मैरी — चैरी, आप गणित की भाषा में अपने खाए गए पराँठे के भाग को क्या नाम दोगी?

चैरी — मेरे सर ने मुझे भिन्न पाठ पढ़ाया है। परांठे का $\frac{3}{4}$ भाग खाया

बैरी — दीदी, आपने यह कैसे बता दिया? ज़रा मुझे भी समझाओ।

चैरी — ठीक है, समझाती हूँ। मम्मी ने एक पराँठे के 4 बराबर भाग किए। मैंने उसमें से 3 भाग खाए। इसे गणितीय रूप में हम $\frac{3}{4}$ लिखेंगे।

नीचे वाला अंक एक पराँठे के किए गए कुल बराबर भागों के लिए तथा ऊपर वाला अंक एक पराँठे के खाए गए भागों के लिए।

अब आया समझ में?

बैरी — हाँ, दीदी आ गया समझ में। अब मैं बताऊँ मैंने पराँठे का कितना भाग खाया।

चैरी — हाँ, हाँ, बताओ।

बैरी — मम्मी ने एक पराँठे के 4 भाग किए। मैंने उसमें से 1 भाग खाया। तो मैंने परांठे का $\frac{1}{4}$ भाग खाया।

मैरी — बिल्कुल सही बच्चो।

आइए अब हम भिन्न को और समझने का प्रयास करते हैं।

आओ दोस्तो एक रोल प्ले पढ़ते हैं। तथा इसे अपने अध्यापक के मदद से खेलते हैं।

भिन्न

(क्लास के अंदर तीन पात्र एक्टिंग एरिया में प्रवेश करते हैं। इस क्लास का एक नियम ये भी है कि हर रोज़ विनोद सर बारी–बारी से बच्चों से एक सवाल पूछते हैं, वहीं वह बच्चा जिससे सवाल पूछा गया है, विनोद सर से भी एक सवाल पूछता है।)

विनोद (टीचर): देखो प्यारे बच्चो! हमारे खाने में ऐसा क्या है जिसे हम अमूमन बार–बार खाते हैं?

विनम्र: रोटी, सर।

विनोद: सही। और क्या चीज़ है, जो हो सकती है।

प्रेम: चावल, पुलाब, सब्ज़ी बग़ैरा बग़ैरा।

विनोद: ठीक है। चलो रोटी के बारे में तो सबको पता है।

सभी: यस सर।

विनोद: तो आज किसकी बारी है सवाल पूछे जाने की?

सभी: गोल्डी की।

विनोद: तो गोल्डी को बुलाएँ।

(सभी गोल्डी–गोल्डी–गोल्डी कहते हुए आवाज़ लगाते हैं, गोल्डी धीरे–धीरे विनोद सर के क़रीब आता है। क्लास में ख़ुशनुमा माहौल।)

विनोद: हाँ तो गोल्डी...आज कोई सवाल जवाब नहीं। (गोल्डी चौंककर विनोद सर और बच्चों की ओर देखता है।)

विनोद: हाँ सचमुच! आज हम कुछ बात करेंगे। (गोल्डी के चेहरे पर आया तनाव कुछ–कुछ छँटने लगता है।)

विनोद: गोल्डी आज तुमने खाना खाया?

गोल्डी: जी सर, खा लिया।

विनोद: रोटी खाई?

गोल्डी: जी सर।

विनोद: बहुत अच्छा, अब अगर तुम एक रोटी में से आधी रोटी खालो तो कितनी रोटी बचेगी?

गोल्डी: जी एक।

विनोद: देखो गोल्डी, हमारे पास एक रोटी है, आधी खा ली तो कितनी बची?

गोल्डी: जी एक।

(विनोद सर झुँझला जाते हैं। उनका सुर थोड़ा ऊँचा हो जाता है।)

विनोद: अरे भाई ये बात तुम्हारी समझ में क्यों नहीं आ रही कि एक रोटी में से अगर आधी खाली तो कितनी बची?

गोल्डी: (चुप)।

विनोद: कुछ तो जवाब दो......

(शुरूआत में विनोद सर ने गोल्डी जैसे बच्चे के लिए जो अनुकूल वातावरण बनाया था, जिसमें गोल्डी काफ़ी सहज महसूस कर रहा था, उसमें धीरे–धीरे तनाव आने लगा। विनोद सर की ऊँची होती जाती आवाज़ गोल्डी के अंदर एक अनजाना सा डर पैदा कर रही थी। विनोद सर फिर नार्मल होने की कोशिश करने लगे।)

विनोद: देखो गोल्डी इसमें कुछ मुश्किल नहीं है। हम इसे फिर से समझने की कोशिश करते हैं। हमारे पास एक रोटी है, हमने आधी खा ली तो कितनी बच गई?

(क्लास के दूसरे बच्चों का 'मैं बताऊँ सर', 'मै बताऊँ सर' का सुर तेज होने लगा। तभी एक छात्र हामिद अपने लंच बॉक्स में से एक रोटी निकलकर लाया।)

हामिद: (रोटी दिखाते हुए) सर मैं कुछ बोलूं?

विनोद सर : हाँ बोलो हामिद।

हामिद: (रोटी दिखाते हुए ..गोल्डी से) यह एक रोटी है और इसमें से आधी रोटी तोड़कर खा ली। कुछ इस तरह..... (आधी रोटी तोड़कर बस्ते पर रख दी और आधी रोटी को दिखाते हुए) ...अब ये रोटी हमारे पास बची है।

गोल्डी: ठीक है।

हामिद : अब ये कितनी है?

गोल्डी: (झिझकते हुए) आधी।

विनोद: (ख़ुशी से) कितनी?

गोल्डी: (धीमी आवाज़ में) आधी।

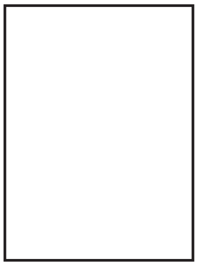
विनोद: बिल्कुल सही गोल्डी, जब हम एक रोटी को बराबर–बराबर दो भागों में बाँटते हैं तो दो भागों में बँटे हुए हिस्सों को हम आधा–आधा कहते हैं। अब एक आधा भाग हमने अगर खा लिया तो बचने वाला भाग कितना होगा?

गोल्डी: आधा सर।

हामिद: आधा सर नहीं, आधी रोटी। (सब हँसते हैं।)

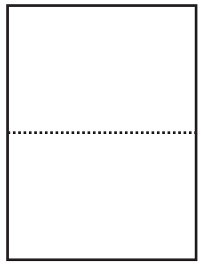
विनोद: शाबास गोल्डी। और शाबाश हामिद तुमने एक्टिविटी के ज़रिये आधा भाग समझने में मदद की।

आइए , हम किसी आकृति को बराबर भागों में बाँटते हैं, और उसकी पूर्ण के साथ तुलना करते हैं।

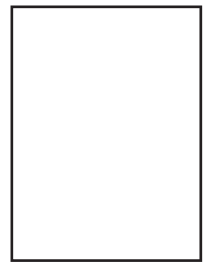


यह एक पन्ना है।

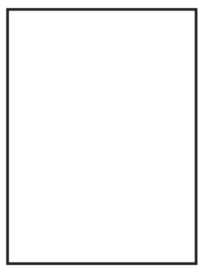
→ दिए गए पन्ने को दो बराबर भागों में बाँटिए।



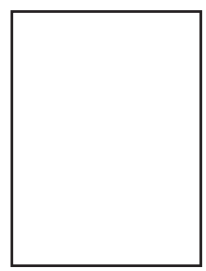
→ दिए गए पन्ने को चार बराबर भागों में बाँटिए।



→ दिए गए पन्ने को छः बराबर भागों में बाँटिए।

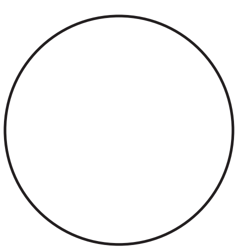


→ दिए गए पन्ने को आठ बराबर भागों में बाँटिए।

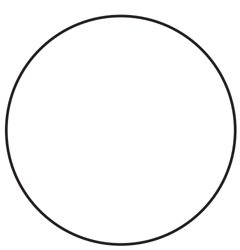


इसी प्रकार नीचे दिए गए वृत्त को भी बराबर भागों में बाँटिए।

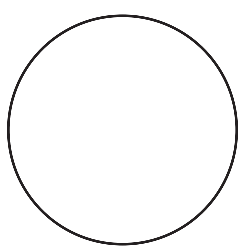
दो बराबर भागों में बाँटिए



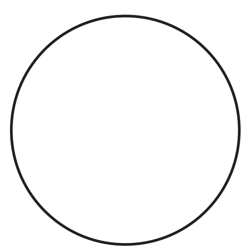
तीन बराबर भागों में बाँटिए



चार बराबर भागों में बाँटिए

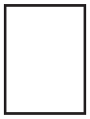


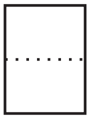
आठ बराबर भागों में बाँटिए

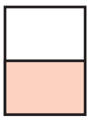


आइए, अब हम पूर्ण वस्तु के किए गए बराबर भागों को गणितीय रूप में लिखना सीखते हैं।

उदाहरण

पूर्ण भाग 

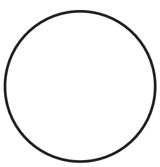
 इस चित्र के कितने बराबर भाग किए हैं? ________

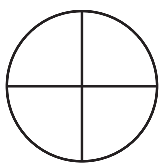
 चित्र के कुल भागों में से कितने भागों को रंगीन किया गया है। ________

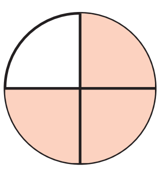
हमने यहाँ एक बराबर भाग लिया, पूर्ण के दो बराबर भागों में से।

इसलिए हम इसे गणितीय रूप में इस प्रकार से लिखेंगे = $\frac{1}{2}$ (रंगीन भाग / कुल बराबर भाग)

आइए, हम एक और उदाहरण देखते हैं।

 एक वृत्त

 यहाँ हमने वृत्त को कितने बराबर भागों में बाँटा है? ________

 वृत्त के कितने भागों को रंगा गया है। ________

हमने यहाँ तीन बराबर भाग लिए हैं, चार बराबर भागों में से।

इसलिए हम इसे गणितीय रूप में इस प्रकार से लिखेंगे $\frac{3}{4}$ (रंगीन भाग / कुल बराबर भाग)

यहाँ हमने एक पूर्ण वस्तु के किए गए बराबर भागों को गणितीय रूप में लिखना सीखा है।

अध्यापक छात्रों को एक कहानी सुनाता है।

रमेश विद्यालय से घर जा रहा था। उसने उसने फलों की दुकान पर सेब का रेट पूछा। दुकानदार ने सेब का रेट 100 रुपये प्रति किलो बताया। रमेश ने एक सेब लेकर वज़न तोलने को कहा। सेब 250 ग्राम का था।

रमेश दुकानदार को कितने पैसे देगा ?

फिर रमेश अपने घर चला गया। घर पर उसके एक बेटा तथा एक बेटी है।

प्रश्न: बच्चो यह बताओ कि मैं एक सेब दोनों बच्चों को बराबर कैसे दूँगा।

बच्चो ने उत्तर दिया कि आधा-आधा बाँटेंगे।

बच्चो, अब बताओ कि रमेश दोनों बच्चों में सेब को बराबर-बराबर कैसे बाँटेगा ?

आइए समझते हैं कि गणितीय भाषा में आधा कैसे लिखा जा सकता है ?

सेब के कुल भाग = ...

बेटे को मिला भाग = ...

बेटी को मिला भाग = ...

भिन्न (बेटे या बेटी के भाग के लिए) = ...

प्रश्न : 25 रुपये 100 रुपये का कौन सा भाग है भिन्न रूप में लिखें।

उत्तर : ....

प्रश्न : 250 ग्राम 1 किलोग्राम (1000 ग्राम) का कौन सा भाग है।

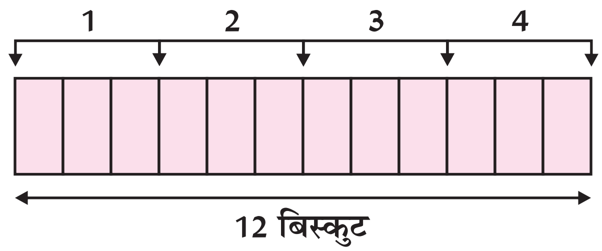
उत्तर : ....

अध्यापक इन प्रश्नों को अपने तरीके से व्याख्या करें तथा अन्य प्रश्न भी पूछ सकते हैं।

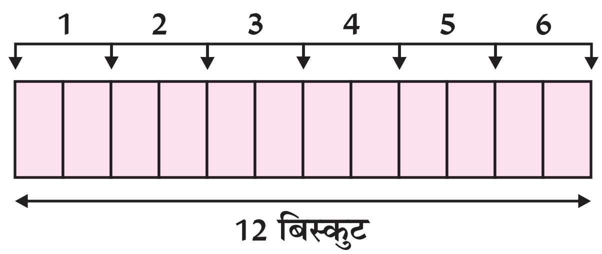
अध्यापक कक्षा में 4 बिस्कुट के पैकेट लेकर आता है। अध्यापक 4 छात्रों–अमर, अकबर, एन्थोनी एवं प्रभजोत को एक–एक बिस्कुट का पैकेट देता है।

(पैकेट में कुल बिस्कुट = 12)

1. अमर (घर के कुल सदस्य) = 4
   प्रत्येक को बिस्कुट मिले = 3
   भिन्न = $\frac{3}{12}$



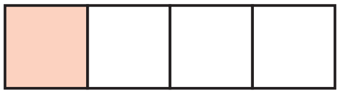
2. अकबर (घर के कुल सदस्य) = 6
   प्रत्येक को बिस्कुट मिले =
   भिन्न =

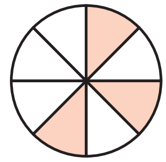


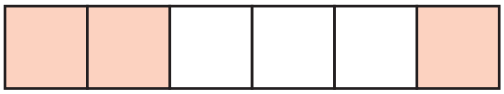
3. एन्थोनी (घर के कुल सदस्य) = 3
   प्रत्येक को बिस्कुट मिले =
   भिन्न =

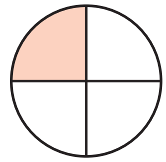
4. प्रभजोत (घर के कुल सदस्य) = 2
   प्रत्येक को बिस्कुट मिले =
   भिन्न =

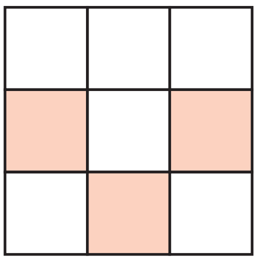
छायांकित भागों को गणितीय रूप में लिखिए।

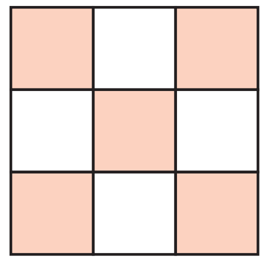
 = ________

 = ________

 = ________

 = ________

 = ________

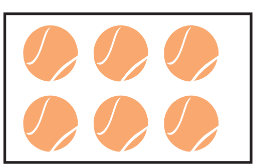
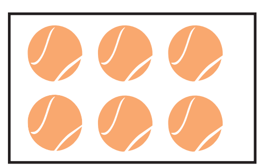
 = ________

अब तक हमने एक पूर्ण वस्तु को बराबर भागों में बाँटकर उसे गणितीय रूप में लिखना सीखा है। पूर्ण, एक अकेली वस्तु हो सकती है अथवा वस्तुओं का समूह भी हो सकता है।

आइए, अब हम एक समूह में रखी बराबर वस्तुओं में से वस्तुओं का चयन कर, उसे गणितीय रूप में लिखना सीखेंगे।

उदाहरण:

एक समूह जिसमें 6 गेंद हैं।

 $\Rightarrow$ इसमें से हम एक गेंद का चयन करते हैं। 

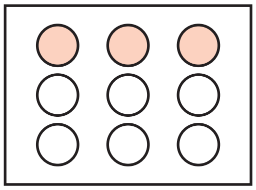
→ यहाँ पूर्ण, गेंदों (Balls) का एक समूह है।

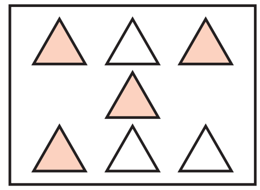
→ इस एक समूह में कितनी एक जैसी गेंदें (Balls) हैं? ________ गेंद

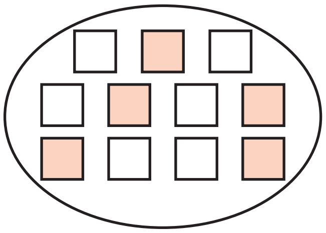
→ कितनी गेंद, हमने चयन की हैं? ________ गेंद

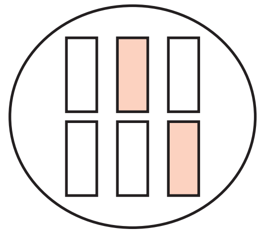
चयन की गई गेंद को गणितीय रूप में लिखना = $\frac{1}{6}$ $\frac{\text{(चयन की गई गेंद)}}{\text{(समूह में कुल गेंद)}}$

रंगीन भागों को गणितीय रूप में लिखिए।

1)  = ________

2)  = ________

3)  = ________

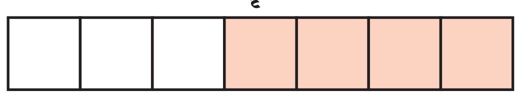
4)  = ________

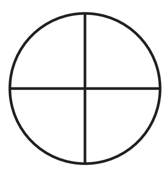
हमने अभी तक समझा कि भिन्न एक प्रकार की संख्या है
जो एक पूरे (पूर्ण) का भाग या समूह का भाग होती है।

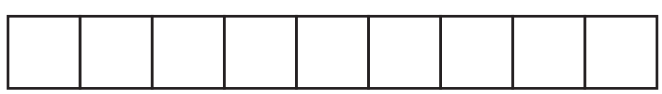
आइए अब हम भिन्न संख्याओं को विभिन्न आकृतियों में
दिखाने का अभ्यास करते हैं।

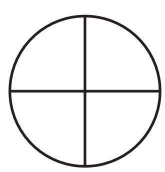
दी गई आकृतियों को रंग भरकर, भिन्न की संख्याओं को दिखाइए।

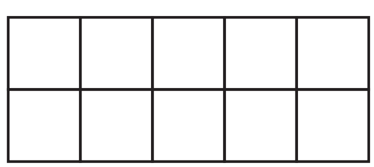
भिन्न संख्या — **आकृति**

1) $\frac{4}{7}$ 

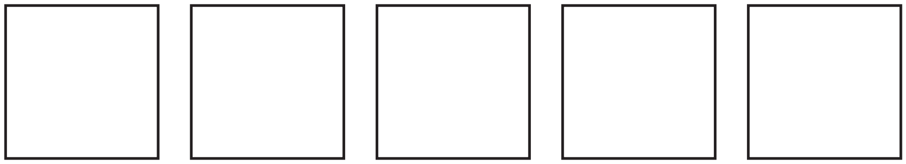
2) $\frac{1}{4}$ 

3) $\frac{5}{9}$ 

4) $\frac{3}{4}$ 

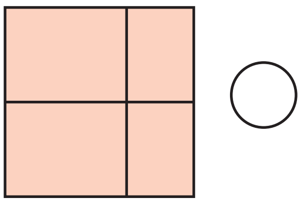
5) $\frac{8}{10}$ 

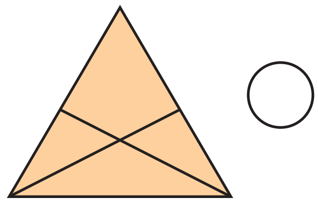
नीचे दी गई आकृतियों को अलग-अलग तरीकों से दो बराबर भागों में बाँटने का प्रयास कीजिए।

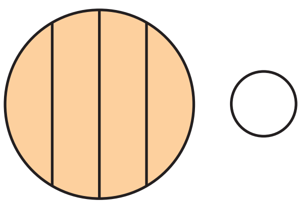


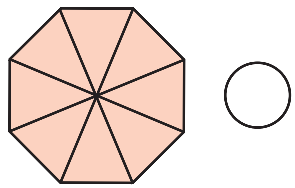
अगर आपको कठिनाई महसूस हुई हो तो अपने साथियों एवं अध्यापक की मदद लें।

नीचे दी गई आकृतियों में कौन-2 सी आकृतियाँ बराबर भागों में बँटी हुई हैं। (✓)चयन कीजिए।

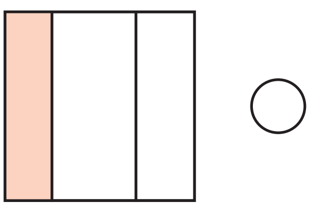
1) 

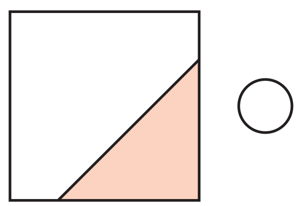
2) 

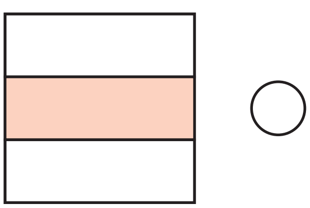
3) 

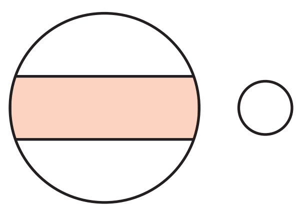
4) 

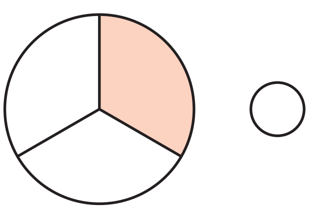
नीचे दी गई आकृतियों में कौन-2 सी आकृतियों का $\frac{1}{3}$ भाग छायांकित है, चयन (✓) कीजिए।

1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

अपने साथियों तथा अध्यापक से चर्चा करें और यह समझने की कोशिश करें कि क्यों भिन्न के लिए बराबर भागों की आवश्यकता होती है।

आओ दोस्तो एक रोल प्ले पढ़ते हैं। और इसे अपने अध्यापक के मदद से खेलते हैं।

भिन्न

(आज अनु का जन्मदिन है। बर्थडे पार्टी की तैयारियां चल रही हैं। अनु के दोस्त और क्लासफ़ेलो पार्टी में शरीक होने आए हैं। सभी को इस बात का इंतज़ार है कि अनु के पापा आ जाएँ तो केक काटें। अनु के पापा गणित के टीचर हैं।अनु भी अपनी दो छोटी बहनों के साथ उनका बड़ी बेसब्री से इंतज़ार कर रही है। इस मौके के लिए अनु की मम्मी ने खासतौर पर एक बड़ा केक तैयार करवाया है। सभी अपनी-अपनी बातों में मशगूल हैं। अनु पापा द्वारा दी गई किताब को बच्चों को दिखाने में मशगूल है। पापा का प्रवेश।)

पापा : मेरे प्यारे बच्चो, मैं देरी के लिए सबसे माफ़ी चाहता हूँ। आप सबने बहुत देर इंतज़ार किया।

मम्मी : बच्चो, अब हमें भूख भी लगी है और देर भी हो रही है, इसलिए हम अब केक काटते हैं।

(सभी बच्चे केक के पास आते हैं। अनु केक काटती है। हैप्पी बर्थडे गीत गाते हैं।)

अनु : पापा, अब आप केक को 8 भागों में बाँट दें।

मम्मी : अरे भाई 8 क्यों, 12 क्यों नहीं होने चाहिए अनु ?

पापा : वाह! अनु तुमने अपने दोस्तों को गिन लिया, अपनी बहनों को गिन लिया, मगर हम दोनों को छोड़ दिया, अपने चाचा, चाची को छोड़ दिया।

मम्मी : अरे भाई 5 तुम्हारे दोस्त, 3 तुम बहनें और 4 हम लोग। हुए न 12 ?

शबनम : मैथ्स ने यहाँ भी पीछा नहीं छोड़ा हमारा! (हँसती है।)

अनु : गनीमत है शबनम, तुम पापा के साथ हमारे घर में नहीं रहती हो। वरना मैथ्स से हमेशा के लिए तोबा कर लेतीं।

(सब ठहाका लगाकर हँसते हैं। पापा केक के लगभग बराबर-बराबर 12 हिस्से करते हैं। सभी खाते हैं।)

....

हमने सीखा कि भिन्नों को हम निम्नलिखित रूप से दर्शाते हैं।

$\frac{4}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$, —, —, —, आदि

भिन्न के कुल बराबर भागों को 'हर' कहते हैं
तथा छायांकित या उसमें से लिए गए बराबर भागों को 'अंश' कहते हैं।

उदाहरण

$\frac{8}{9}$ → अंश
→ हर

दिए गए भिन्नों में से अंश और हर का चयन कीजिए।

भिन्न	अंश	हर
$\frac{1}{4}$	1	4
$\frac{3}{7}$		
$\frac{5}{6}$		

भिन्न	अंश	हर
$\frac{2}{5}$		
$\frac{4}{9}$		
$\frac{2}{11}$		

आइए दैनिक जीवन में प्रयोग में आने वाली भिन्नों को पढ़ते हैं तथा उन्हे भाषाई रूप में लिखते हैं।

आधा $\frac{1}{2}$

एक तिहाई $\frac{1}{3}$

एक चौथाई $\frac{1}{4}$

दो तिहाई __________

तीन चौथाई __________

हमने अभी तक समझा है कि एक भिन्न, पूर्ण का भाग होता है

जैसे हम $\frac{4}{7}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ आदि के रूप में लिखते हैं।

तथा इनसे इस प्रकार का अर्थ निकलता है:

$\frac{4}{7}$	7 बराबर भागों में से 4 भाग लेना	इस प्रकार की भिन्नों को हम **उचित भिन्न** कहते हैं।
$\frac{2}{3}$	3 बराबर भागों में से 2 भाग लेना	
$\frac{1}{4}$	4 बराबर भागों में से 1 भाग लेना	

उचित भिन्न में हर संख्या बड़ी होती है तथा अंश संख्या छोटी होती है।

जैसे $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{9}$ आदि

आइए अब हम ऐसी भिन्नों के बारे में समझते हैं जिनमें हर संख्या छोटी होती है तथा अंश संख्या बड़ी होती है।

$\frac{3}{2}$ भिन्न से अर्थ निकलता है, 2 बराबर भागों में से 3 भाग लेना

क्या ऐसा संभव है? ◯ हाँ / नहीं

हम दो बराबर भागों में से 3 भाग नहीं ले सकते, इसलिए हम इस प्रकार लिखे गए भिन्नों को **विषम भिन्न** कहते हैं।

विषम भिन्न में अंश संख्या बड़ी होती है तथा हर संख्या छोटी होती है।

जैसे $\frac{7}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{5}$ आदि

संबंधित भिन्न का चयन (✓) से कीजिए।

भिन्न	उचित भिन्न	विषम भिन्न
$\frac{4}{3}$		✓
$\frac{15}{10}$		
$\frac{4}{7}$		

भिन्न	उचित भिन्न	विषम भिन्न
$\frac{8}{9}$		
$\frac{10}{3}$		
$\frac{4}{8}$		

आइए, हम समझते हैं कि एक दिन, एक सप्ताह का कितना भाग (भिन्न) है?

हम जानते हैं कि एक सप्ताह में सात बराबर दिन होते हैं। तो हम कह सकते हैं

1 सप्ताह = 7 दिन = 7 बराबर भाग

हम जानते है भिन्न = $\frac{\text{लिया गया भाग}}{\text{कुल भाग}}$ इसलिए $\frac{\text{1 दिन}}{\text{7 दिन}}$ या $\frac{1}{7}$

क्या हम बता सकते हैं कि

1) 8 घंटे एक पूरे दिन का कितना भाग (भिन्न) है?

हल: पूरे दिन में कुल घंटे = 24

चयन किए गए घंटे = 8

भिन्न रूप = $\frac{8}{24}$

2) 5 सेकंड एक पूरे मिनट का कितना भाग (भिन्न) है?

हल: 1 मिनट में कुल सैकंड = _____

चयन किए गए सैकंड = _____

भिन्न रूप = _____

3) 5 सेकंड एक पूरे घंटे का कितना भाग (भिन्न) है? _____

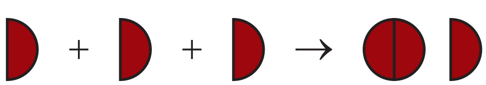
क्या आपके प्रश्न 2 तथा 3 के उत्तर अलग-अलग हैं? अपने साथियों से इसकी चर्चा करें।

विषम भिन्न से मिश्रित भिन्न की ओर:-

जब हम एक पूर्ण के किसी भाग को लेते है तो हम 'उचित भिन्न' प्राप्त करते हैं।

जैसे आधी रोटी या $\frac{1}{2}$ रोटी, उचित भिन्न में अंश हर से छोटा होगा।

अब यदि हम तीन आधी-आधी रोटियों को मिला दें तो हम देखते हैं कि डेढ़ रोटियाँ बन गईं।



डेढ़ मतलब ⟶ 1 पूरा + 1 आधा   1 पूरा + 1 आधा

डेढ़ मतलब = $1 + \frac{1}{2}$

इसको हम इस रूप में भी लिख सकते हैं। $\Rightarrow 1\frac{1}{2}$

डेढ़ मतलब = $1\frac{1}{2}$

इस तरह की संख्याएँ जहाँ एक पूरा भाग तथा एक उचित भिन्न से मिलकर बनी हों, उन्हें हम **मिश्रित भिन्न** कहते हैं।

मिश्रित भिन्न = पूर्ण भाग + उचित भिन्न

जैसे हम कभी–कभी घड़ी का टाइम देखकर बोलते हैं कि सवा एक बजा है या ढाई बजा है या पौने 4 बजे हैं या कहें साढ़े 5 बजे हैं तो हम सवा, ढाई शब्दों में मिश्रित भिन्न का प्रयोग कर रहे होते हैं।

सवा एक बजने का मतलब है कि 1 घंटा और 15 मिनट

हम जानते हैं कि 15 मिनट एक घंटे का $\frac{1}{4}$ भाग है।

इसलिए सवा एक का आशय हुआ $\Rightarrow 1 + \frac{1}{4}$ या $1\frac{1}{4}$

निम्नलिखित को भिन्न के रूप में दर्शाइए।

1) ढाई $2\frac{1}{2}$

2) साढ़े तीन ________

3) सवा पाँच ________

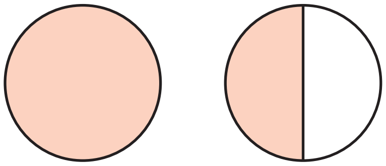
4) पौने छः ________

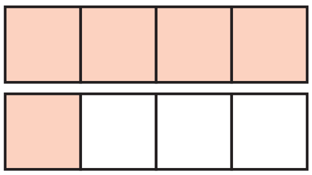
निम्नलिखित भिन्नों को उचित भिन्न, मिश्रित भिन्न या विषम भिन्न के बॉक्स में लिखिए।

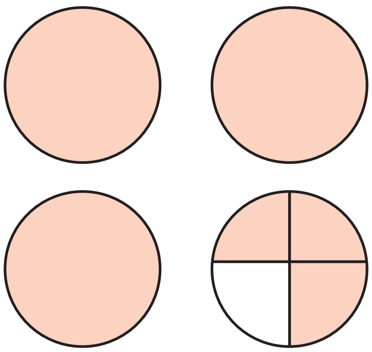
$\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$, $1\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{9}{2}$, $3\frac{5}{4}$

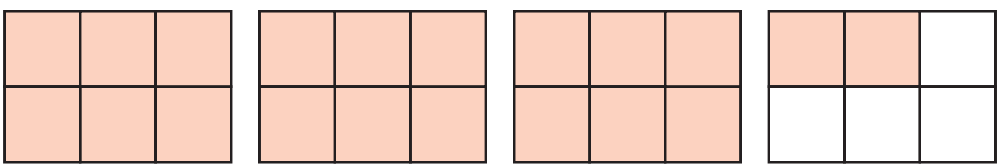
उचित भिन्न बॉक्स	मिश्रित भिन्न बॉक्स	विषम भिन्न बॉक्स

आकृतियों के रंगीन भागों को मिश्रित भिन्न के रूप में लिखिए

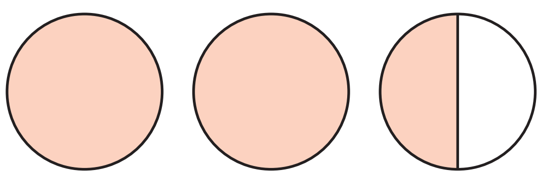
1)  $= 1\frac{1}{2}$

2)  $= 1\frac{1}{4}$

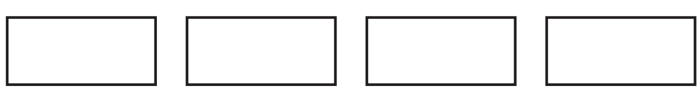
3)  = ______

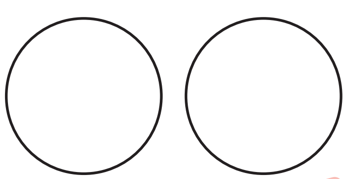
4)  = ______

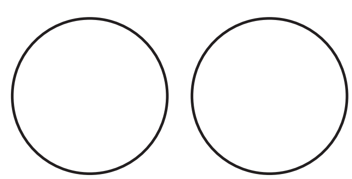
दी गई आकृतियों को रंग भरकर उसमें मिश्रित भिन्न आकृतियों को दर्शाइए:

1) $2\frac{1}{2}$ 

2) $4\frac{1}{4}$

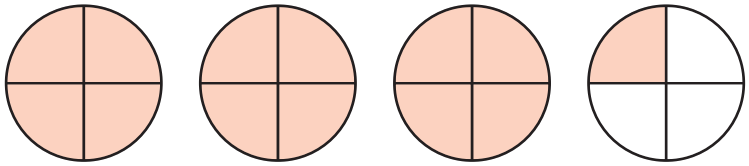
3) $3\frac{2}{3}$ 

4) $1\frac{1}{3}$ 

5) $1\frac{3}{4}$ 

मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलना।

उदाहरण 1) **जैकब ने बाज़ार से 4 पिज्ज़ा मंगवाए। जैकब और उसकी बहन ने पिज्ज़ा के रंगीन भागों को खा लिया।**



जैकब और उसकी बहन द्वारा खाया गया पिज्ज़ा = $3\frac{1}{4}$

जैकब और उसकी बहन द्वारा खाया गया पिज्ज़ा के कुल भाग = 13

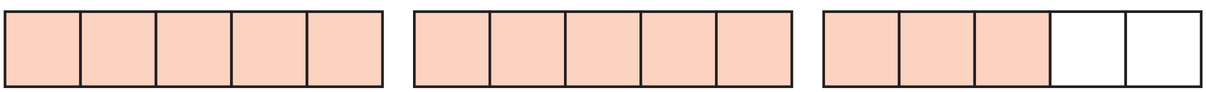
एक पूर्ण पिज्ज़ा में कुल बराबर भाग = 4

विषम भिन्न रूप = $\frac{13}{4}$

विषम भिन्न को हम इस प्रकार से भी ज्ञात कर सकते हैं।

$$3\frac{1}{4} = \frac{3 \text{ x } 4+1}{4} = \frac{12+1}{4} = \frac{13}{4}$$

उदहारण 2) बिनीता और उसके भाई ने छायांकित चॉकलेट के भागों को खाया है।



बिनीता और उसके भाई ने चॉकलेट खाई = $2\frac{3}{5}$

बिनीता और उसके भाई द्वारा खाई गई चॉकलेट के कुल भाग = ______

एक पूर्ण चॉकलेट में कुल बराबर भाग = ______

विषम भिन्न रूप = ______

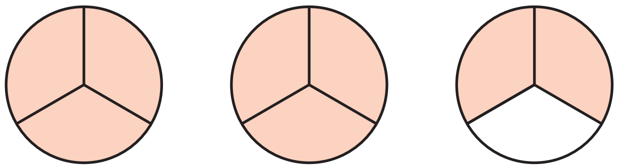
$$2\frac{3}{5} = \frac{2 \times 5+3}{5} = \frac{10+3}{5} = \frac{13}{5}$$

दिए गए मिश्रित भिन्न को विषम भिन्न में बदलिए।

मिश्रित भिन्न	विषम भिन्न	मिश्रित भिन्न	विषम भिन्न
a) $2\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	d) $4\frac{1}{3}$	
b) $3\frac{2}{3}$		e) $2\frac{2}{4}$	
c) $1\frac{1}{4}$		f) $3\frac{2}{5}$	

विषम भिन्न को मिश्रित भिन्न में बदलना।

उदाहरण 1)



$\frac{8}{3}$ → आठ भाग लिए
→ एक पूर्ण के तीन बराबर भाग किए

मिश्रित भिन्न = $2\frac{2}{3}$

या $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

← भाजक 3) 8 (2 भागफल
6
2 शेषफल

मिश्रित भिन्न = भागफल $\frac{\text{शेष}}{\text{भाजक}}$

उदाहरण 2)

$\frac{7}{2}$ → सात भाग लिए
→ एक पूर्ण के दो बराबर भाग किए

मिश्रित भिन्न = ______

या $\frac{7}{2}$ = ______

2) 7 (

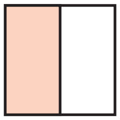
दिए गए विषम भिन्नों को मिश्रित भिन्न में बदलिए।

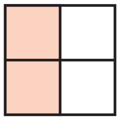
विषम भिन्न	मिश्रित भिन्न
1) $\frac{23}{5}$	$4\frac{3}{5}$
2) $\frac{7}{3}$	
3) $\frac{7}{5}$	

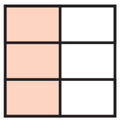
विषम भिन्न	मिश्रित भिन्न
4) $\frac{14}{4}$	
5) $\frac{11}{2}$	
6) $\frac{31}{4}$	

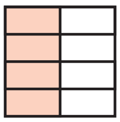
समतुल्य भिन्न

नीचे दी गई आकृतियों में रंगीन भाग को भिन्न के रूप में लिखिए।

1)  = ________

2)  = ________

3)  = ________

4)  = ________

हमने देखा कि बेशक भिन्न अलग-अलग हों, पर छायांकित भाग समान हैं। अर्थात चारों प्रश्नों में पूर्ण का समान भाग छायांकित है। इसलिए आपने जो भिन्न लिखे हैं वो सभी एक दूसरे के बराबर रहे होंगे। हम इन्हें समतुल्य भिन्न कहते हैं।

अब हम कह सकते हैं कि $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$ सभी समतुल्य भिन्न हैं।

क्या हम $\frac{1}{2}$ के और भी समतुल्य भिन्नों का उदहारण दे सकते हैं?

नीचे दिए गए प्रतिरूप को समझें और पूरा कीजिए।

$\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$ $\qquad$ $\frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$ $\qquad$ $\frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}$

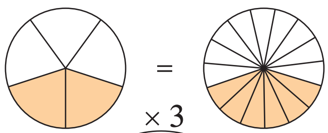
$\frac{1 \times 4}{2 \times 4} = \frac{4}{8}$ $\qquad$ $\frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$

$\frac{1 \times \square}{2 \times \square} = \frac{5}{10}$ $\qquad$ $\frac{5 \div \square}{10 \div \square} = \frac{1}{2}$

$\frac{1 \times \square}{2 \times \square} = \frac{6}{\square}$ $\qquad$ $\frac{6 \div \square}{12 \div \square} = \frac{6}{\square}$

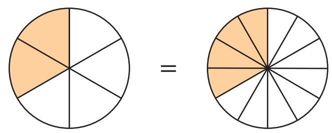
इस प्रकार हम कह सकते हैं कि '0' को छोड़कर यदि किसी भी संख्या से अंश और हर दोनों को गुणा या भाग किया जाए तो प्राप्त भिन्न दिए गए भिन्न का समतुल्य भिन्न होती है।

नीचे दी गई आकृतियों में रंगीन भाग को देखकर समतुल्य भिन्न लिखो।

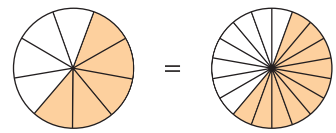
1) 

$\frac{2}{5} \xrightarrow{\times 3} \frac{6}{15}$

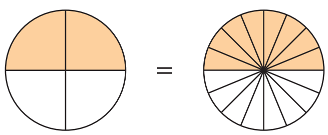
$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ (× 3)

2) 

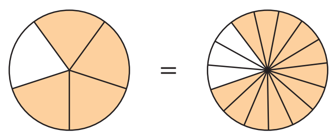
$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

3) 

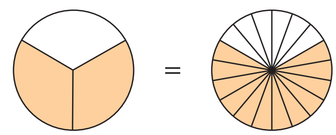
$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

4) 

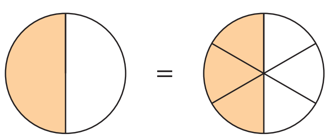
$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

5) 

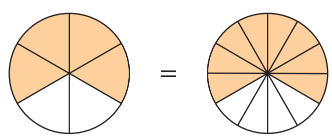
$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

6) 

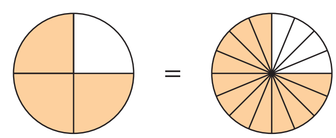
$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

7) 

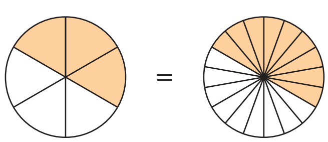
$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

8) 

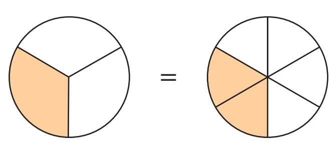
$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

9) 

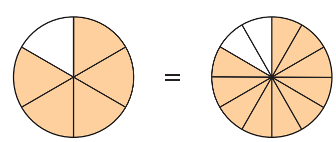
$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

10) 

$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

11) 

$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

12) 

$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

1 पूर्ण
1/2 | 1/2
1/3 | 1/3 | 1/3
1/4 | 1/4 | 1/4 | 1/4
1/5 | 1/5 | 1/5 | 1/5 | 1/5
1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/6
1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8 | 1/8
1/10 | 1/10 | 1/10 | 1/10 | 1/10 | 1/10 | 1/10 | 1/10 | 1/10 | 1/10

ऊपर दी गई तालिका को देखकर प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

1) कितने $\frac{1}{4}$ (एक चौथाई) मिलकर $\frac{1}{2}$ बनाते हैं? _____

2) कितने $\frac{1}{6}$ मिलकर $\frac{1}{2}$ बनाते हैं? _____

3) कितने $\frac{1}{8}$ मिलकर $\frac{1}{2}$ बनाते हैं? _____

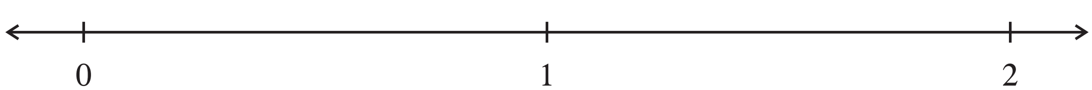
4) कितने $\frac{1}{10}$ मिलकर 1 बनाते हैं? _____

भिन्न का संख्या रेखा पर प्रदर्शन / निरूपण

आइए, अब हम भिन्न को संख्या रेखा पर दर्शाने का प्रयास करते हैं।

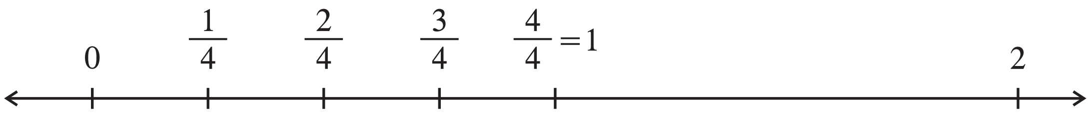
हम जानते हैं भिन्न $\rightarrow \dfrac{\text{लिए गए बराबर भाग}}{\text{कुल बराबर भाग}}$

मान लीजिए हमें $\frac{3}{4}$ को संख्या रेखा पर दर्शाना है। हम जानते हैं $\frac{3}{4}$ एक उचित भिन्न है। इसलिए यह पूर्ण '1' से छोटा है। इसलिए यह संख्या रेखा पर एक से पहले आएगा।



हम जानते हैं $\frac{3}{4}$ का अर्थ है 4 बराबर भागों में से 3 भाग।

इसलिये हम 0 से 1 के बीच की दूरी को 4 बराबर भागों में बाँटते हैं।



संख्या रेखा

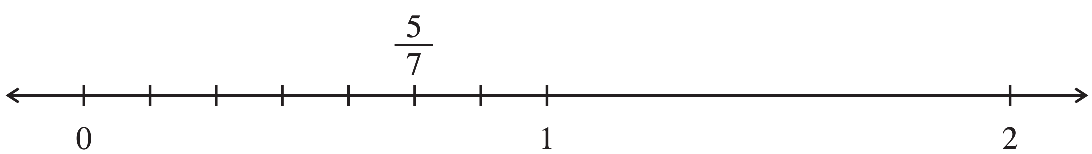
$\frac{1}{4}$ **दर्शा रहा है** **<u>4 बराबर भागों में से 1 भाग</u>**

$\frac{3}{4}$ **दर्शा रहा है** ____________________

$\frac{2}{4}$ **दर्शा रहा है** ____________________

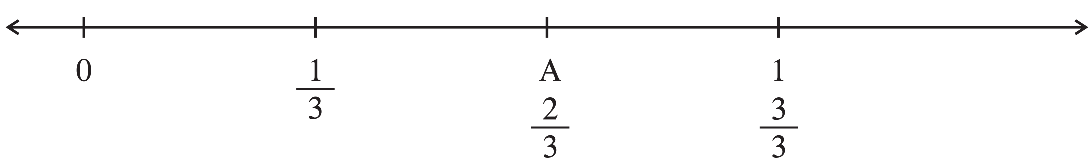
$\frac{4}{4}$ **दर्शा रहा है** ____________________

इसी प्रकार हमें $\frac{5}{7}$ को दर्शाना हो तो हम 0 से 1 के बीच में सात बराबर हिस्से (भाग) करेंगे।



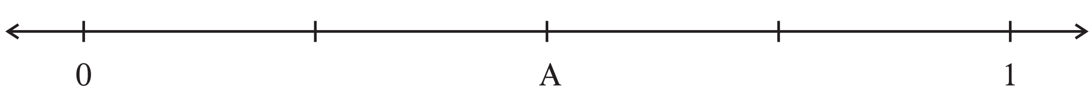
अब नीचे दी गई प्रत्येक स्थिति में से बताइए कि बिंदु A किस भिन्न को दर्शा रहा है, दिए गए बॉक्स में लिखिए।

<u>स्थिति 1</u>



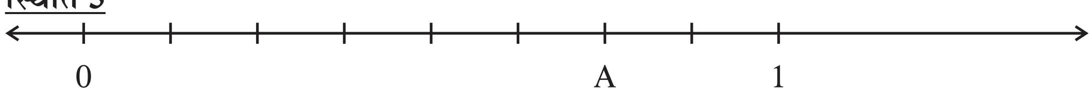
☐

<u>स्थिति 2</u>



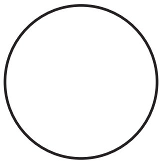
☐

<u>स्थिति 3</u>



☐

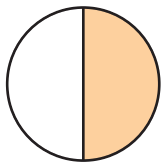
नीचे दिए गए वृत्त को यदि एक पूर्ण मानें तो



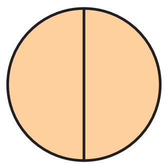
$\rightarrow$ 1 पूर्ण

आओ, इसे दो बराबर भागों में बाँटते हैं

स्थिति 1



$\rightarrow$ रंगीन भाग का भिन्न $= \dfrac{1}{2}$

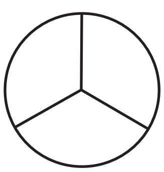


$\rightarrow$ यदि हम दूसरे भाग को भी रंगीन कर दें तो छायांकित भाग $= \dfrac{2}{2}$

हम देखते हैं कि दोनों भागों को पूरा रंगीन करने पर 1 पूरा वृत्त रंगीन हो गया।

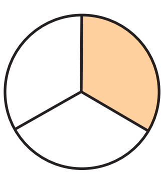
इसलिये $\dfrac{2}{2} \rightarrow$ 1 पूर्ण

स्थिति 2

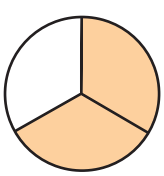


$\rightarrow$ आइए एक वृत्त को 3 बराबर भागों में बाँटें।

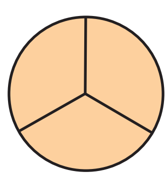
अब इसके भागों को रंगीन करें।



$\rightarrow \dfrac{1}{3}$ भाग



$\rightarrow \dfrac{2}{3}$ भाग



$\rightarrow \dfrac{3}{3}$ भाग

इसलिये $\dfrac{3}{3} \rightarrow$ 1 पूर्ण

इसका अर्थ हुआ, यदि हम 1 को भिन्न के रूप में दिखाना चाहते हैं तो उसे $\dfrac{2}{2}, \dfrac{3}{3}, \dfrac{4}{4}, \dfrac{5}{5}$ आदि से किसी भी रूप में लिख सकते हैं।

आइए, अब हम भिन्नों को सरलतम रूप में लिखना सीखते हैं।

जब हम अंश और हर को एक ही संख्या से भाग करते–करते ऐसे भिन्न पर पहुँच जाएँ जहाँ अंश और हर को संख्या 1 को छोड़कर किसी से भाग न कर सकें तो वह भिन्न का सरलतम रूप होता है।

जैसे एक भिन्न लें $\frac{24}{84}$

$$\frac{24 \div 2}{84 \div 2} = \frac{12}{42}$$

$\frac{12}{42}$ सरलतम भिन्न नहीं है क्योंकि अभी 12 और 42 को 2 से भाग कर सकते हैं।

$$\frac{12 \div 2}{42 \div 2} = \frac{6}{21}$$

$\frac{6}{21}$ सरलतम भिन्न नहीं है क्योंकि अभी भी 6 और 21 को 3 तीन से भाग कर सकते हैं।

$$\frac{6 \div 3}{21 \div 3} = \frac{2}{7}$$

$\frac{2}{7}$ एक सरलतम भिन्न है क्योंकि 2 तथा 7 को संख्या 1 के अलावा और कोई संख्या भाग नहीं कर सकती है।

हमने देखा $\frac{24}{84}$, $\frac{12}{42}$, $\frac{6}{21}$, $\frac{2}{7}$ सभी समतुल्य भिन्न हैं, जिनमें $\frac{2}{7}$ एक सरलतम भिन्न है।

भिन्नों को सरलतम रूप में लिखिए।

(1) $\frac{3}{21}$ (2) $\frac{4}{6}$ (3) $\frac{8}{24}$

(4) $\frac{9}{21}$ (5) $\frac{8}{12}$ (6) $\frac{6}{14}$

(7) $\frac{8}{20}$ (8) $\frac{14}{21}$ (9) $\frac{18}{36}$

आइए, अब हम समान और असमान भिन्नों को समझते हैं।

भिन्नों के दोनों समूहों को ध्यानपूर्वक देखिए:

समूह 1

$\frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}$

समूह 2

$\frac{2}{7}, \frac{1}{5}, \frac{4}{9}$

रिक्त स्थान भरिए

समूह 1 में सभी भिन्न समान हर वाले हैं।
समूह 2 में सभी भिन्न समान हर वाले नहीं हैं।

समान हर वाले भिन्नों को समान भिन्न कहते हैं।

जिन भिन्नों के हर समान नहीं होते हैं उन्हें असमान भिन्न कहते हैं।

दिए गए समूह में से समान भिन्न छाँटकर लिखिए

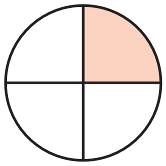
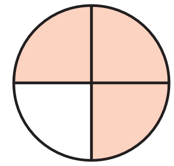
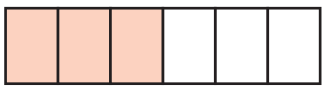
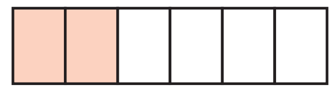
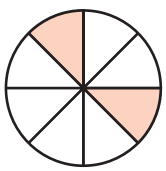
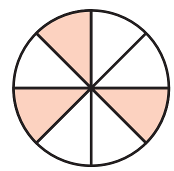
$\frac{1}{7}, \frac{4}{5}, \frac{3}{7}, \frac{1}{9}, \frac{4}{7}$

समान भिन्न ____________________

$\frac{4}{11}, \frac{3}{18}, \frac{4}{8}, \frac{5}{7}, \frac{1}{8}$

समान भिन्न ____________________

समान भिन्नों की तुलना (<, >, = चिन्हों के प्रयोग द्वारा)

आकृति	आकृति के रंगीन भाग का भिन्न रूप		आकृति के रंगीन भाग का भिन्न रूप	आकृति
	$\frac{1}{4}$	<	$\frac{3}{4}$	
	______	☐	______	
	______	☐	______	

ऊपर दिए गए प्रश्न में हमने समान हर वाली भिन्न संख्याओं की तुलना की है।

भिन्नों की तुलना कीजिए

(a) $\frac{1}{12}$ ☐ $\frac{10}{12}$ (b) $\frac{7}{15}$ ☐ $\frac{6}{15}$ (c) $\frac{11}{75}$ ☐ $\frac{10}{75}$

भिन्नों को बढ़ते क्रम में लिखिए

(1) $\frac{4}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{6}{7}$

बढ़ता क्रम:- ____, ____, ____, ____

(2) $\frac{7}{15}, \frac{4}{15}, \frac{1}{15}, \frac{9}{15}$

बढ़ता क्रम:- ____, ____, ____, ____

भिन्नों को घटते क्रम में लिखिए

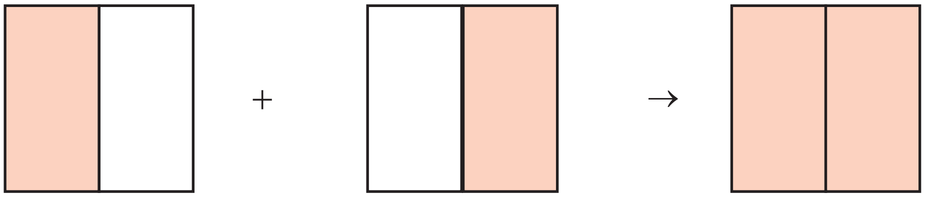
(1) $\frac{13}{20}, \frac{17}{20}, \frac{12}{20}, \frac{9}{20}$

घटता क्रम:- ____, ____, ____, ____

(2) $\frac{4}{6}, \frac{2}{6}, \frac{1}{6}, \frac{3}{6}$

घटता क्रम:- ____, ____, ____, ____

इसी प्रकार, आइए हम कुछ नीचे दी गई आकृतियों में जोड़ को समझते हैं।

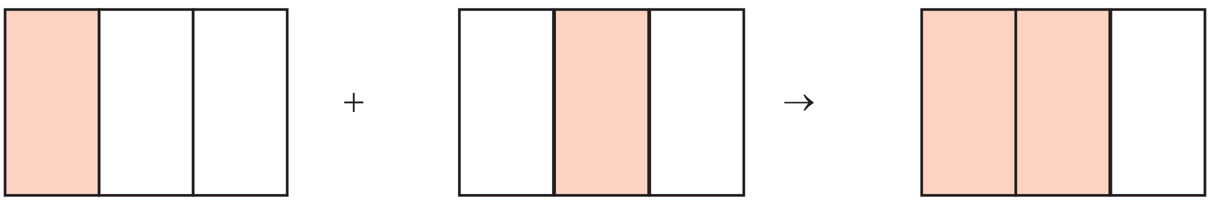


रंगीन भाग   रंगीन भाग   रंगीन भाग

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{2}$

यहाँ हमने कुल दो रंगीन भाग लिए, एक पूर्ण के दो बराबर भागों में से

इसी प्रकार



रंगीन भाग   रंगीन भाग   रंगीन भाग

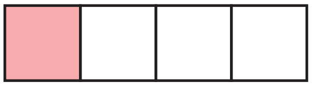
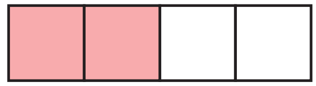
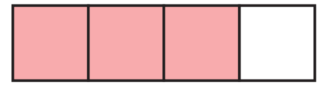
$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \rightarrow \frac{2}{3}$

यहाँ हमने दो रंगीन भाग लिए, एक पूर्ण के तीन बराबर भाग में से।

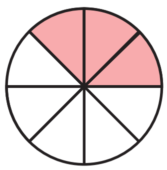
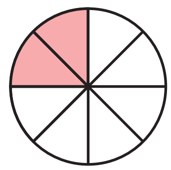
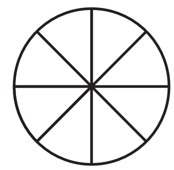
$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1+1}{3} = \frac{2}{3}$$

हमने देखा, समान भिन्नों को जोड़ने के लिए हमें केवल उनके अंशों को ही जोड़ना पड़ता है तथा हर समान ही रहता है।

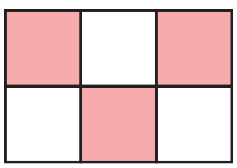
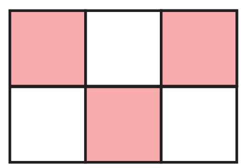
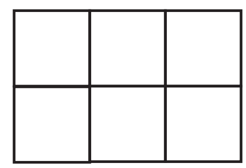
आकृतियों के रंगीन भागों को दिए गए उदाहरण के अनुसार जोड़ कीजिए।

(1)  +  = 

भिन्न रूप : $\frac{1}{4}$ + $\frac{2}{4}$ = $\frac{3}{4}$

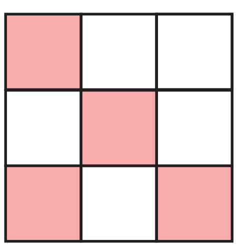
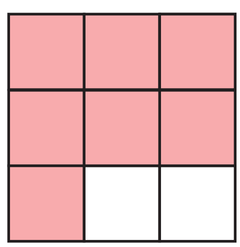
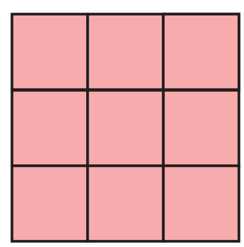
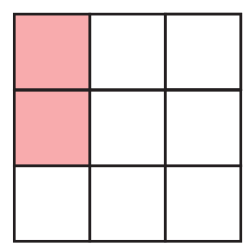
(2)  +  = 

भिन्न रूप : ________ + ________ = ________

(3)   

भिन्न रूप : ________ + ________ = ________

एक विशेष स्थिति, जब समान भिन्नों का जोड़ हमें असमान भिन्न मिलता है।

(4)  +  =  + 

भिन्न रूप : $\frac{4}{9}$ + $\frac{7}{9}$ $= \frac{11}{9} \Rightarrow \frac{9}{9}$ + $\frac{2}{9}$

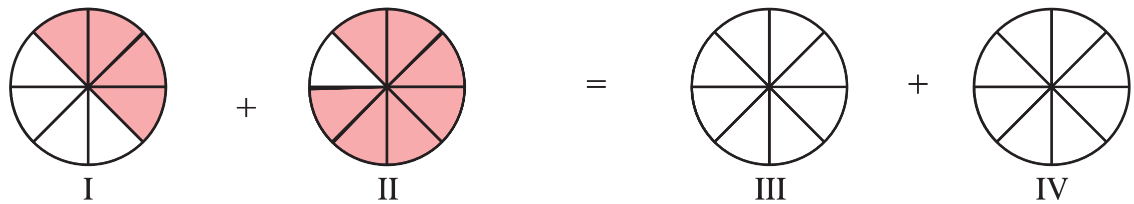
मिश्रित भिन्न = $1\frac{2}{9}$

नोट: सभी रंगीन छोटे वर्गों को एक साथ करने पर

दी गई I, II आकृतियों में से सभी रंगीन भागों को III तथा IV में एक साथ करने पर

रंग भरिए (मिश्रित भिन्न)

(5)

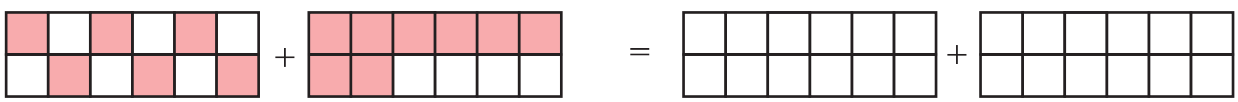


भिन्न रूप : ______ + ______ = ______

मिश्रित भिन्न = ______

प्रश्न 5 में दिए गए निर्देशानुसार कीजिए।

(6)



भिन्न रूप : ______ + ______ = ______ ______

मिश्रित भिन्न = ______

आओ गलती ढूँढ़ें

बिल्लू को एक प्रश्न दिया गया जिसमें उसे $\frac{1}{5}$ तथा $\frac{2}{5}$ को जोड़ना था।

नीचे दिए गए हल में बिल्लू से कुछ गलती हुई है। की गई गलती को पहचानिए तथा उस पर गोला कीजिए। दिए गए बॉक्स में हल को ठीक करके लिखिए।

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} \qquad \frac{1+2}{5+5} = \frac{3}{10}$$

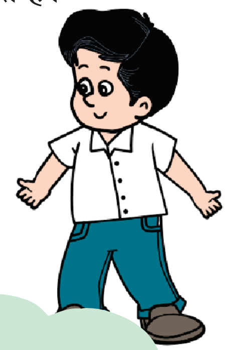
Learning Outcomes (अधिगम सम्प्राप्ति)

1. भिन्न की समझ बनाना।
2. भिन्नों के जोड़ तथा घटा की समझ विकसित करना तथा वास्तविक जीवन में भिन्नों का प्रयोग करना।
3. भिन्नों के गुणा तथा भाग की समझ विकसित करना।

अध्याय 8 – दशमलव

बच्चे अपने दादाजी के साथ कुछ बात कर रहे हैं। आइए उनकी बातों को समझते हैं।

दादाजी, कल मैं घर का कुछ सामान खरीदने सुपर बाज़ार गई थी। वहाँ मैंने सामान के बिल पर कुछ अजीब सी संख्याएँ देखीं, जिनके बीच में बिंदु लगा हुआ था।



दादाजी, मेरी स्कूल में ऊँचाई नापी गई थी। वहाँ पर टीचर ने मेरी ऊँचाई 3.6 फ़ुट बताई थी। इस संख्या में भी बिंदु आया था।

यह बिंदु मुझे भी समझ में नहीं आया था

दादाजी, जब मुझे बुखार हुआ था तब डॉक्टर ने मेरा शरीर का तापमान 102.4°C बताया था। इस संख्या में भी बिंदु आया था। यह बिंदु मुझे भी समझ नहीं आया था।

बच्चो, इन संख्याओं के बीच में लगे बिंदु को दशमलव कहते हैं।

दादाजी, ये दशमलव क्या होता है?

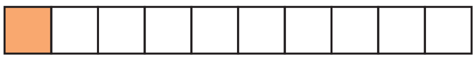
आओ बच्चो, अब हम दशमलव को समझते हैं।

दशमलव

किसी एक बड़े भाग के दस भाग करने पर उसका प्रत्येक भाग दशांश (दसवाँ हिस्सा) कहलाता है। प्रत्येक दशांश के 10 भाग करने पर संपूर्ण का एक हिस्सा शतांश कहलाता है। इसी प्रकार हम हज़ारांश और आगे संख्या प्राप्त कर सकते हैं।

इस प्रकार की संख्याओं को बिना अंश और हर के रूप में लिखे एक अन्य रूप में व्यक्त किया जा सकता है। जिसे दशमलव कहते हैं।

आइए दशमलव को भिन्नों से तुलना करते हुए और अधिक समझते हैं।



छायांकित भाग का भिन्न रूप $= \frac{1}{10}$

$\frac{1}{10}$ का अर्थ है $\Rightarrow$ 10 बराबर भागों में से 1 भाग $\Rightarrow$ पूर्ण का दसवाँ भाग।

पूर्ण के दसवें भाग को दशांश भी कहा जाता है।

$\frac{1}{10}$ को दशमलव रूप में हम 0.1 लिखेंगे।

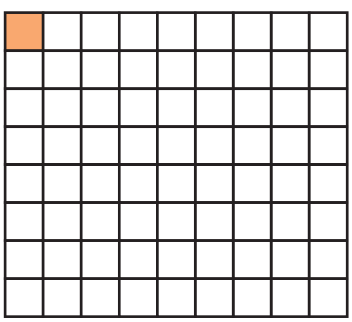
$\frac{1}{10} = 0.1$ 0.1 एक दसवाँ भाग

$\frac{2}{10} = 0.2$ 0.2 दो दसवाँ भाग

यहाँ 'दशमलव' दसवें भाग को दिखा रहा है।

दसवें भाग को दिखाने के लिए हम संख्या के दाएँ से एक अंक पहले दशमलव लगाते हैं। जैसे:

$\frac{8}{10} = 0.8$, $\frac{7}{10} = 0.7$



छायांकित भाग का भिन्न रूप $= \frac{1}{100}$

$\frac{1}{100}$ का अर्थ है $\Rightarrow$ 100 बराबर भागों में से 1 भाग

$\Rightarrow$ पूर्ण का सौवाँ भाग

पूर्ण के सौवें भाग को शतांश भी कहा जाता है।

$\frac{1}{100}$ को दशमलव रूप में हम 0.01 लिखेंगे।

$\frac{1}{100} = 0.01$ 0.01 एक सौवाँ भाग

दशांश की तुलना में हमारा छायांकित भाग 10 गुना और कम है इसलिए हमने संख्या के दाएँ से दो अंक के पहले दशमलव लगाया है।

$\boxed{\frac{7}{100} = 0.07}$ $\boxed{\frac{13}{100} = 0.13}$

जब हम $\frac{1}{1000}$ भिन्न को देखते हैं तो यह 1000 भागों में से 1 भाग को दिखाता है।

$\frac{1}{1000}$ को हज़ारवाँ भाग कहते हैं।

पूर्ण के हज़ारवें भाग को हज़ारांश भी कहा जाता है।

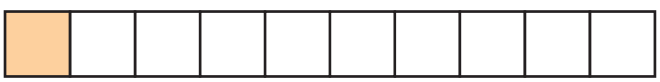
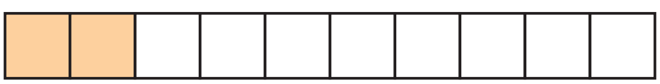
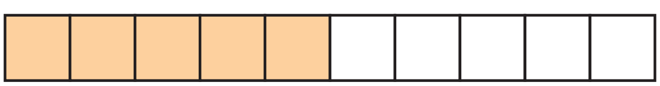
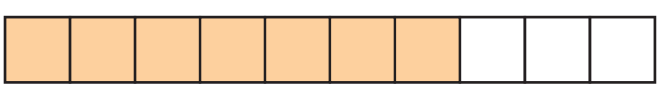
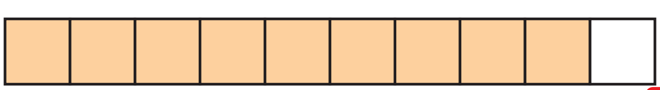
$\frac{1}{1000}$ का दशमलव रूप होगा।

$\boxed{\frac{1}{1000} = 0.001}$, 0.001 → एक हज़ारवाँ भाग

शतांश की तुलना $\frac{1}{1000}$,में 10 गुना कम है। इसलिए हमने संख्या के दायें से तीन अंकों के बाद दशमलव लगाया है।

$\frac{2}{1000} = 0.002$, $\frac{5}{1000} = 0.005$ आदि

आइए, हम भिन्नों को दशमलव रूप में बदलने का और अभ्यास करते हैं।

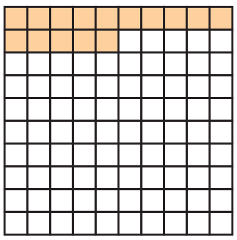
आकृति	भिन्न रूप		दशमलव रूप
	$\frac{1}{10}$	एक दशांश	0.1
	$\frac{2}{10}$	दो दशांश	0.2
	______	__________	______
	______	__________	______
	______	__________	______

हमने अभी तक पढ़ा कि ⇒

दशांश	→	एक पूर्ण का दसवाँ भाग
शतांश	→	एक पूर्ण का सौवाँ भाग
हज़ारांश	→	एक पूर्ण का हज़ारवाँ भाग

छायांकित भागों को दशमलव में बदलना

उदाहरण :-



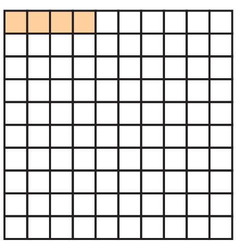
दी हुई आकृति में हमारे पास 1 दशांश तथा 5 शतांश हैं।
तो इसे हम दशमलव रूप में इस प्रकार से लिखेंगे।

$\frac{15}{100}$ = 1 दशांश तथा 5 शतांश = 0.15

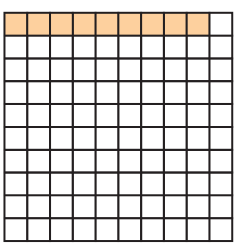
यह स्थान दशांश को दर्शाता है।

यह स्थान शतांश को दर्शाता है।

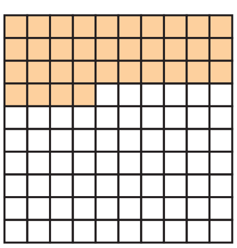
अब आप छायांकित भागों को दशमलव में बदलने का प्रयास कीजिए।



$\frac{4}{100}$ = 0 दशांश तथा 4 शतांश = 0.04

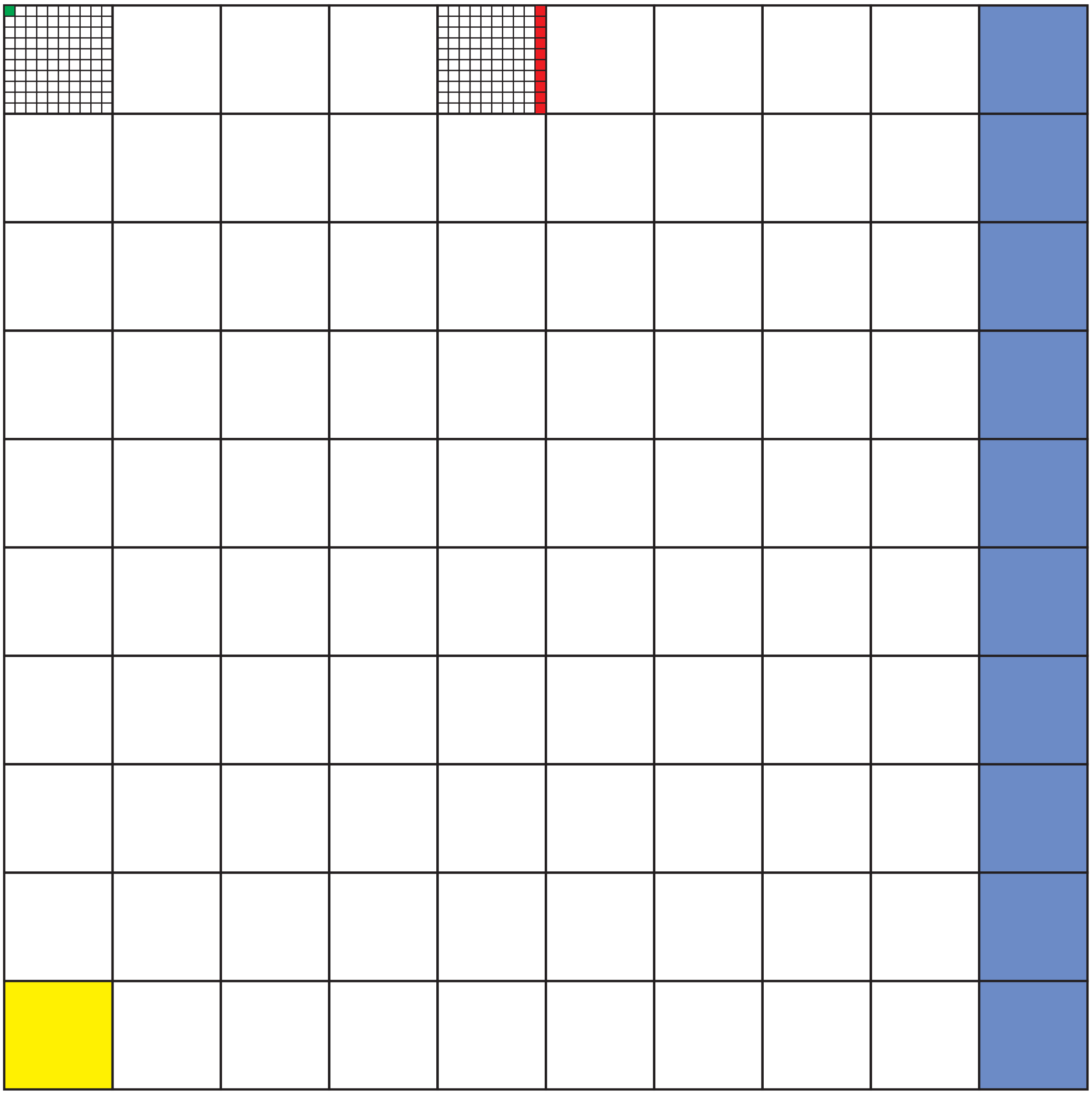


______ = ______________ = ______



______ = ______________ = ______

नीचे दी गई आकृति में हमने दसवें, सौवें, हज़ारवें तथा दस हज़ारवें भागों को दिखाया है। आप इनको ध्यान से देखिए तथा समझने की कोशिश कीजिए कि इन सभी में क्या संबंध है। ध्यान देने वाली बात यह है कि सबसे बड़ा वर्ग एक पूर्ण को दिखा रहा है।



नीले रंग से छायांकित भाग एक पूर्ण के दसवें भाग को दिखा रहा है।

पीले रंग से छायांकित भाग एक पूर्ण के सौवें भाग को दिखा रहा है।

लाल रंग से छायांकित भाग एक पूर्ण के हज़ारवें भाग को दिखा रहा है।

हरे रंग से छायांकित भाग एक पूर्ण के दस हज़ारवें भाग को दिखा रहा है।

दसवाँ (दशांश) एक पूर्ण के 10 बराबर भागों को दर्शाता है।
सौवाँ (शतांश) एक पूर्ण के 100 बराबर भागों को दर्शाता है।

दहाई और दसवाँ में अंतर

- दहाई, असल में 10 इकाइयाँ हैं।
- जबकि दसवाँ, इकाई के 10 बराबर भागों में से एक भाग है।

सैंकड़ा और सौवाँ में अंतर

सैंकड़ा असल में 100 इकाइयाँ हैं।
जबकि सौवाँ, इकाई के 100 बराबर भागों में से एक भाग है।

पीछे दिए गए उदाहरणों की मदद से नीचे दिए गए प्रश्नों के जवाब दीजिए।

प्र०1 2 इकाई दिखाने के लिए कितने दशांशों की आवश्यकता होगी ? 20 दशांश

1 इकाई = 10 दशांश

2 इकाई $= 2 \times 10$ दशांश

$= 20$ दशांश

प्र०2 3 इकाई दिखाने के लिए कितने दशांशों की आवश्यकता होगी ? _____

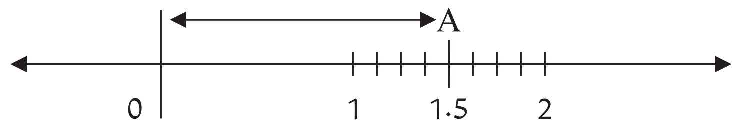
प्र०3 3 दशांशों को दिखाने के लिए कितने शतांशों की आवश्यकता होगी ? _____

प्र०4 7 दशांशों को दिखाने के लिए कितने शतांशों की आवश्यकता होगी ? _____

प्र०5 3 दशांशों को दिखाने के लिए कितने हज़ारांशों की आवश्यकता होगी ? _____

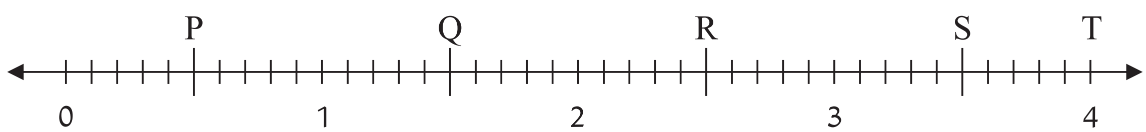
दशमलव का संख्या रेखा पर निरूपण

हम 1.5 को संख्या रेखा पर दिखाना चाहते हैं। हम जानते हैं 1.5, 1 से बड़ा है और 2 से छोटा है। तो यह 1 और 2 के बीच में होगा। 1.5 में 1 इकाई है और 5 दशांश है। अब हम संख्या रेखा पर 1 के बाद .5 दर्शाने के लिए 1 से 2 के बीच की दूरी को दस बराबर भागों में बाँटेंगे।



A संख्या रेखा पर 1.5 को निरूपित करता है।

अब बताओ कि नीचे दी गई संख्या रेखा पर अंकित बिंदु किस दशमलव को दर्शा रहे हैं।



P –

Q –

R –

S –

T –

दिए गए उदाहरणों के अनुसार तालिका को पूरा कीजिए।

भिन्न	विस्तारित रूप	दशमलव रूप
$\frac{38}{1000}$	$\frac{30+8}{1000} = \frac{30}{1000} + \frac{8}{1000}$ 0 दशांश +3 शतांश +8 हज़ारांश	0.038
$\frac{4}{1000}$	$\frac{4}{1000}$ 0 दशांश +0 शतांश +4 हज़ारांश	0.004
$\frac{405}{1000}$	____________ ____________	________
$\frac{25}{1000}$	____________ ____________	________
$\frac{7}{1000}$	____________ ____________	________

दिए गए उदाहरणों के अनुसार संख्याओं को विस्तारित रूप में लिखिए

(1) 45.751 = $4 \times 10 + 5 \times 1 + 7 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100} + 1 \times \frac{1}{1000}$

(2) 530.07 = $5 \times 100 + 3 \times 10 + 0 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 7 \times \frac{7}{100}$

(3) 702.135 = ____________________

(4) 43.004 = ____________________

(5) 692.121 = ____________________

दिए गए भिन्नों को दशमलव रूप में बदलिए

भिन्न	दशमलव
$\frac{5}{10}$	
$\frac{7}{10}$	
$\frac{11}{100}$	
$\frac{3}{1000}$	

भिन्न	दशमलव
$\frac{1}{100}$	
$\frac{87}{100}$	
$\frac{9}{10}$	
$\frac{25}{1000}$	

दशमलव संख्याएँ संख्या प्रणाली का ही एक हिस्सा हैं।

आइए देखते हैं कैसे :-

स्थानीय मान चार्ट

हज़ार 1000	सैकड़ा 100	दहाई 10	इकाई 1	दशांश $\frac{1}{10}$	शतांश $\frac{1}{100}$	हज़ारांश $\frac{1}{1000}$

जैसे-जैसे हम स्थानीय मान के चार्ट में बाएँ से दाएँ ओर एक स्थान आगे बढते हैं, हम देखते हैं कि हर स्थान पहले वाले स्थान का दसवाँ $\left(\frac{1}{10}\right)$ होता है।

इकाई, दहाई का $\frac{1}{10}$ होता है।

दहाई, सैकड़े का $\frac{1}{10}$ होता है और सैकड़ा, हज़ार का $\frac{1}{10}$ होता है।

स्थानीय मान सारिणी मे नीचे दी गई संख्याओं को उपयुक्त स्थान में दिखाइए-

(i) 3456.007

(ii) 256.080

(iii) 0.001

(iv) 1.128

(v) 21.053

दशमलव संख्याओं को पढ़ना

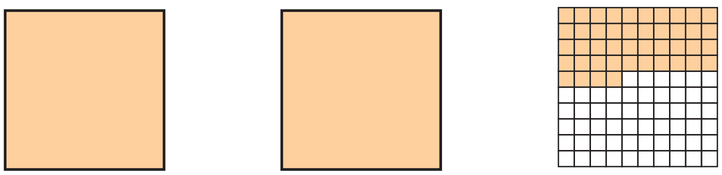
आइए कुछ उदाहरणों को समझते हैं।

2.44 **दो दशमलव चार चार** (इसे दो दशमलव चवालीस नहीं पढ़ा जा सकता।)

2.44 में 2 इकाइयाँ, 4 दसवें भाग व 4 सौवें भाग हैं।

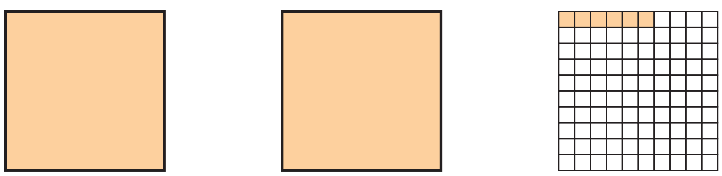
इसे हम 2 इकाइयाँ व 44 सौवें भाग भी लिख सकते हैं।

आइए 2.44 को छायांकित करते हैं।



→ यह छायांकित भाग 0.44 को दिखाता है।

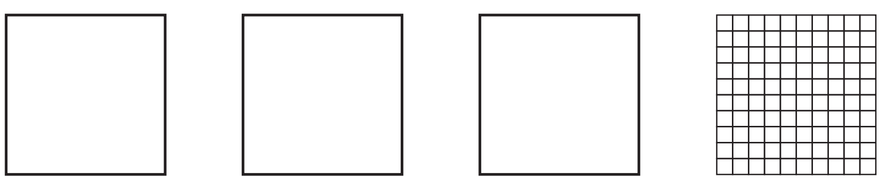
2.06 को छायांकित कीजिए। (इसमें 2 पूर्ण और 6 सौवाँ भाग है।)



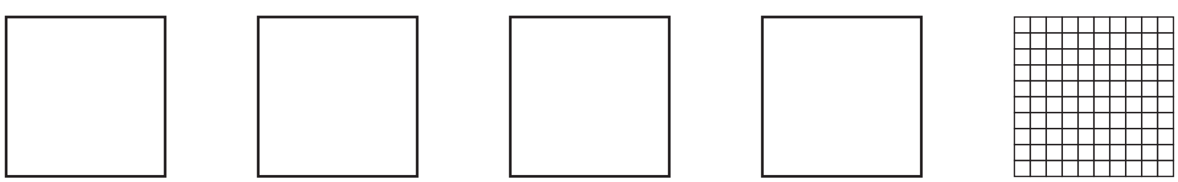
यहाँ से पता चलता है कि हमने '0' का प्रयोग दशांश के खाली बचे स्थान के लिए किया है।

अब आप प्रयास कीजिए।

3.06 को छायांकित कीजिए। (इसमें 3 पूर्ण तथा 6 सौवाँ भाग है।)



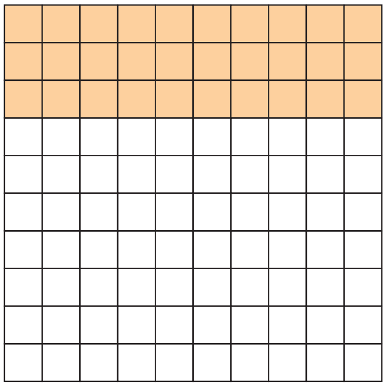
4.2 को छायांकित कीजिए। (इसमें 4 पूर्ण और 2 दसवाँ भाग है)



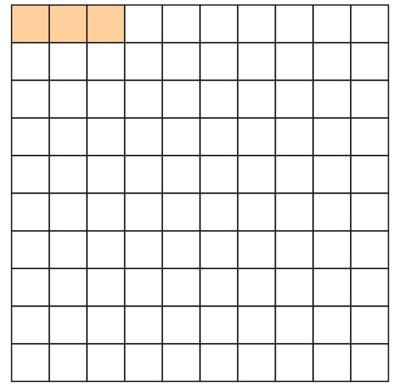
4.2 संख्या में सौवाँ भाग नहीं है !

क्या हमें सौवें भाग के स्थान पर शून्य रखने की ज़रूरत है? चर्चा कीजिए।

दशमलव संख्याओं की तुलना करना और 0.3 व 0.03 जैसी संख्याओं के बीच अंतर को समझना।



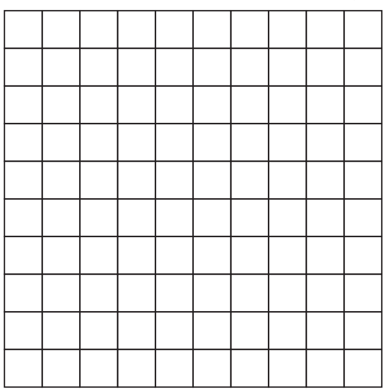
$\frac{3}{10} = 0.3$



$\frac{3}{100} = 0.03$

0.3और 0.03 में कौन सी संख्या बड़ी है? __________

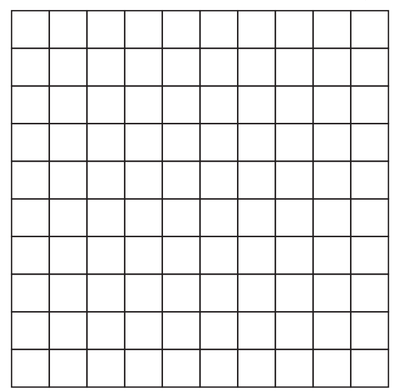
0.4 को छायांकित कीजिए।



छायांकित भाग का भिन्न रूप = ______

दशमलव रूप = ______

0.37 को छायांकित कीजिए।



छायांकित भाग का भिन्न रूप = ______

दशमलव रूप = ______

0.4 और 0.37 में कौन सी संख्या बड़ी है? __________

क्या 0.4 को 0.40 लिख सकते हैं- साथियों एवं अध्यापक से चर्चा करें।

<, > तथा = का प्रयोग कर संख्याओं की तुलना कीजिए।

(1) 0.4 ____ 0.04

(2) 0.7 ____ 0.17

(3) 0.05 ____ 0.5

(4) 0.32 _____ 0.4

(5) 0.8 _____ 0.80

(6) 0.20 _____ 0.2

दी गई संख्याओं को शब्दों में तथा बढ़ते क्रम में लिखिए।

संख्या				शब्दों में लिखिए
.	3	2	5	दशमलव तीन दो पाँच
.	3			______________
.	0	2		______________
.	0	0	5	______________

ऊपर दी गई चारों संख्याओं को बढ़ते क्रम में भी लिखिए : _____ , _____ , _____ , _____

संख्याओं को बढ़ते क्रम में लिखिए :-

(1)3.2 , 0.32, 1.03, 0.003 ____, ____, ____, ____, ____,

(2)4.17, 4.017, 4.071, 4.107 ____, ____, ____, ____,

संख्याओं को घटते क्रम में लिखिए :-

(1)1.01, 1.1, 1.001, 1.101 ____, ____, ____, ____, ____,

(2)2.03, 2.3, 2.35, 2.005 ____, ____, ____, ____,

आइए, कुछ और भिन्न संख्याओं को दशमलव संख्याओं में बदलना सीखते हैं।

$$\frac{245}{1000} = \frac{200}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{5}{1000}$$

$$= \frac{\overset{2}{\cancel{200}}}{\underset{10}{\cancel{1000}}} + \frac{\overset{4}{\cancel{40}}}{\underset{100}{\cancel{1000}}} + \frac{5}{1000} = \frac{2}{10} + \frac{4}{100} + \frac{5}{1000}$$

इसमें 2 दशांश हैं, 4 शतांश हैं तथा 5 हज़ारांश हैं।

इसका दशमलव रूप है $\Rightarrow \frac{245}{1000} = 0.245$

दशमलव के इस्तेमाल की व्यावहारिक गतिविधियाँ

1 रुपया = 100 पैसे

10 पैसा, एक रुपये का भाग होगा $=\frac{10}{100}$ रु = 0.10 रु (रुपये का दसवां भाग)

1 पैसा, एक रुपये का भाग होगा $=\frac{1}{100}$ रु = 0.01 रु (रुपये का सौवां भाग)

क्या 0.10 व 0.01 एक ही मात्रा को दिखा रहे हैं? (   ) हाँ/नहीं (अपने साथियों के साथ चर्चा कीजिए)

दशमलव का प्रयोग करते हुए निम्नलिखित को रुपये के रूप में व्यक्त कीजिए।

(1) 5 पैसे $=\frac{5}{100}$ रु = .05 रु

(2) 250 पैसे = _____ = _____

(3) 75 पैसे = _____ = _____

(4) 500 पैसे = _____ = _____

(5) 85 रुपये 75 पैसे = _____ = _____

(6) 2 रुपये 50 पैसे = _____ = _____

1 kg = 1000gm

kg = किलोग्राम
gm = ग्राम

1 gm , 1 kg का भाग होगा $= \frac{1}{1000}$ kg = 0.001 kg

10 gm , 1 kg का भाग होगा $= \frac{10}{1000}$ kg = 0.010 kg

आइए निम्नलिखित को kg में व्यक्त करें

(i) 500gm $= \frac{500}{1000}$ kg = 0.5kg

(ii) 5450gm $= \frac{5450}{1000}$ kg = 5.450kg

(iii) 50 gm = ______kg = ________kg

(iv) 900 gm = ______kg = ________kg

(v) 6300 gm = ______kg = ________kg

1 km = 1000 m
1 m = 100 cm
1 cm = 10 mm

km = किलोमीटर

m = मीटर

cm = सेंटीमीटर

mm = मिलीमीटर

1 m, 1 km का भाग है $= \frac{1}{1000}$ km = 0.001 km

1 cm, 1 m का भाग है $= \frac{1}{100}$ m = 0.01 m

1 mm, 1 cm का भाग है $= \frac{1}{10}$ cm = 0.1 cm

m को km में बदलिए

(1) 5 m $= \frac{5}{1000}$ km = 0.005 km	(2) 2075 m $= \frac{2075}{1000}$ km = 2.075 km
(3) 750 m =_____ = _____	(4) 1915 m =_____ = _____
(5) 45 m =_____ = _____	(6) 2 m =_____ = _____

cm को m में बदलिए

(1) 8 cm $= \frac{8}{100}$ m = 0.08 m	(2) 215 cm $= \frac{215}{100}$ m = 2.15 m
(3) 155 cm =_____ = _____	(4) 3 cm =_____ = _____

mm को cm में बदलिए

(1) 2 mm $= \frac{2}{10}$ cm = 0.2 cm	(2) 19 mm $= \frac{19}{10}$ cm = 1.9 cm
(3) 25 mm =_____ = _____	(4) 6 mm =_____ = _____

दशमलव संख्याओं का जोड़

उदाहरण :-

21.47+35.98 को जोड़िए

दशमलव संख्याओं के जोड़ में भी

शतांश, शतांश से जुड़ेगा

दशांश, दशांश से जुड़ेगा तथा

हज़ारांश, हज़ारांश से जुड़ेगा

$$\begin{array}{r} 21.47 \\ +35.98 \\ \hline 57.45 \\ \hline \end{array}$$

दशमलव संख्याओं का जोड़ कीजिए।

(1) 142.07+381.1

$$\begin{array}{r} 142.07 \\ +381.1 \\ \hline 523.17 \\ \hline \end{array}$$

(2) 810.35+149.42

(3) 42.175+39.18

(4) 83.205+149.53

(5) 62.12+169.345

(6) 893.01+472.82

दशमलव संख्याओं का घटाव

आइए, इस उदाहरण को समझते हैं :-

जैसे हम पूर्ण संख्याओं का घटाव करते हैं, उसी प्रकार से दशमलव संख्याओं का घटाव किया जाएगा।

743.12 में से 249.63 को घटाइए।

दशमलव संख्याओं के घटाव में भी,

शतांश, शतांश से घटेगा

दशांश, दशांश से घटेगा

हज़ारांश, हज़ारांश से घटेगा

$$\begin{array}{r} 743.12 \\ -\ 249.63 \\ \hline 493.49 \\ \hline \end{array}$$

90 में से 2.9 घटाएँ ...

$$\begin{array}{r} 90.0 \\ -\ 2.9 \\ \hline 87.1 \\ \hline \end{array}$$

दशमलव संख्याओं का घटाव कीजिए।

(1) 749.63 – 432.10

$$\begin{array}{r} 749.63 \\ -\ 432.10 \\ \hline 317.53 \\ \hline \end{array}$$

(2) 40.15 – 32.02

(3) 142.70 – 39.82

(4) 36.853 – 14.240

(5) 462.14 – 139.67

(6) 8936 – 32.4

Learning Outcomes (अधिगम सम्प्राप्ति)

1. दैनिक जीवन में दशमलव की जोड़, घटा, गुणा तथा भाग से सम्बन्धित समस्याओं को हल करना।

2. दशमलव से सम्बन्धित समझ को दैनिक जीवन में प्रयोग करना।

अध्याय 9 – आँकड़ों का प्रबंधन

आँकड़ों का संग्रह

अध्यापक को आपसे कुछ सूचनाएँ लेनी हैं।

सूचना 1 :–हमारे विद्यालय में कितने पेड़ तथा कितने पौधे हैं ?

सूचना 2 :–कक्षा के विद्यार्थियों को कौन–कौन सा फल खाना सबसे अच्छा लगता है ?

सूचना 3 :–कक्षा के विद्यार्थियों को कौन सा खेल खेलना सबसे ज्यादा पसंद है ?

उपरोक्त सभी सूचनाओं की जानकारी प्राप्त करने के लिए हम उनसे संबंधित कुछ संख्याएँ (Numbers) **एकत्रित करते हैं।**

जैसे :–

– पेड़ों की संख्या

– पौधों की संख्या

– आम, अनार, केला आदि पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या।

– क्रिकेट, कुश्ती, बैडमिंटन आदि खेल पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या।

किसी उद्देश्य से किए गए संख्याओं के संग्रह को आँकड़े (Data) **कहा जाता है।**
आँकड़ों को सारणी में निरूपित किया जा सकता है।

निम्न प्रश्नों के उत्तर लिखिए।

प्र० 1:– पूरे महीने आप कितने दिन उपस्थित रहे, अपनी कक्षा की मॉनिटर डायरी से लिखिए।

उ० :–

प्र० 2:– उपस्थिति रजिस्टर में अध्यापक सूचनाओं को सारणी में व्यवस्थित करता है ? (हाँ / नहीं)

उ० :–

प्र० 3:– आपने पिछली कक्षा में विभिन्न विषयों में कौन–कौन से ग्रेड प्राप्त किए, अपनी रिपोर्ट कार्ड से लिखिए।

उ० :– हिंदी__________, गणित__________, साईंस__________, अंग्रेजी__________, सोशल साईंस__________

प्र० 4:– रिपोर्ट कार्ड में अध्यापक सूचनाओं को किस प्रकार से व्यवस्थित करता है ?

उ० :–

कहानी – में गणित

परिचय – अपना स्कूल

पाँचवी कक्षा में उत्तीर्ण होकर उमा ने छठी कक्षा में अपनी कालोनी के राजकीय उच्चतर माध्यमिक विद्यालय में प्रवेश लिया। उसके प्राथमिक विद्यालय के दोस्त प्रीति और अमर ने दूसरे विद्यालय में दाखिला ले लिया था। वह सोच रही थी कि उसके अब नये दोस्त बनेंगे क्योंकि कोई पुराना दोस्त उसके साथ नहीं था। उसके प्राथमिक स्कूल के बहुत से छात्रों ने इस विद्यालय में प्रवेश लिया था परंतु कोई छठी B में तो कोई छठी E में था।

आज कक्षा अध्यापक उसकी कक्षा को स्कूल **बिल्डिंग** में घुमाने लेकर गए। रास्ते में उन्होंने बताया कि हमारे विद्यालय में छठी से दसवीं तक हर कक्षा के 5 सैक्शन हैं। प्रिंसीपल का कमरा ग्राउंड फ्लोर (Ground Floor) पर है।

(Exam room) एग्ज़ाम रूम पहली मंज़िल पर, होम साइंस लैब (Home Science Lab) तीसरी मंज़िल पर है। तथा स्टाफ़ रूम (Staff room) दूसरी मंज़िल पर है।

विद्यालय में गणित के 6, साइंस के 7, हिन्दी के 5, संस्कृत के 4, अंग्रेजी के 8 तथा सोशल साइंस के 6 **अध्यापक** पढ़ाते हैं।

बरामदे में उसे अपने प्राथमिक स्कूल के **दोस्त** अमित, अनुराधा, रति, मनोज, मारिया, रितु, फरीदा तथा डोनाल्ड बातें करते हुए दिखाई दिए।

सभी उमा को देखकर खुश हुए और बोले " हाय! उमा ! (Hi Uma) कैसी हो ? कौन से सैक्शन में हो ? उमा ने कहा "ठीक हूँ ! मैं A Section सैक्शन में हूँ। और तुम सब कौन-कौन से सैक्शन में हो?" सभी ने क्रमशः अपने – अपने सैक्शन के नाम B, D, C, D, E, D, D तथा D बताए।

मारिया ने बताया आज छठी कक्षा में प्रवेश लेने वाले सभी विद्यार्थियों को प्रिंसीपल महोदय स्वागत भाषण देंगे और हमें एक-एक **पैंसिल** भी मिलने वाली है। तुम्हारे सेक्शन्स में कितने-कितने विद्यार्थी हैं?

A में 50, B में 48, C में 45, D में 56 तथा E में 60 विद्यार्थी है। सभी ने उत्तर दिया।

रति : तो प्रिंसीपल महोदय को 259 पेंसिल बँटवानी होंगी।

मनोज : इस विद्यालय में भी बच्चों को **मिड-डे-मील** मिलता है और आज दलिया मिलने वाला है। सभी अपनी-अपनी कक्षा की **मॉनिटर डायरी** में से पता लगाओ! आज कितने छात्र उपस्थित हैं?
A में 40, B में 45, C में 35, D में 50 तथा E में 58 छात्र उपस्थित हैं- आवाज आई?

मनोज : कक्षा C में छात्रों की उपस्थिति इतनी कम क्यों हैं ?

रति : शायद मेरी कक्षा के बच्चों को दलिया खाना पसन्द नहीं है इसलिए। आलू पूरी को तो सभी बड़े चाव से खाते हैं।

उमा : पूरी- चना तो मेरे सेक्शन A के बच्चे भी बहुत पसंद करते हैं। मैंने सुना है सेक्शन B के बच्चे हलवा और चने के शौकीन हैं।

रति : हाँ, D और E सेक्शन के बच्चों का रुचिकर भोजन क्रमश: दाल-चावल और कड़ी-चावल है।

स्कूल परिचय के अगले पड़ाव में खेल के पीरियड (Priod) में रागिनी मैडम ने स्कूल का खेल का मैदान दिखाया तथा **खेलों के सामान** के बारे में जानकारी दी।

डोनाल्ड : हमें खेलने के लिए क्या - क्या सामान मिल सकता है ?

रागिनी : मेरे पास 10 हॉकी, 30 बॉल, 15 लूडो और 5 कैरम बोर्ड हैं। सभी बच्चों के खेलने के लिए ही है। (इतने में छुट्टी की घंटी बजी टन-टन। सभी खुश होकर घर की तरफ चल पड़े।) अच्छा लगा ना आपको भी मेरे स्कूल का परिचय ?

आँकड़ों का अभिलेखन तथा संगठन

(Recording & Organisation of Data)

कहानी में से ढूँढ़कर सारणी को पूरा कीजिए।

क्र० स०	दोस्तों/बच्चों के नाम	सैक्शन
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

सारणी – 1

सारणियाँ आँकड़ों को प्रदर्शित करना एक तरीका है।

सारणी – 1 को देखकर (✓) का चिन्ह लगाइए।

क्र. सं.	सैक्शन	अमित	उमा	अनुराधा	रति	मनोज	मारिया	फरीदा	डोनाल्ड	रितु
1	A									
2	B	✓								
3	C									
4	D									
5	E									

सारणी – 2

मिलान चिन्हों का प्रयोग कीजिए।

क्र. सं.	सैक्शन	बच्चों के नाम	मिलान चिन्ह Tally Marks
1	A	उमा	|
2	B		
3	C		
4	D		
5	E		

सारणी – 3

(✓) के चिन्ह की जगह प्रत्येक बच्चे के लिए खड़ी लाइन (।) का प्रयोग कर सकते हैं खड़ी लाइन को मिलान चिन्ह कहते हैं। Tally Marks

मिलान चिन्ह Tally Marks को पाँच-पाँच के समूह मे लिखा जाता है (𝍸) (चार खड़ी तथा एक तिरछी लाइन) क्योंकि समूह को गिनना आसान होता है।

सारणी- 3 में किस सैक्शन का मिलान चिन्ह (𝍸) है

क्र. सं.	सैक्शन	बच्चों की संख्या
1	A	
2	B	
3	C	
4	D	
5	E	

आँकड़े संख्याओं के वे संग्रह हैं जो कुछ सूचनाएँ देने के लिए एकत्रित किए जाते हैं।

सारणी - 4 (बारंबारता)

सारणी - 4 (बारंबारता) को देखकर सूचनाएँ दीजिए।

1) A सैक्शन में कितने बच्चे हैं ?__________

2) सैक्शन D में कितने बच्चे हैं ?__________

3) सबसे ज्यादा बच्चे किस सैक्शन में हैं ? __________

4) सबसे कम बच्चे किस सैक्शन में हैं ?__________

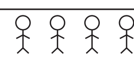
5) कौन सी संख्या अधिक बार आई है ? __________

6) कौन सी संख्या बार - बार आई है ? __________

चित्रालेख की व्याख्या तथा चित्रालेख को खींचना
(Pictograph)

आँकड़ों को संकेतों व चित्रों में निरूपित करना चित्रालेख कहलाता है।

कहानी में से ढूँढ़कर सारणी को पूरा कीजिए।

क्र. सं.	विषय का नाम	विद्यालय में अध्यापकों की संख्या	चित्र = अध्यापक
1	गणित		
2	साइंस		
3	सोशल साइंस		
4	संस्कृत	4	
5	हिन्दी		
6	अंग्रेजी		

सारणी - 5

सारणी - 5 को देखकर रिक्त स्थान भरिए।

1) विद्यालय मे किस विषय के अध्यापक सबसे अधिक हैं? __________

2) किस विषय के अध्यापक सबसे कम हैं ?__________

3) सोशल साइंस में कितने अध्यापक हैं ?__________

4) किन – किन विषयों में अध्यापकों की संख्या बराबर है ?__________

चित्रालेख आँकड़ों को चित्रों, वस्तुओं और वस्तुओं के भागों के रूप में निरूपित करता है। इसको केवल देखकर ही प्रश्नों के उत्तर दिए जा सकते हैं।

बड़े आँकड़ों में चित्रालेख बनाते समय पैमाना भी बनाया जा सकता है। जैसे : एक पेंसिल का चित्र (✏) पाँच पैंसिलों को निरूपित करता है। इससे चित्रालेख को जल्दी से पढ़ा जा सकता है तथा चित्रालेख स्थान भी कम घेरता है।

कहानी से ढूँढ़कर सारणी को भरिए।

आज प्रिंसीपल महोदय को 259 पेंसिलें बँटवानी हैं।

क्र. सं.	सैक्शन	पेंसिलों की संख्या	चित्रालेख	पैमाना (✏ = 5 पेंसिल को निरूपित करता है)
1	B	48		
2				
3				
4				
5				
कुल				

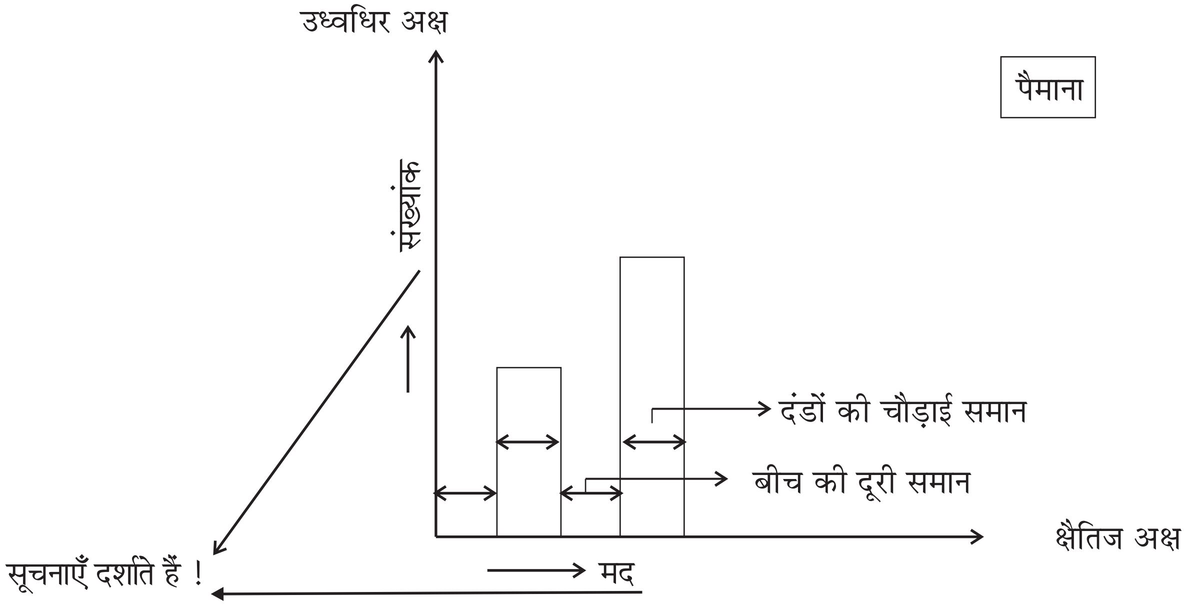
सारणी – 6

दंड आलेख की व्याख्या तथा दंड आलेख खींचना
(Bargraph)

आँकड़ों को चित्रालेखों के द्वारा निरूपित करने में बहुत समय लगता है। कभी – कभी यह कठिन भी होता है । जैसे 47 या 48 पेंसिलों के चित्र!

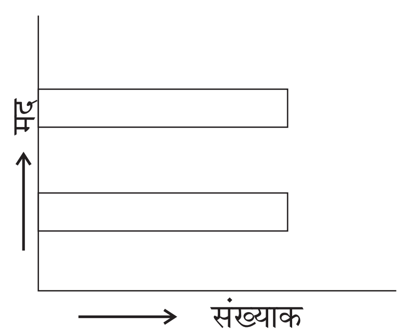
दंड आलेख बनाकर भी आँकड़ों को प्रस्तुत किया जा सकता है।

• आँकड़ों को दंड आलेख पर इस प्रकार निरूपित किया जाता है।

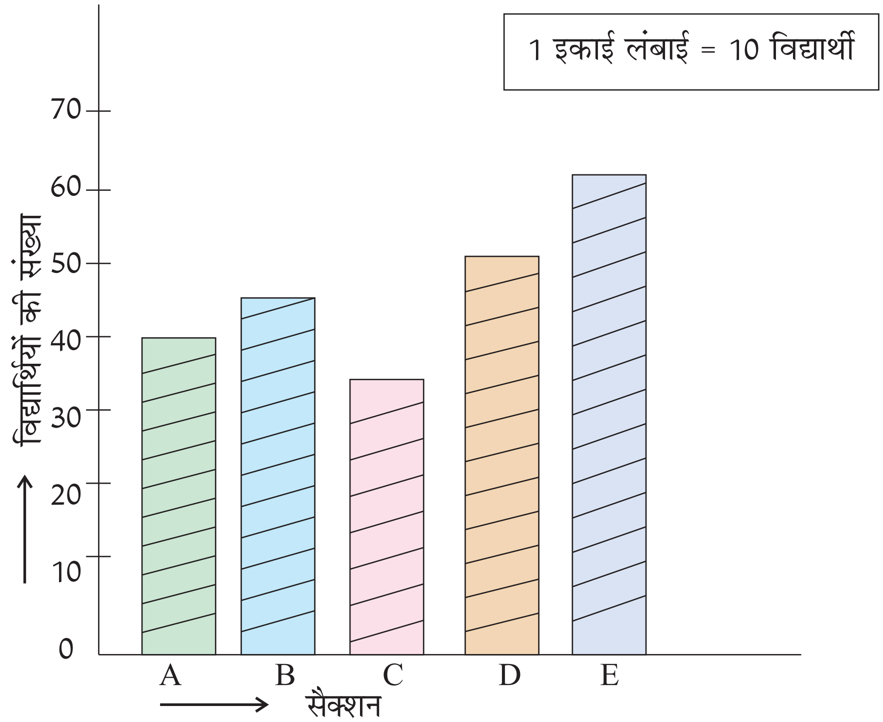


प्रत्येक दंड की लम्बाई दी हुई संख्या (मान) को निरूपित करती है।

• मद और संख्याओं की स्थितियों को अक्षों पर आपस में बदलकर भी दर्शाया जा सकता है।



कहानी "**परिचय - अपना स्कूल**" में मिड-डे-मील के लिए मॉनिटर डायरी में विद्यार्थियों की दर्ज उपस्थिति का दंड आलेख इस प्रकार है।



दंड आलेख को पढ़कर उत्तर दीजिए।

1) यह दंड आलेख क्या सूचना प्रदर्शित करता है ?

   ____

2) किस सेक्शन में अधिकतम बच्चे उपस्थित हैं ? ________

3) C सेक्शन में कितने बच्चे उपस्थित हैं ? ________

4) सभी सेक्शन्स के नाम लिखिए तथा प्रत्येक सेक्शन में उपस्थित विद्यार्थियों की संख्या भी लिखिए। ________

   सेक्शन का नाम : ________ ________ ________ ________ ________

   उपस्थित विद्यार्थियों
   की संख्या : ________ ________ ________ ________ ________

5) कुल कितने विद्यार्थियों को मिड-डे-मील मिला ?________

पाठ में दी गई कहानी को पढ़कर **खेलों के सामान** का नीचे दिए गए स्थान पर दंड आलेख खींचें।

Activity - Time

सारणीबद्ध करना

अभ्यास :

गतिविधि :आओ एक सूची तैयार करें : कक्षा के सभी विद्यार्थियों के नाम तथा उनके द्वारा विद्यालय आने और जाने के लिए प्रयोग किए जाने वाले वाहन/साधन का नाम लिखिए। जैसे :– बस/ ई–रिक्शा/ साइकिल/ स्कूटर/ पैदल/ मोटर साइकिल।

क्र.स.	छात्र का नाम	साधन का नाम

क्र.स.	छात्र का नाम	साधन का नाम

क्र.स.	छात्र का नाम	साधन का नाम

क्र.स.	छात्र का नाम	साधन का नाम

सारणी – 7

खाली स्थान भरिए। सारणी – 7 से गिनकर

1 कितने बच्चे बस से विद्यालय आते हैं?................

2 कितने बच्चे ई–रिक्शा का उपयोग करते हैं?................

3 कितने बच्चे साइकिल से आते हैं?................

4 कितने बच्चे पैदल आते हैं?................

5 कितने बच्चे हैं जो विद्यालय आने के लिए स्कूटर या मोटर साइकिल का उपयोग करते हैं?...............

नीचे दिए गए रिक्त स्थानों से तालिका को भरिए।

साधन/वाहन	Tally Marks
बस ई–रिक्शा साइकिल स्कूटर पैदल	
कुल	

सारणी – 8
बारम्बारता सारणी

अगर हम सारणी – 7 के नीचे दिए गए प्रश्नों का उत्तर देने के लिए सारणी – 8 का प्रयोग करते है, तो हमें पहले से कम समय लगेगा या ज्यादा ? (कम समय/ ज्यादा समय)

(बारम्बारता सारणी)

किसी कक्षा के विद्यार्थियों को नाश्ते में क्या खाना पसंद है, इससे संबंधित सूचनाएँ सारणी – 9 में दी गई हैं। सारणी को पढ़िए तथा रिक्त स्थान भरिए।

नाश्ते में रुचि (खाना पसंद)	विद्यार्थियों की संख्या	मिलान चिन्ह
आलू पूड़ी	12	卌 卌 ||
परांठा	—	卌 ||
ब्रेड-बटर-जैम	—	卌 ||||
इडली सांबर	—	|||
छोले पूड़ी	—	卌 卌
दलिया	—	|
कुल		

सारणी – 9

नीचे दिए गए बिंदुओं पर अध्यापक तथा अपने साथियों के साथ चर्चा कीजिए।

- हमने मिलान चिन्हों का प्रयोग 卌 पाँच के बंडल में क्यों किया ?
- ऊपर दी गई तालिका को हम क्या कोई नाम भी दे सकते हैं ?

खेल–खेल में गणित

आँकड़ों का प्रबंधन–रोल प्ले

नीचे एक रोल प्ले दिया जा रहा है। आप इसे ध्यान से पढ़ें और अपने अध्यापक की मदद से खेलें।

सूत्रधार : बहुत पहले, उस दौर में जब संख्याओं को खास चिन्हों के ज़रिये अंकित किया जाता था. कोई चीज़ जितनी बार दोहराई जाती थी उतने ही डंडेनुमा आकृति से अंकित कर दी जाती थी. हिसाब–किताब का यही एक आधार था.

I-II-III-IIII-IIIII

कालांतर में यह भी स्पष्ट हो गया कि इन आकृतियों को भी बारबार दोहराना बहुत मुश्किल होता जा रहा है। बड़ी संख्याओं के लिए इस तरह हिसाब रख पाना वाक़ई मुश्किल काम था। इसके चलते फिर ग्रुपिंग करना शुरू किया गया। मिलान चिन्ह (tally marks) की अवधारणा का विकास भी यहीं से हुआ. जहाँ चार डंडों के बाद पांचवां डंडा आता तो उसे चार डंडों को काटकर तिरछा बनाया जाता. चीज़ों को गिनने के विभिन्न तरह के चिन्हों का इस्तेमाल किया जाता. एक से लेकर नौ तक की गिनती को तमाम तरह दिखाया जाने लगा।

पात्र 1 : चलो काटा–काटा खेलते हैं।

पत्र 2 : काटा–काटा कैसे खेलते है. मुझे तो मालूम नहीं।

पात्र 3 : अरे भाई ये बड़ा ही आसान है।

पात्र 2 : अच्छा तो मुझे भी सिखाओ।

पात्र 4 : ज़रूर, इस खेल में दो टीम होती हैं जो एक निश्चित समय में ऐसी जगहों पर चाक या कोयले से डंडे खींचती हैं जिन्हें ढूँढ़ा न जा सके. इन डंडों को खींचने में मिलान चिन्ह का इस्तेमाल करते हैं। समय ख़त्म होने के बाद एक टीम दूसरी टीम द्वारा खींचे गए चिन्हों को ढूँढ़ती है। और जो भी टीम ज़्यादा से ज़्यादा काटा के चिन्ह ढूँढ़ लेती है, वही जीत जाती है।

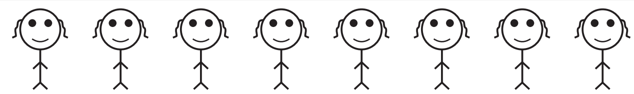
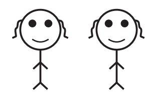
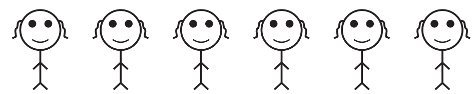
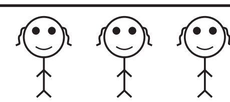
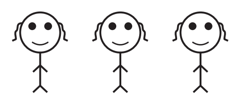
पात्र 2 : वाह! ये तो बड़ा मज़ेदार है, चलो खेलते हैं।

(सभी मिलकर खेलते हैं।)

नोट :- आप भी इस तरह के रोल प्ले बना कर खेल सकते हैं।

चित्र-आलेख:- चित्रों के प्रयोग द्वारा आँकड़ों को सारणी के रूप में प्रदर्शित करना

1. विद्यार्थियों की विभिन्न क्षेत्रों में रुचियों को दर्शाते, चित्रालेख को देखिए तथा बॉक्स में संख्या भरिए।

विभिन्न क्षेत्र	(= 10 विद्यार्थी)	विद्यार्थियों की संख्या
मेंहदी लगाना		80
सिलाई		
खाना बनाना		
चित्रकारी		
संगीत		

सारणी - 10

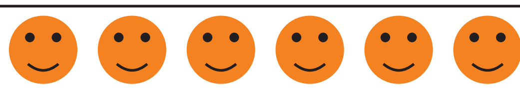
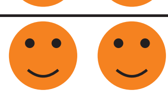
चित्रालेख के आधार पर उत्तर दीजिए :-

- किस क्षेत्र में विद्यार्थियों की रुचि सबसे अधिक है? ____________
- किस क्षेत्र में विद्यार्थियों की रुचि सबसे कम है? ____________
- यदि मेंहदी लगाने में 80 की जगह 85 विद्यार्थी हों तो चित्र द्वारा कैसे प्रदर्शित करेंगे।

2. चित्रालेख में विभिन्न कक्षाओं में उपस्थित विद्यार्थियों की संख्या दर्शाई गई है।

चित्रालेख को समझकर, बॉक्स में विद्यार्थियों की संख्या लिखिए।

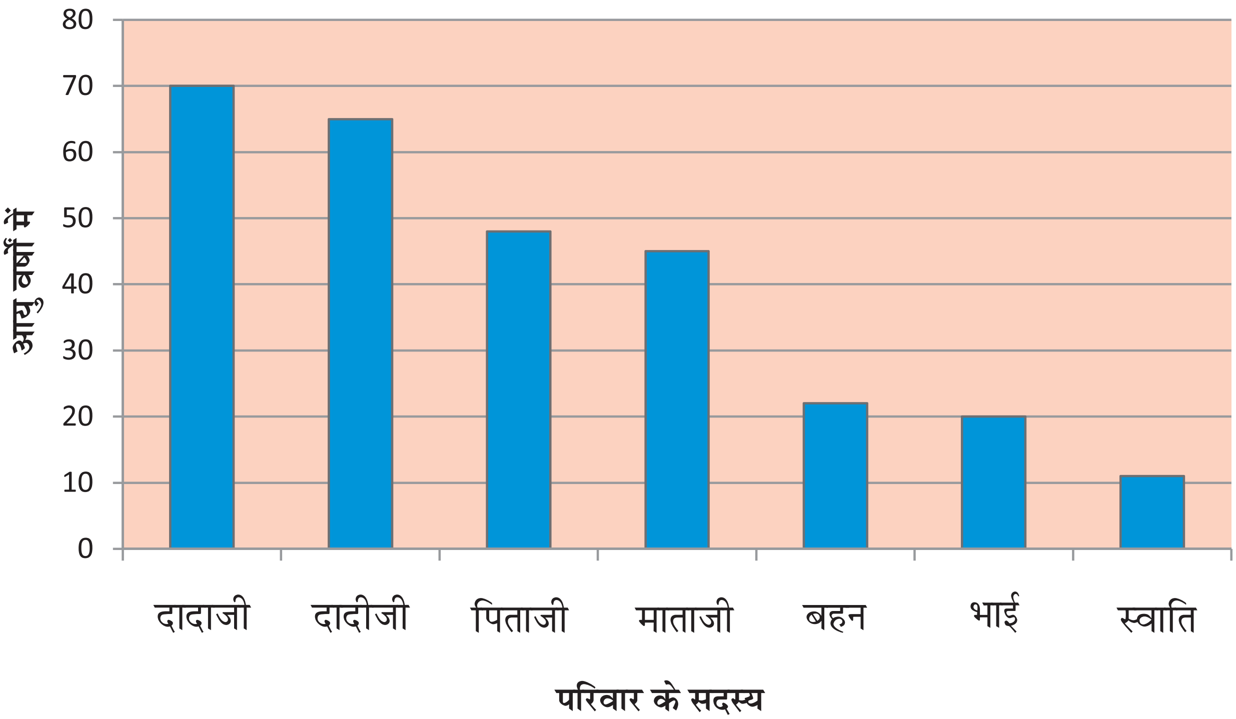
यदि एक 20 विद्यार्थियों को दर्शाता है।

VI		120
VII		
VIII		
IX		
X		

सारणी 11

दंड – आलेख

नीचे स्वाति के परिवार की आयु से संबंधित दंड आलेख दिया गया है । आओ इस आलेख को देखे समझें और उत्तर दें ।



प्रश्नों के उत्तर दीजिए :-

1. दादीजी की आयु कितनी है ? ____________
2. स्वाति के पिताजी की आयु कितनी है ? ____________
3. दादाजी , पिताजी से कितने वर्ष बड़े हैं ? ____________
4. स्वाति की माताजी व बहन की आयु में कितने वर्षों का अंतर है ? ____________

नीचे दिए गए स्थान पर परीक्षा में आपके द्वारा विभिन्न विषयों में प्राप्त किए गए अंकों को दंड आलेख द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

बच्चों ने सीखा / Learning Outcome :

1) आँकड़ों को संकेतों व चित्रों से निरूपित करना (चित्रालेख)।

2) आँकड़ों को एक दंड आलेख द्वारा निरूपित करना।

3) एक दंड आलेख में समान दूरी पर समान चौड़ाई के दंड क्षैतिज या ऊर्ध्वाधर रूप से खींचे जाते हैं।

4) प्रत्येक दंड की लम्बाई वांछित सूचना दर्शाती है।

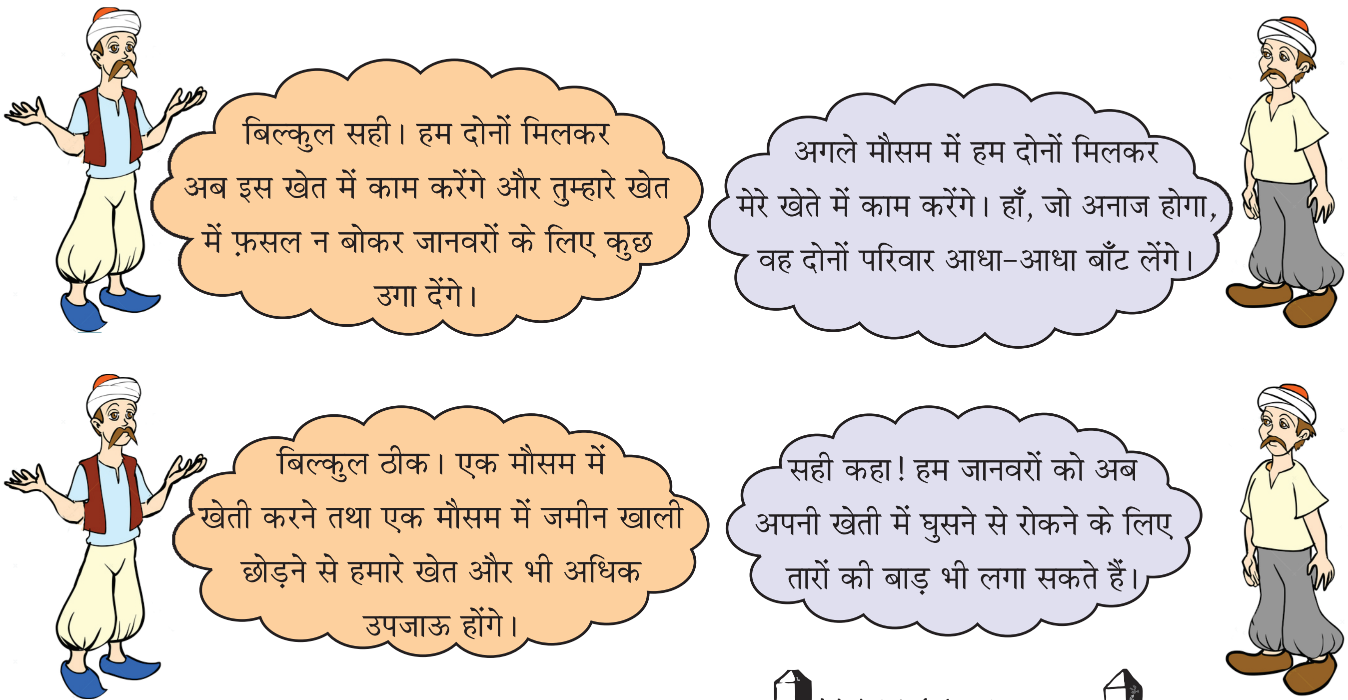
5) आलेख के लिए एक पैमाना चुनने की आवश्यकता होती है।

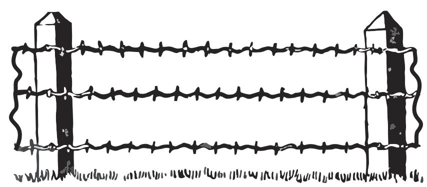
जैसे = 10 विद्यार्थी

6) आलेखों को पढ़ने का अभ्यास तथा उनकी समझ विकसित करना।

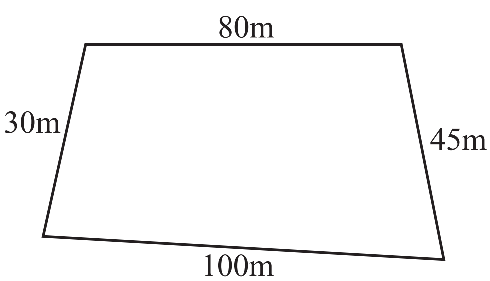
अध्याय 10 – क्षेत्रमिति

दो किसान रामलाल तथा श्यामलाल आपस में बातचीत कर रहे हैं।





आइए, अब हम रामलाल के खेत में तारों की बाड़ लगाते हैं।



खेत के घेरे की लंबाई को मापकर लिख दिया गया है। आपको बताना है कि बाड़ के लिए कितनी लंबाई की तार की ज़रूरत होगी?

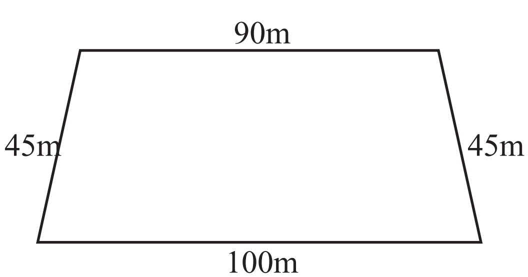
1. रामलाल के खेत के घेरे की कुल लंबाई

   100m+45m+80m+30m=255m

   रामलाल को अपने खेत में बाड़ लगाने के लिए कितना तार चाहिए?

   ....

अगर हमें श्यामलाल के खेत में भी तारों की बाड़ लगानी पड़े, तो हमें कितने लंबे तार की ज़रूरत होगी? आइए, पता करते हैं।



खेत के घेरे की लंबाई को मापकर लिख दिया गया है। आपको बताना है कि बाड़ के लिए कितनी लंबाई की तार की ज़रूरत होगी?

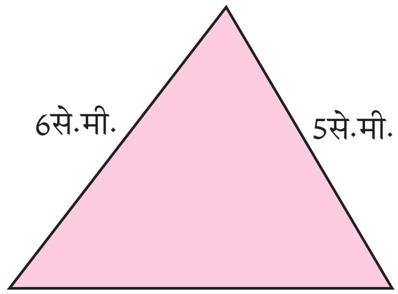
2. श्यामलाल के खेत के घेरे की कुल लंबाई

   _____ + _____ + _____ + _____ = _____

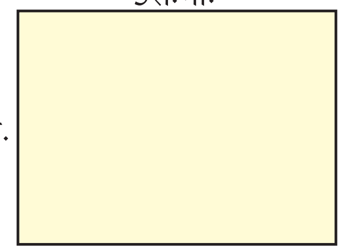
   श्यामलाल को अपने खेत में बाड़ लगाने के लिए कितनी तार चाहिए?

   ....

अब यदि आपसे पूछा जाए कि आपको धागे से नीचे दी गई दो आकृतियाँ बनानी हैं तो किस आकृति में ज़्यादा धागा लगेगा?



(I)



(II)

त्रिभुज में धागा लगेगा = ______

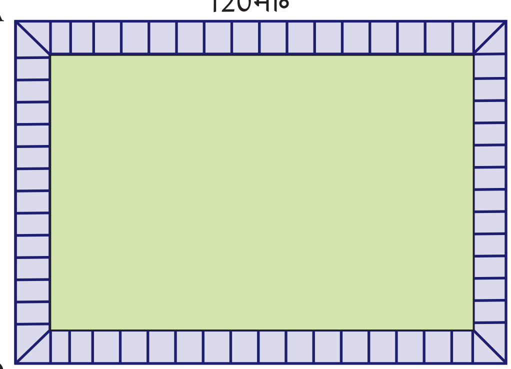
आयत में धागा लगेगा = ______

किसी बंद आकृति के घेरे (परिसीमा) की लंबाई को परिमाप कहा जा सकता है।

परिमाप – बंद आकृति के चारों तरफ़ एक पूरे चक्कर में तय की गई दूरी।

आइए, एक प्रश्न का हल ढूँढ़ें।

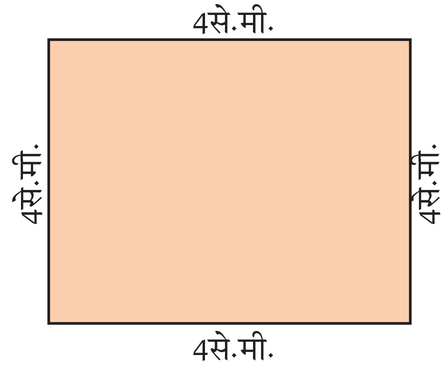
➡ हमने एक मैदान में टॉय ट्रेन (Toy Train) के लिए रेल पटरी बिछाई है।
पटरी की बाहरी सीमा की कुल लंबाई क्या होगी?



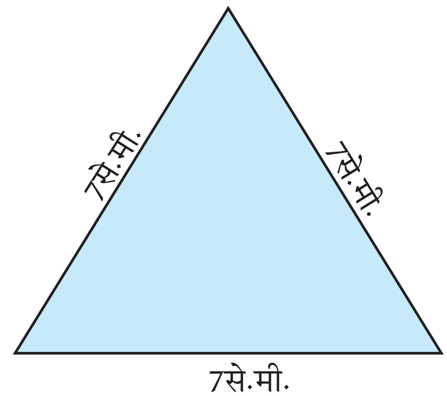
आपका उत्तर : ______

आओ परिमाप निकालें।

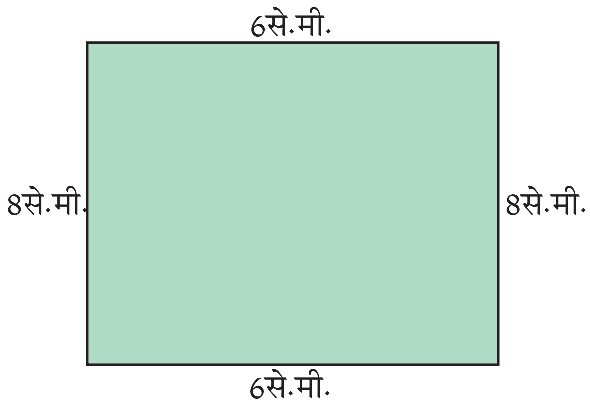
नीचे कुछ आकृतियाँ दी गई हैं। आइए परिमाप निकालें।



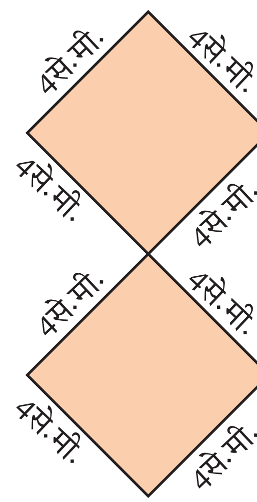
परिमाप : ....



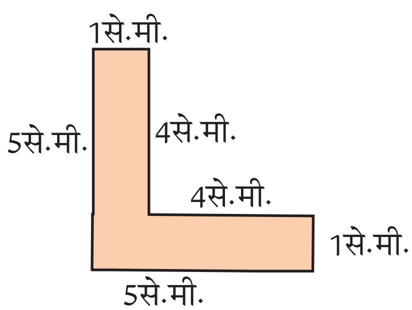
परिमाप : ....



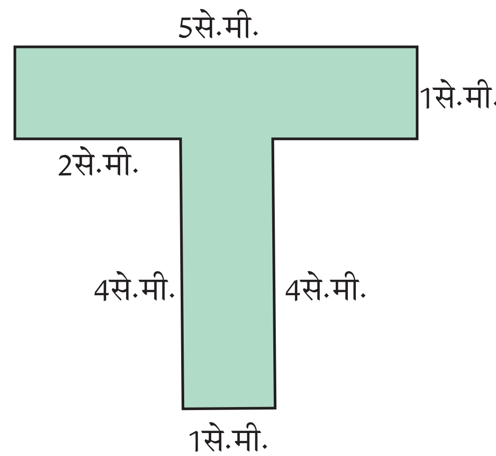
परिमाप : ....



परिमाप : ....



परिमाप : ....



परिमाप : ....

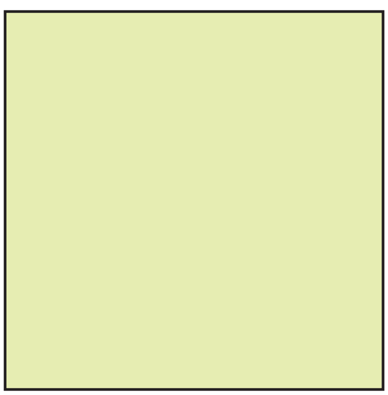
क्या हमें पता है कि समबहुभुज क्या होता है? अपने साथियों से चर्चा करें।
आइए अब हम कुछ समबहुभुज आकृतियों का परिमाप निकालते हैं।

ये
बहुभुज क्या
होता है

बहुभुज रेखाओं
से बनी बंद
आकृतियाँ होती हैं।

तो क्या सारे
बहुभुज समबहुभुज
होते हैं??

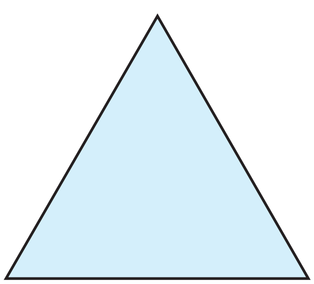
जिस बहुभुज की भुजाएँ
बराबर होती हैं–
समबहुभुज कहलाता है।



5 से.मी.

वर्ग का परिमाप
= 5cm + 5cm + 5cm + 5cm
= 4 X 5 cm = 20 cm.

हमें पता चला कि **वर्ग का परिमाप = 4 X भुजा**



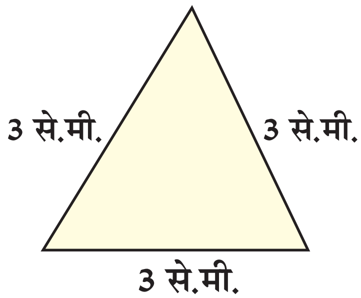
4 से.मी.

समबाहु त्रिभुज का परिमाप
= 4cm + 4cm + 4cm
= 3 X 4 cm = 12 cm.

हमें पता चला कि **समबाहु त्रिभुज का परिमाप = 3 X भुजा**

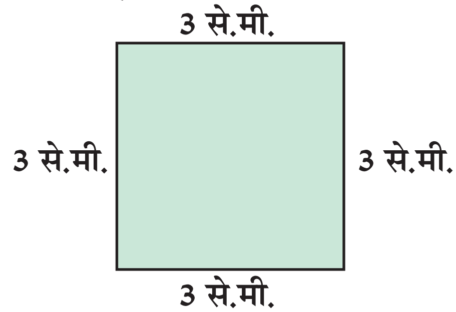
आइए, हम कुछ और आकृतियों के परिमाप निकालने का प्रयास करते हैं।

1)



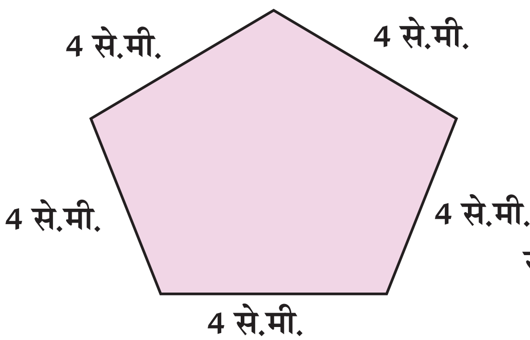
त्रिभुज का परिमाप = 3 X _______
= _______

2)



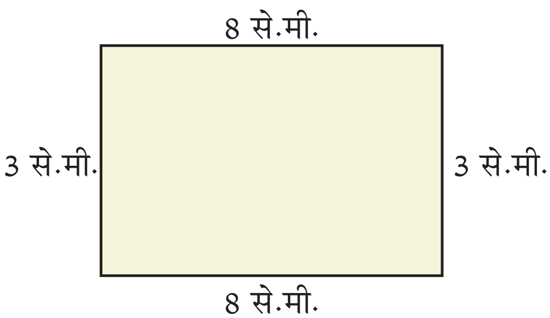
वर्ग का परिमाप = 4 X _______
= _______

3)

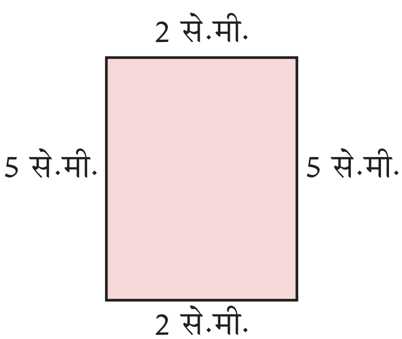


समपंचभुज का परिमाप = 5 X _______
= _______

आइए, अब नीचे दी गई आकृतियों के परिमाप की गणना एक नए तरीके से पता करने की कोशिश करते हैं।



आयत की दोनों लंबाइयों का जोड़ : ....
आयत की दोनों चौड़ाइयों का जोड़ : ....
आयत का परिमाप : ....



आयत की दोनों लंबाइयों का जोड़ : ....
आयत की दोनों चौड़ाइयों का जोड़ : ....
आयत का परिमाप : ....

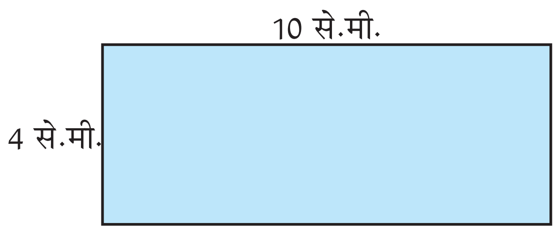
आइए, अब हम नीचे दिए गए उदाहरण को समझने का प्रयास करते हैं।

आयत का परिमाप = लंबाई + चौड़ाई + लंबाई + चौड़ाई
= लंबाई + लंबाई + चौड़ाई + चौड़ाई
= 2 X (लंबाई)+ 2 X (चौड़ाई)
= 2 X (लंबाई+चौड़ाई)
= 2 X (9+2)
= 2 X 11
= 22 से.मी.

हमें ऊपर दिए गए उदाहरणों से पता चलता है कि आयत के परिमाप का पता करने के लिए दो बार लंबाई और चौड़ाई को जोड़ते हैं। हमें पता चला कि : आयत का परिमाप = 2 X (लंबाई+चौड़ाई)

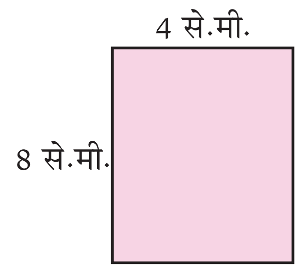
अब आप प्रयास कीजिए।

1)



आयत का परिमाप : ....

2)



आयत का परिमाप : ....

हमने सीखा :-

1. अनियमित आकृतियों का परिमाप
   = सभी भुजाओं की लंबाइयों का योग
2. आयत का परिमाप = 2 X (लंबाई + चौड़ाई)
3. वर्ग का परिमाप = 4 X भुजा
4. समबाहु त्रिभुज का परिमाप = 3 X भुजा
5. सम पंचभुज का परिमाप = 5 X भुजा
6. सम षट्भुज का परिमाप = 6 X भुजा

आइए अब हम खाली स्थानों को भरते हैं।

क्र. स.	आयत की लंबाई व चौड़ाई	परिमाप (P)= 2 X(लंबाई + चौड़ाई)	परिमाप
1.	लंबाई = 4m चौड़ाई = 3m	P= 2 X (__+__)	___cm
2.	लंबाई = 4 cm चौड़ाई = 7cm	P= 2 X (__+__)	___cm
3.	लंबाई = 5cm चौड़ाई = ___ cm	P= 2 X (__+__)	16 cm
4.	लंबाई = __cm चौड़ाई = __cm	P= 2 X (6+__)	14 cm

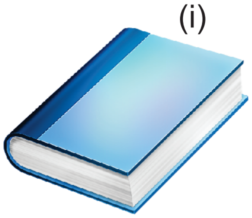
क्र. स.	वर्ग की भुजा	परिमाप (P) = 4 X भुजा	परिमाप
1.	भुजा = 5cm	P= 4 X __	___cm
2.	भुजा = 8m	P= 4 X __	___m
3.	भुजा = 6cm	P= __ X __	___cm
4.	भुजा = __cm	P= 4 X __	28 cm
5.	भुजा = __cm	P= __ X 9	___cm

क्र. स.	समबाहु त्रिभुज की भुजा	परिमाप =3 X (भुजा)	परिमाप
1.	5 cm	3 X __ cm	___cm
2.	8 cm	3 X __ cm	___cm
3.	__ cm	3 X 11 cm	___cm
4.	__ cm	3 X __ cm	12 cm
5.	10 cm	3 X ____	___cm
6.	__ cm	3 X ____	60 cm

ज़रा सोचिए और बताइए :

– सामने दो पुस्तकें हैं। कवर चढ़ाने के लिए किस पुस्तक में ज़्यादा कागज़ चाहिए? (✓) से चयन कीजिए।

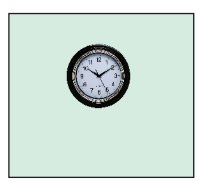
(i)



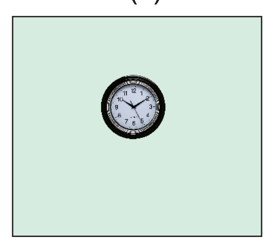
(ii)

किस दीवार पर अधिक पेन्ट लगेगा? (✓) से चयन कीजिए।

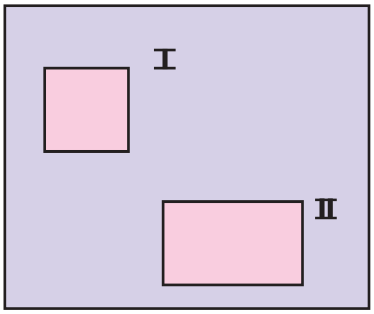
(i)



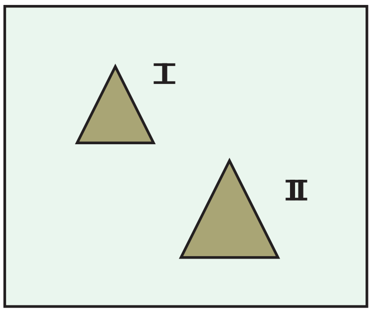
(ii)



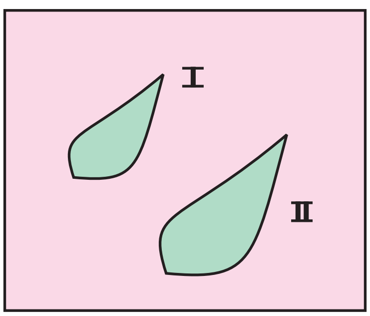
नीचे आकृतियाँ देखकर बताइए कि किस आकृति ने अधिक स्थान घेरा है? (✓) करिए।

1.


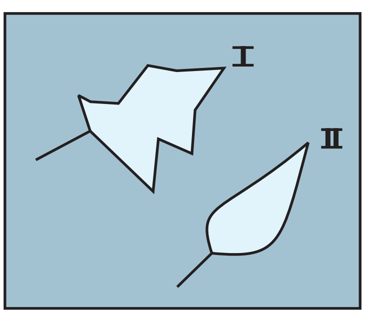
आकृति I ☐ **आकृति II** ☐

2.


आकृति I ☐ **आकृति II** ☐

3.


आकृति I ☐ **आकृति II** ☐

4.


आकृति I ☐ **आकृति II** ☐

ऊपर दी गई आकृतियों में किस आकृति में हमें ज़्यादा स्थान घेरने वाली आकृति को पहचानने में ज़्यादा मुश्किल आई?

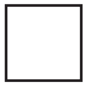
आपका उत्तर : ________

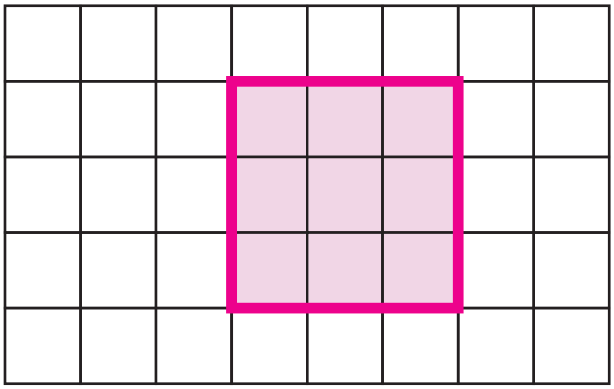
(अपने अध्यापक तथा साथियों से चर्चा करें।)

हम देख सकते हैं कि कभी-कभी आकृतियों के केवल देखने से बता पाना मुश्किल है कि कौन सी आकृति ज़्यादा जगह घेरती है।

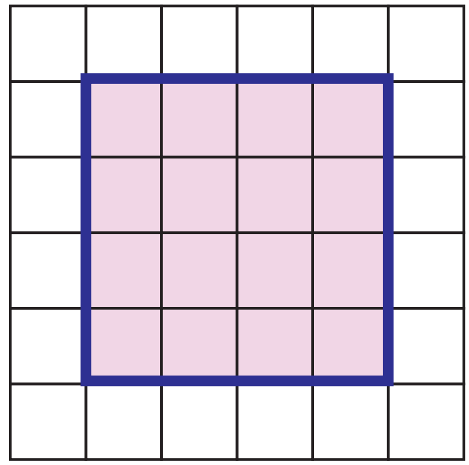
अगर हम आकृतियों द्वारा घेरे गए तल का पता कर सकें तो हमारी मुश्किल आसान हो सकती है।

आइए अब ज्ञात करने का प्रयास करते हैं कि नीचे दी गई छायांकित आकृतियों द्वारा कितने 1 से.मी. भुजा के वर्गों को घेरा गया है।

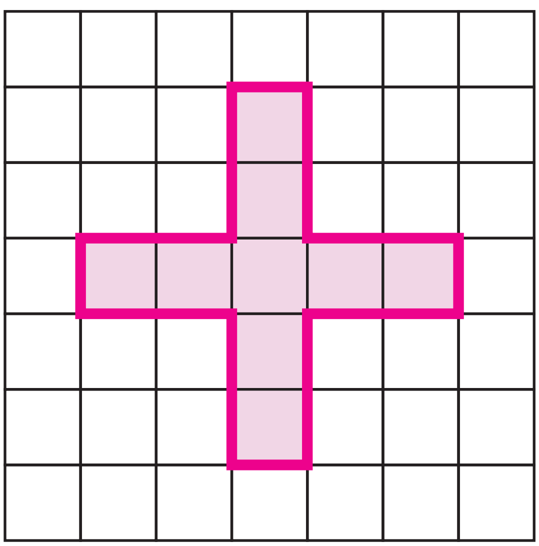
1 से.मी. भुजा का वर्ग 



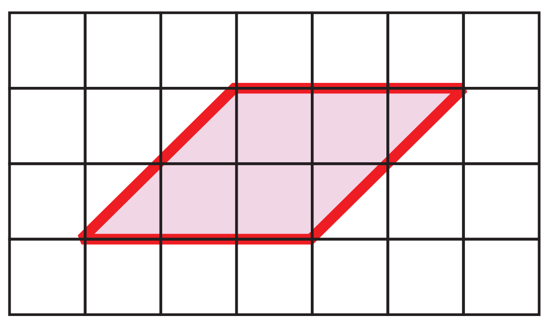
क्षेत्रफल = 9 वर्ग से.मी.



क्षेत्रफल = ____

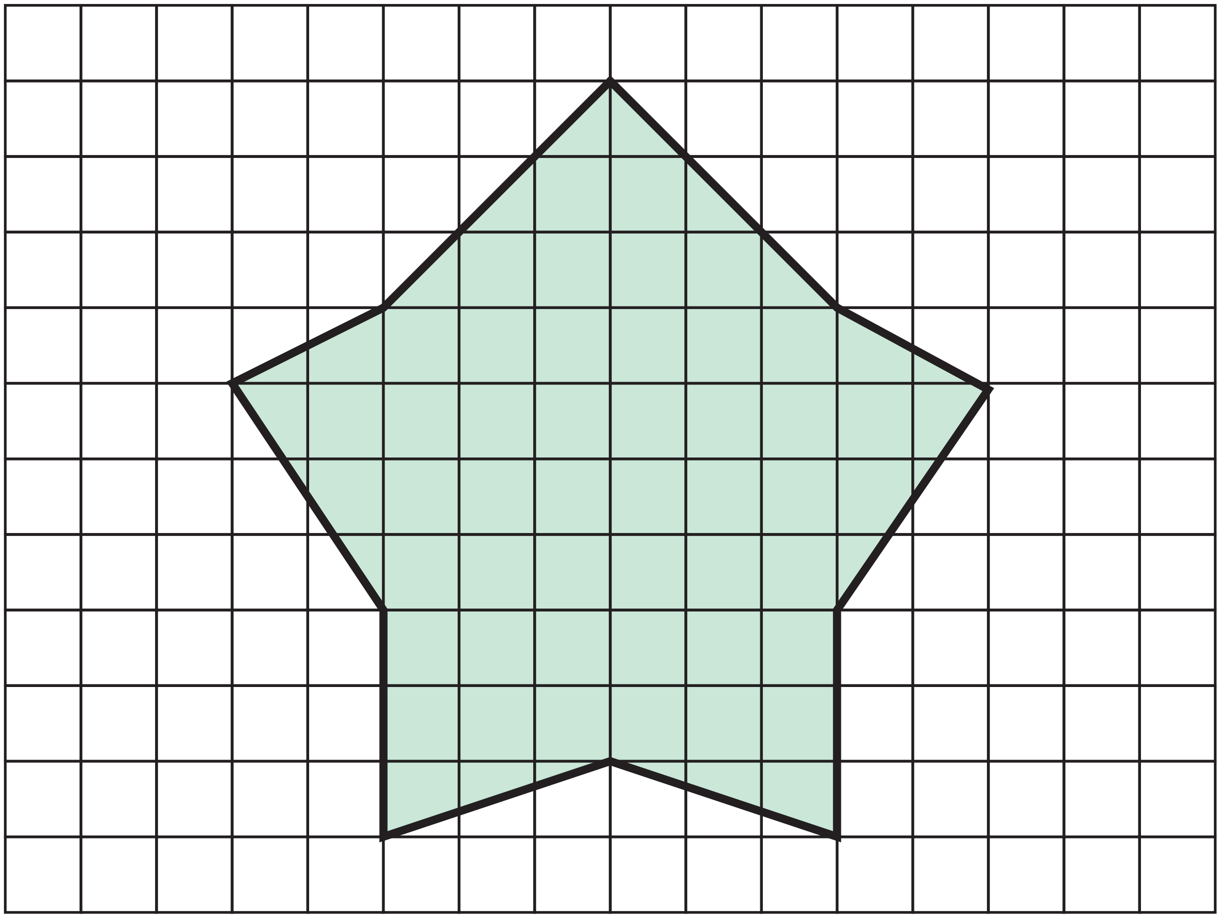


क्षेत्रफल = ____



क्षेत्रफल = ____

आइए, हम नीचे दी गई आकृति का क्षेत्रफल निकालते हैं।



ऊपर दी गई आकृति में हम देख सकते हैं कि कुछ वर्ग आकृति को पूरा-पूरा नहीं ढक रहे हैं। ऐसी स्थिति में हम अनुमान का प्रयोग कर आकृतियों का क्षेत्रफल निकालेंगे।

हम करेंगे।

1. जिन वर्गों का आधे से कम भाग आकृति से घिरा है, उन्हें हम नहीं गिनेंगे।
2. जिन वर्गों का आधे से अधिक भाग आकृति से घिरा है, उन्हें हम एक पूरा वर्ग ही गिनेंगे।
3. जिन वर्गों को ठीक-ठीक आधा भाग आकृति से घिरा है, उन्हें हम आधा गिनेंगे।

आइए अब ऊपर दी गई आकृति का क्षेत्रफल निकालते हैं।

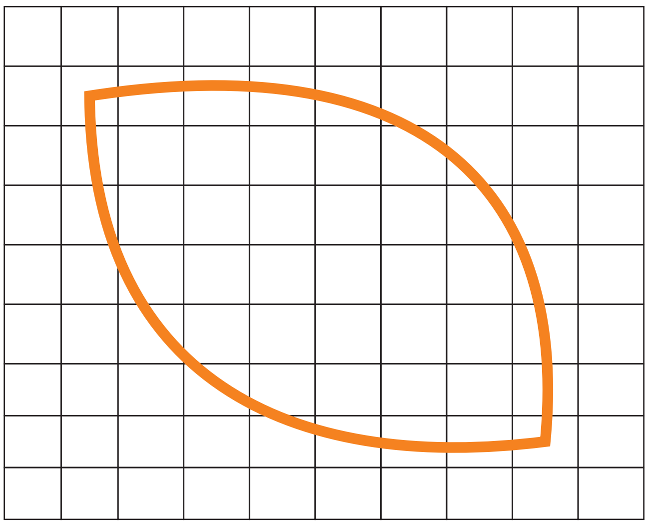
पूरा घिरे हुए वर्गों की संख्या = _______

आधे से अधिक घिरे वर्गों की संख्या = _______

ठीक आधे घिरे हुए वर्गों की संख्या = _______

आकृति का कुल क्षेत्रफल = _______

आइए अब नीचे दी गई आकृति का क्षेत्रफल निकालते हैं।



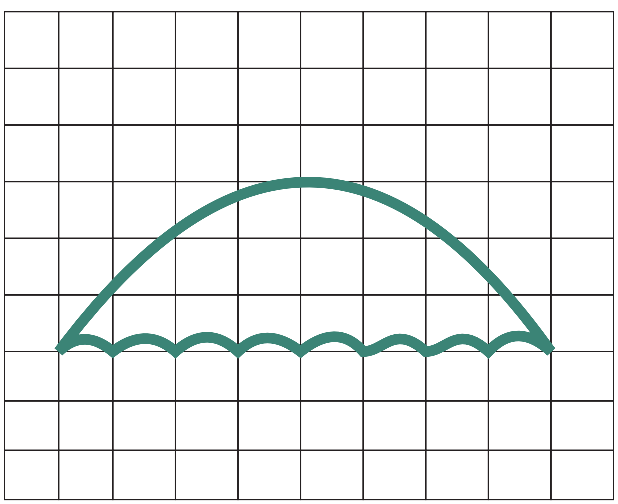
(vi)

पूरा घिरे हुए वर्गों की संख्या = ______

आधे से अधिक घिरे वर्गों की संख्या = ______

ठीक आधे घिरे हुए वर्गों की संख्या = ______

आकृति का कुल क्षेत्रफल = ______



(vii)

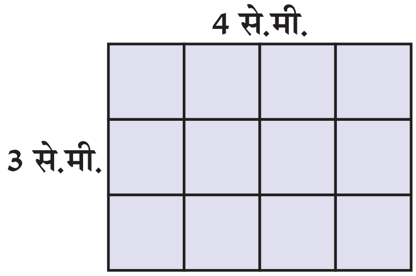
पूरा घिरे हुए वर्गों की संख्या = ______

आधे से अधिक घिरे वर्गों की संख्या = ______

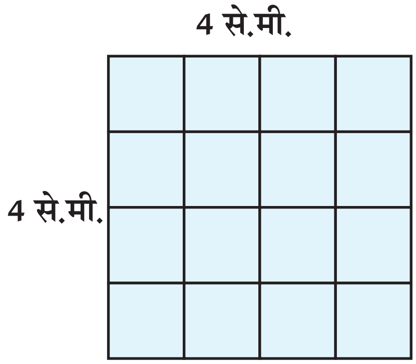
ठीक आधे घिरे हुए वर्गों की संख्या = ______

आकृति का कुल क्षेत्रफल = ______

निम्न वर्गों को गिनकर क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए



.... वर्ग से.मी.



.... वर्ग से.मी.

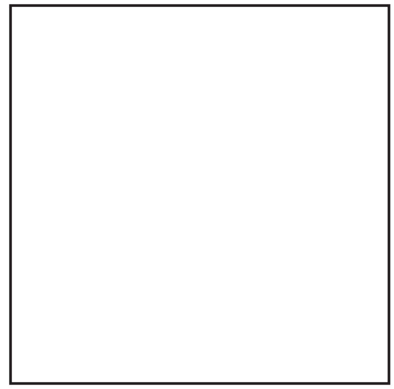
आइए, अब हम आकृतियों द्वारा तल (Plane) में घेरे गए स्थान का पता लगाते हैं।

आकृति 1

3 से.मी.

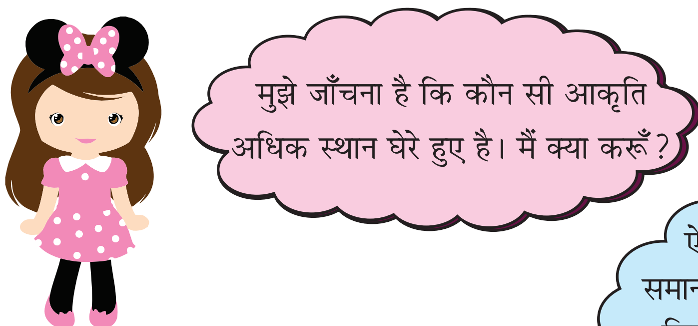
8 से.मी.

आकृति 2

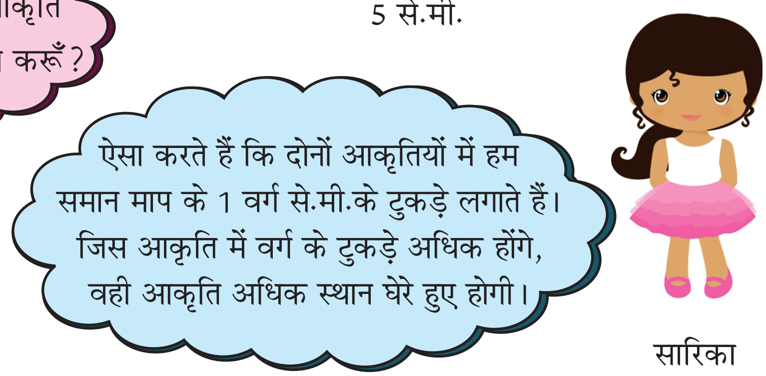


5 से.मी.

5 से.मी.

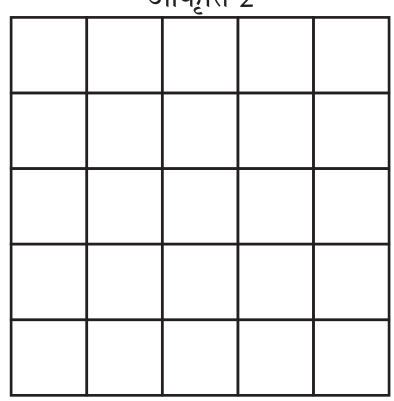


स्वीटी

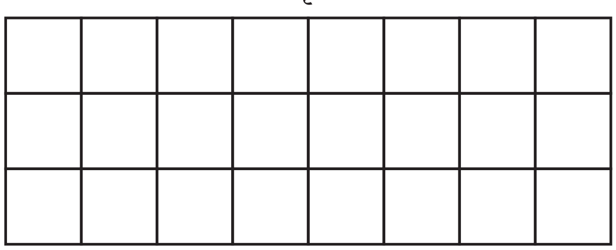


सारिका

आकृति 2



आकृति 1



आकृति 1 में वर्गों की संख्या = 24 वर्ग से.मी.

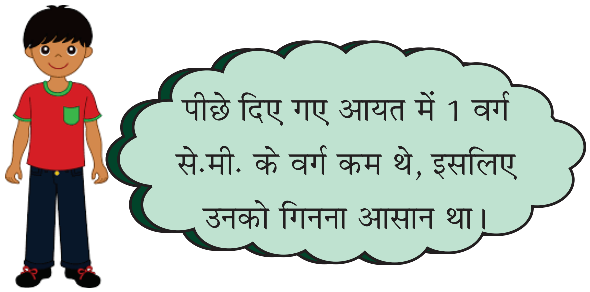
आकृति 2 में वर्गों की संख्या =__________

अब आप बताइए किस आकृति ने अधिक स्थान घेरा हुआ है? =__________

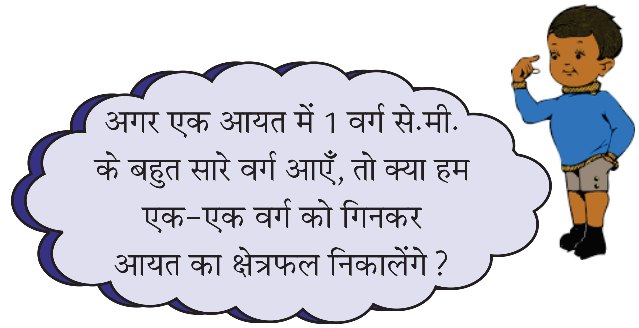
आकृतियों द्वारा तल में घेरे गए स्थान को हम उसका क्षेत्रफल कहते हैं।

आइए, अब हम आकृतियों द्वारा घेरे गए स्थान का पता लगाते हैं।

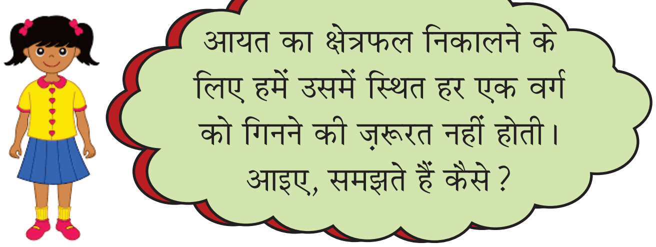
पीटर

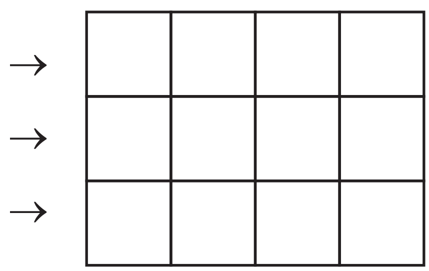


सागर



शबाना





हम इस आयत में 1 वर्ग से.मी. के स्थित एक-एक वर्ग को न गिनकर सभी स्तंभों तथा पंक्तियों को गिनते हैं।

आइए देखते हैं कैसे?

हम आयत के वर्गों को इस प्रकार से भी गिन सकते हैं।

3 वर्गों को 4 बार जोड़कर = 4x3 वर्ग cm

= 12 वर्ग cm

या

4 वर्गों को 3 बार जोड़कर = 3x4 वर्ग cm

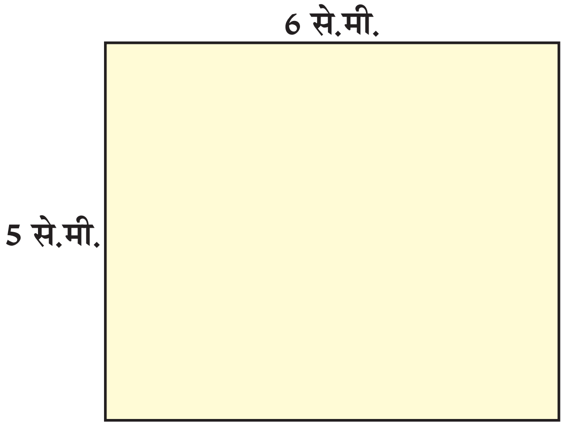
= 12 वर्ग cm

आयत में सबसे छोटे वर्गों की 4 स्तंभ की 3 पंक्तियाँ हैं।

इससे हम कह सकते हैं कि हमारे पास 4cm लंबाई तथा 3cm चौड़ाई का आयत है।

इसलिए, आयत का क्षेत्रफल = **लंबाई x चौड़ाई** = 4cm x 3cm = 12 वर्ग cm

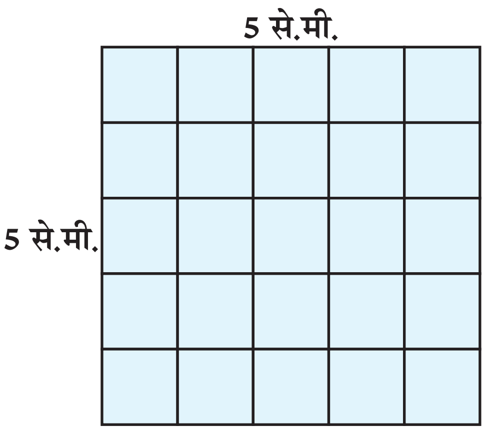
अब हमने नीचे दिए गए आयत को 1 वर्ग से.मी. के छोटे वर्गों में नहीं बाँटा है। क्या अब भी आप आयत के क्षेत्रफल का पता कर सकते हैं? प्रयास कीजिए।



आयत का क्षेत्रफल : .... X ....

: .... वर्ग से.मी.

आयत का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई



वर्ग का क्षेत्रफल = लंबाई X चौड़ाई

वर्ग में लंबाई और चौड़ाई बराबर होती हैं।

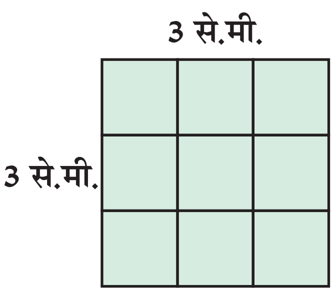
इसलिए हम लंबाई और चौड़ाई दोनों को भुजा कह देते हैं।

वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा X भुजा

= 5cm X 5cm

= 25 वर्ग cm

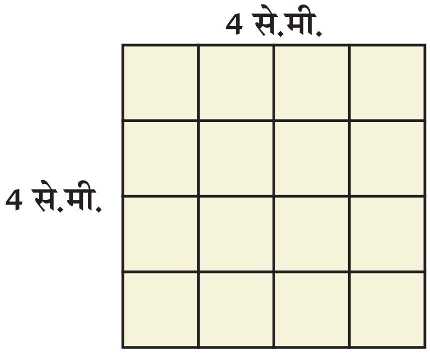
आइए, अब आप प्रयास कीजिए।



वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा X भुजा

= _____ X _____

= _________



वर्ग का क्षेत्रफल = ____ X ____

= ____ X ____

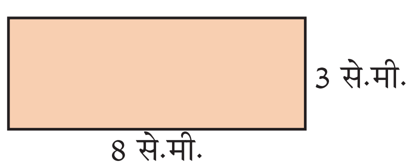
= ________

वर्ग का क्षेत्रफल : .... X ....

क्षेत्रफल को से.मी.^{2} अथवा वर्ग से.मी. में व्यक्त कर सकते हैं। से.मी. के स्थान पर दूरी के किसी और मात्रक का प्रयोग भी हो सकता है।

पूछे गए प्रश्नों का उत्तर दीजिए।

1.

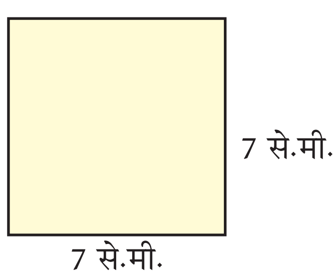


आयत का क्षेत्रफल = लंबाई X चौड़ाई

= ____ X ____

= ____

2.

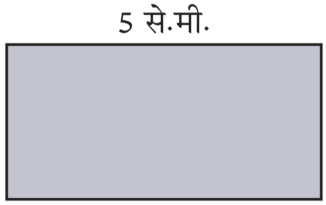


वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा X भुजा

= ____ X ____

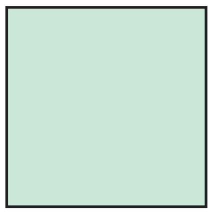
= ____

3.



आयत की लंबाई = 5 से.मी.
आयत का क्षेत्रफल = 40 वर्ग से.मी.
आयत की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

4.

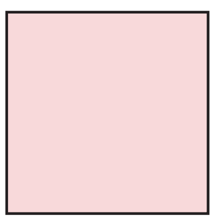


वर्ग का क्षेत्रफल = 25 वर्ग से.मी.
वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए।

5.

आयत की चौड़ाई = 5 से.मी.
आयत का परिमाप = 40से.मी.
आयत की लंबाई ज्ञात कीजिए।

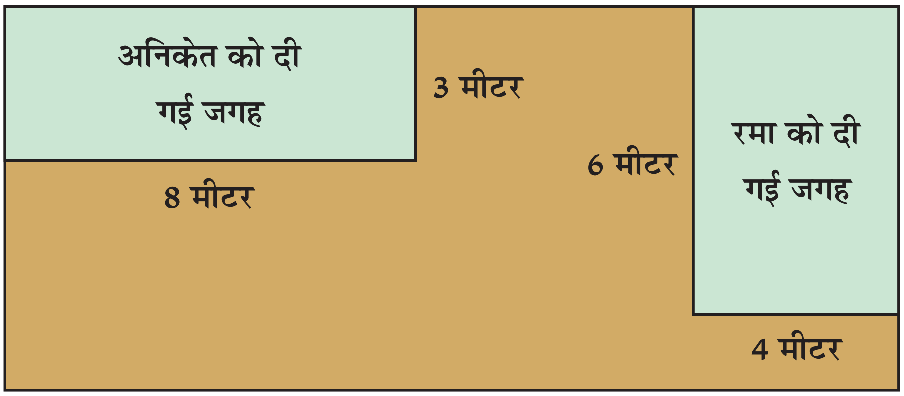
6.



वर्ग का परिमाप = 60 से.मी.
वर्ग की भुजा ज्ञात कीजिए।

आइए, रमा और अनिकेत की मदद करें।

रमा और अनिकेत कक्षा – VI की छात्राएँ हैं। दोनों को वन महोत्सव के दिन विद्यालय के बगीचे में फूल के पौधे लगाने थे। उन्होंने अपनी अध्यापिका से पूछा तो अध्यापिका ने उन्हें विद्यालय के बग़ीचे में दो अलग-अलग जगह दिखा दीं, जहाँ वे दोनों पौधे लगा सकते थे।



बगीचा

(i) अनिकेत ने रमा से झगड़ना शुरू कर दिया कि उसे (अनिकेत को)कम जगह मिली है। रमा बोली-नहीं ऐसा नहीं है।

क्या हम पता लगा सकते हैं कि बगीचे में पौधे लगाने की दोनों की जगह बराबर हैं?

(ii) अनिकेत तथा रमा अपनी जगहों पर तार की बाड़ लगाते हैं। दोनों में किसको अधिक तार की आवश्यकता होगी?

इस प्रकार के कुछ और प्रश्नों को अपने साथियों एवं शिक्षकों के साथ चर्चा करें।

नीचे दिये गए वर्गीकृत पेपर में कितने ऐसे आयत बना सकते हैं जिनका क्षेत्रफल 12 वर्ग से.मी. हो। आइए बनाते हैं और यह जानने का प्रयास करते हैं किस आयत का परिमाप सबसे कम होगा?

→ 1 वर्ग से.मी.

अच्छा क्या हम सोच सकते हैं कि परिमाप और क्षेत्रफल में क्या अंतर है। नीचे कुछ स्थितियाँ दी गई हैं। इन स्थितियों में हम यह बताने का प्रयास करते हैं कि किन स्थितियों में परिमाप की आवश्यकता होगी तथा किन स्थितियों में क्षेत्रफल की आवश्यकता होगी ? **सही बॉक्स का चयन (✓) कीजिए।**

स्थितियाँ :-

	स्थितियाँ	परिमाप	क्षेत्रफल
1.	कमरे के फ़र्श पर दरी बिछाना।	☐	☑
2.	कमरे की दीवार पर सफ़ेदी करना।	☐	☐
3.	खेत के चारों तरफ बाड़ लगाना।	☐	☐
4.	फ़ोटो फ्रेम बनवाना।	☐	☐
5.	दीवार पर टाइल लगवाना।	☐	☐
6.	आयताकार कपड़े के चारों तरफ गोटा लगवाना।	☐	☐
7.	श्यामपट्ट पर पेन्ट करना।	☐	☐
8.	घर की चौखट बनवाना।	☐	☐
9.	दरवाज़े के पल्ले पर सनमाइका लगवाना	☐	☐
10.	प्लॉट की चारदीवारी बनवाना	☐	☐

(यहाँ चारदीवारी की लम्बाई व दीवारों के क्षेत्रफल पर चर्चा करें।)

आइए, अब हम परिमाप और क्षेत्रफल से संबंधित कुछ प्रश्नों को हल करने का प्रयास करते हैं।

प्र.1 एक वर्गाकार भूखंड की भुजा की लंबाई 20 मीटर है। उस भूखंड का क्षेत्रफल क्या होगा ?

प्र.2 एक आयताकार बग़ीचे की लंबाई 3 मीटर तथा चौड़ाई 5 मीटर है। बगीचे का क्षेत्रफल क्या होगा ?

प्र.3 एक आयताकार बग़ीचे की लंबाई 150 मीटर तथा चौड़ाई 10 मीटर है। इसके चारों ओर 10 रु. प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का खर्च क्या होगा ?

प्र.4 हनीफ़ 100 मीटर भुजा वाले एक वर्गाकार मैदान के चारों ओर चक्कर लगाता है। हनीफ़ एक चक्कर में कितने मीटर दौड़ेगा ?

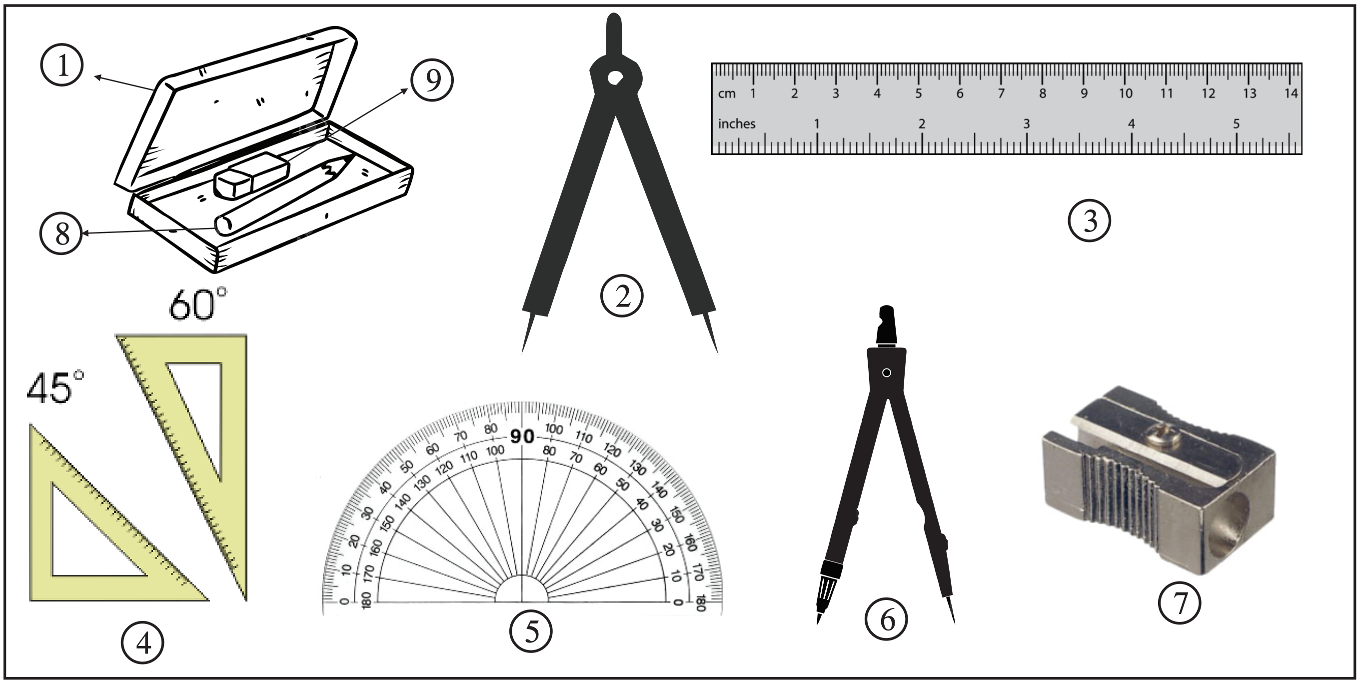
Learning Outcomes (अधिगम सम्प्राप्ति)

1. आयत तथा वर्ग के परिमाप तथा क्षेत्रफल की समझ होना तथा कक्षा के फर्श तथा चॉक बॉक्स की सतह का क्षेत्रफल निकालना।

अध्याय 11 – प्रायोगिक ज्यामिति

बच्चो,

छठी कक्षा में आकर आपने नई कापियाँ, ज्यामिति बॉक्स तो खरीद लिया होगा। सोच रहे होगे, पता नहीं अध्यापक इसका प्रयोग कब करवाएँगे। नीचे कुछ उपकरणों के चित्र दिए गए हैं। क्या आपके बॉक्स में यह सब उपकरण हैं ? इस अध्याय में हम इन उपकरणों का प्रयोग करना सीखेंगे।

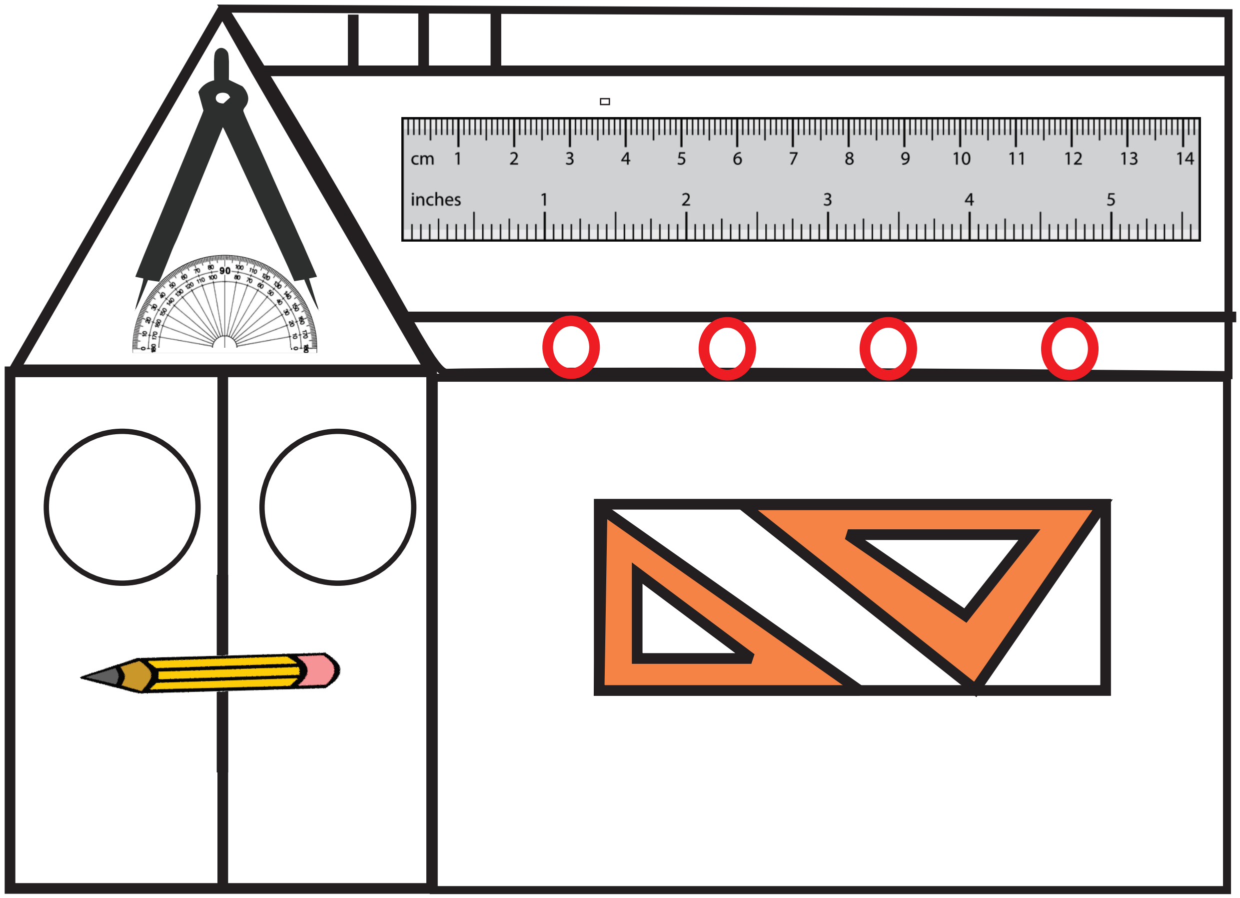


ऊपर दिए गए उपकरणों तथा उनके नंबरों को ध्यान से देखिए तथा नीचे दिए गए उपकरणों के नामों को पढ़कर उनके साथ उनका नंबर गोले में लिखिए।

जैसे :-

पेन्सिल	(8)	कोणमापक (चाँदा)	( )	पैमाना (Ruler)	( )
डिवाइडर	( )	परकार	( )	सेट स्क्वायर	( )
बॉक्स	( )	रबड़ (Eraser)	( )	पेन्सिल कटर (Sharpner)	( )

भवन में ज्यामितीय आकृतियाँ ढूँढ़ें।



बच्चो,

हमारे विद्यालय में एक भवन बनाया गया है। इस भवन में ज्यामिति से संबंधित कुछ आकृतियाँ तथा आपके ज्यामिति बॉक्स (Geometry Box) के सामान (उपकरण) को दिखाया गया है।

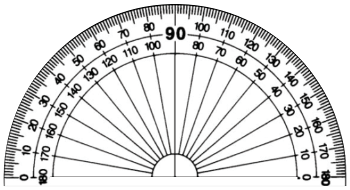
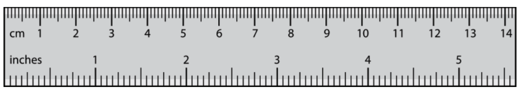
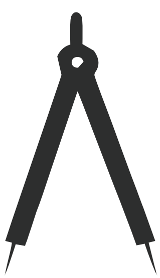
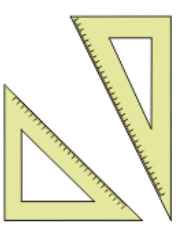
चलो मिलकर ढूँढ़ें, इस भवन में कितनी आकृतियाँ तथा कितने उपकरण हैं। उनके नाम नीचे दिए गए बॉक्स में लिखते हैं।

उपकरण :- **<u>पैमाना</u> (रूलर)**, ..., ..., ..., ...

आकृतियाँ :- **<u>त्रिभुज</u>**, ..., ..., ...,

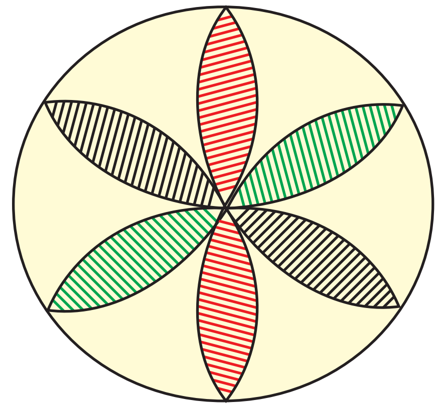
क्या आपके ज्यामिति बॉक्स में ये सभी उपकरण हैं?

(अपने अध्यापक/पाठ्य पुस्तक की मदद से नीचे दी गई तालिका को पूरा कीजिए।)

	नाम लिखिए	प्रयोग लिखिए
1. 	चाँदा (कोणमापक)	कोणों को खींचने तथा मापने के लिए
2. 		
3.		
4. 		
5. 		

आओ रंगोली डिज़ाइन बनाएँ

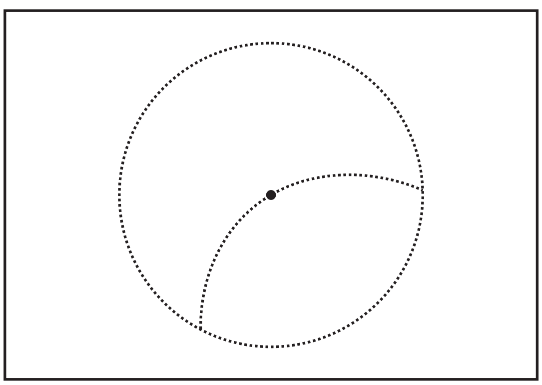
क्या आपको रंगोली डिज़ाइन बनाना अच्छा लगता है?
नीचे रंगोली बनाने के लिए Steps दिए गए हैं।
आइए उन्हीं के अनुसार खाली बॉक्स में रचना करते हैं।



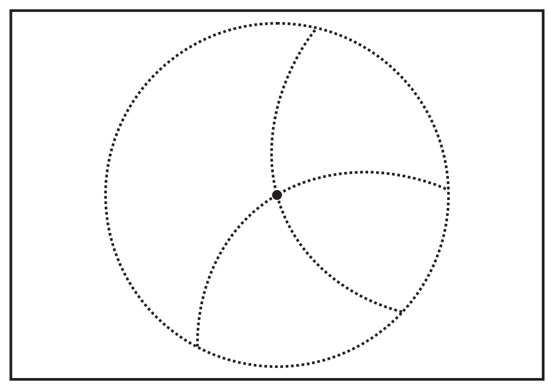
रंगोली

Steps :-

1. एक निश्चित माप की परकार खोलकर एक वृत बनाइए।
2. वृत की परिधि पर कहीं भी परकार की नोंक को रखकर वृत के अंदर चाप लगाओ। (देखें सहायता चित्र 1)
3. जहाँ पर चाप वृत को काटे वहाँ पर फिर से परकार की नोंक रखकर फिर से चाप लगाइए। (देखें सहायता चित्र 2)
4. ऊपर वाले Step को बार-बार दोहराते जाएं। ध्यान रहे हर चाप वृत की परिसीमा से शुरू हो और परिसीमा पर ही खत्म हो तथा परकार पूरे डिज़ाइन बनाने में एक निश्चित माप में ही खुली हो।



सहायता चित्र 1



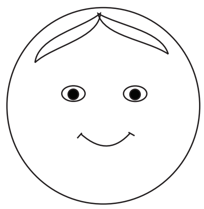
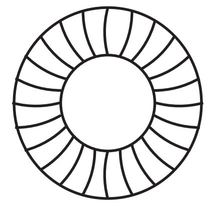
सहायता चित्र 2

खाली बॉक्स

स्माइली (Smiley)

आबिदा को स्माइली (Smiley) की ड्राइंग तथा उसके भाई को डिस्क (Disk) की ड्राइंग बनाना अच्छा लगता है। उसके लिए उन्हें छोटे बड़े वृत बनाने हैं। क्या आप उनकी मदद करेंगे ?

आओ करें :-

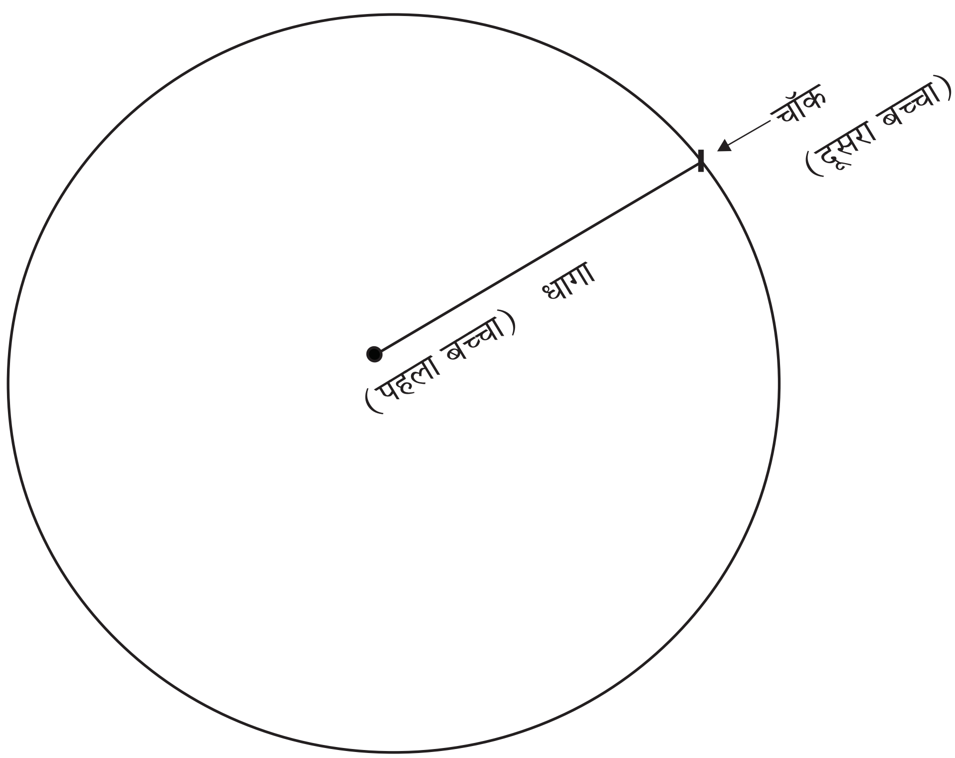
स्माइली (Smiley)	**डिस्क (Disk)**
	
2. 3cm त्रिज्या वाला एक वृत बनाकर उसमें स्माइली बनाइए।	2. डिस्क बनाओ बड़ा वृत = 3cm त्रिज्या छोटा वृत = 2cm त्रिज्या
3. 3.5cm त्रिज्या वाला एक वृत बनाकर उसमें स्माइली बनाइए।	3. डिस्क बनाओ बड़ा वृत = 3.5cm त्रिज्या छोटा वृत = 2.5cm त्रिज्या

Activity-Time

नीचे एक क्रियाकलाप दिया गया है। इसे घर पर या खाली पीरियेड में या इंटरवल में करके देखें।

मैदान/फ़र्श पर वृत खींचना :-

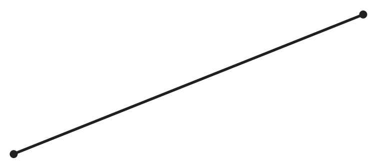
1. एक लंबा धागा लें। उसके एक सिरे पर चॉक कसकर बाँध दें।
2. मैदान/फ़र्श के बीच में एक बिंदु लगाएं। धागे के दूसरे सिरे को एक बच्चा उस बिंदु पर रखकर कसकर पकड़कर रखे।
3. दूसरा बच्चा चॉक को पकड़े तथा धागे को खींचकर चॉक से मैदान/फ़र्श पर निशान बनाता हुआ पहले बच्चे के चारों ओर घूम जाए।



इस प्रकार मैदान/फ़र्श पर वृत बनाकर, वृत के अंदर हम किसी भी प्रकार का डिज़ाइन बना सकते हैं।

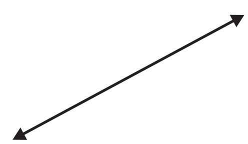
किरण, रेखा तथा रेखाखंड को पहचानते हुए, सही उत्तर के लिए Box में tick (✓) करो।

1.



- [ ] रेखा (Line)
- [x] रेखाखंड (Line Segment)
- [ ] किरण (Ray)

2.

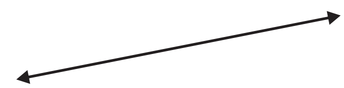


- [ ] रेखा (Line)
- [ ] रेखाखंड (Line Segment)
- [ ] किरण (Ray)

3.

- [ ] रेखा (Line)
- [ ] रेखाखंड (Line Segment)
- [ ] किरण (Ray)

4.

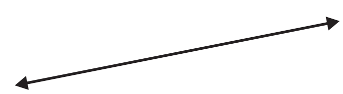


- [ ] रेखा (Line)
- [ ] रेखाखंड (Line Segment)
- [ ] किरण (Ray)

5.

- [ ] रेखा (Line)
- [ ] रेखाखंड (Line Segment)
- [ ] किरण (Ray)

6.



- [ ] रेखा (Line)
- [ ] रेखाखंड (Line Segment)
- [ ] किरण (Ray)

एक रेखाखंड की रचना करना

रूलर की सहायता से

शुरू करने से पहले देखें :-

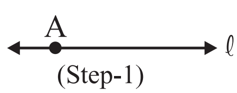
1. क्या आपकी पेन्सिल की नोंक नुकीली है?
2. क्या आपके पास दो पेन्सिलें हैं? एक परकार में रखने के लिए, दूसरी रेखा, बिंदु इत्यादि बनाने के लिए।
3. क्या आपकी परकार ज़्यादा ढीली या ज़्यादा टाइट तो नहीं?

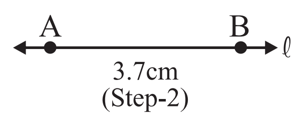
याद रहे :- आपको रेखाएँ पतली खींचनी हैं तथा बिंदु, चाप इत्यादि छोटे बनाने हैं।

आओ, रेखाखंड खींचें:-

एक रेखाखंड खींचो जिसकी लंबाई 3.7cm है।

$\overline{AB}$=3.7cm





Step-(1) : एक रेखा ℓ खींचिए तथा उस पर बिंदु A अंकित कीजिए।

Step-(2) : A पर रूलर का '0' रखें तथा 3.7cm पर एक निशान लगाएं। यह B बिन्दु है।

Step-(3) : AB = 3.7cm रेखाखंड है।

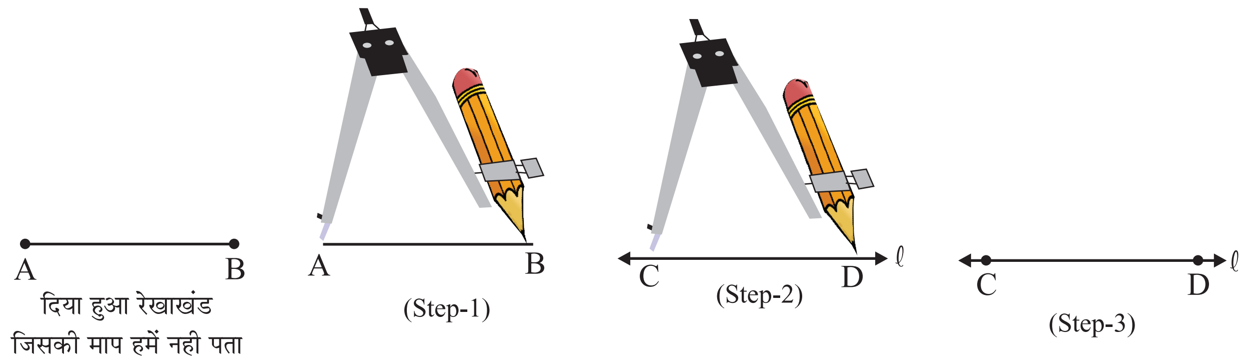
दिखाए गए Steps (चरणों) का प्रयोग करके केवल पूर्ण आकृति को ही Box में बनाएँ।

4.7cm के रेखाखंड की रचना करो।

दिए गए रेखाखंड के बराबर रेखाखंड की रचना करना।

रूलर और परकार की सहायता से

(जिसकी लंबाई हमें ज्ञात नहीं है।)



Step-(1) : परकार की नोंक A पर रखें तथा खोलकर पेन्सिल B तक ले जाएं।

Step-(2) : कोई रेखा ℓ बनाइए। तथा उस पर बिंदु C लीजिए। Step-(1) में जितनी परकार खुली थी, उसे बिना हिलाए अब परकार की नोंक बिंदु C पर रखिए तथा रेखा ℓ को D पर काटें।

Step-(3) : रेखाखंड $\overline{CD}$ दिए गए रेखाखंड $\overline{AB}$ के बराबर है।

दिखाए गए Steps (चरणों) का प्रयोग करके केवल पूर्ण आकृति को ही बॉक्स में बनाएँ।

दिए गए रेखाखंड XY के बराबर रेखाखंड PQ की रचना कीजिए।

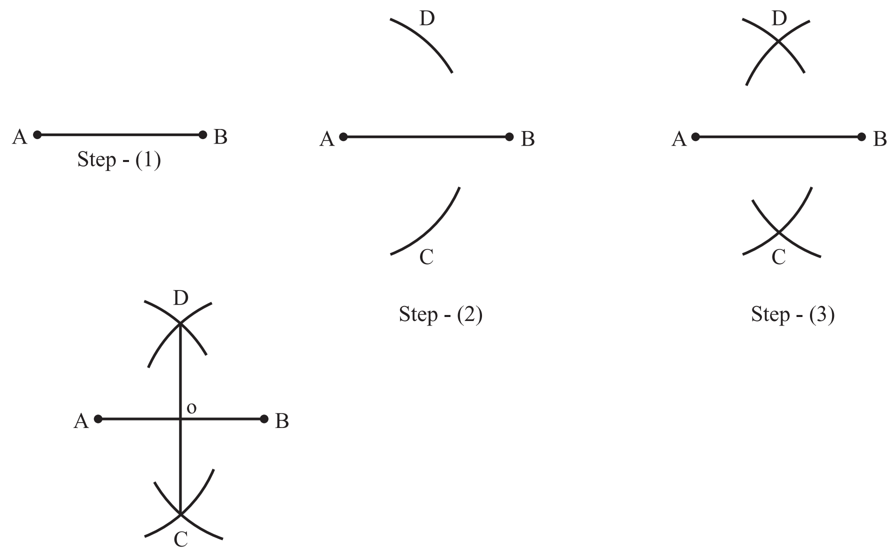
रूलर तथा परकार की सहायता से दी हुई लंबाई के रेखाखंड की रचना कीजिए	दिए हुए उस रेखाखंड के बराबर रेखाखंड की रचना करो जिसकी लंबाई हमें ज्ञात नहीं है। (रूलर तथा परकार की सहायता से)
1. 3cm के एक रेखाखंड की रचना कीजिए।	1. रेखाखंड $\overline{AB}$ के बराबर रेखाखंड $\overline{CD}$ बनाइए।
2. 4cm के एक रेखाखंड की रचना कीजिए।	2. रेखाखंड $\overline{XY}$ के बराबर रेखाखंड $\overline{ST}$ रेखाखंड बनाइए।
3. 5.3cm लंबाई का एक रेखाखंड खींचो।	3. रेखाखंड $\overline{PQ}$ के बराबर रेखाखंड $\overline{RS}$ बनाइए।
4. 4.7cm के एक रेखाखंड की रचना कीजिए।	4. रेखाखंड $\overline{TR}$ के बराबर रेखाखंड $\overline{SP}$ बनाइए।

एक रेखाखंड का लंब समद्विभाजक खींचना

और

रेखाखंड को दो बराबर भागों में बाँटना

रूलर और परकार की सहायता से



Step - (1)   Step - (2)   Step - (3)   Step - (4) (पूर्ण आकृति)

Step-(1) : कोई भी रेखाखंड $\overline{AB}$ खींचिए।

Step-(2) : $\overline{AB}$ रेखाखंड के आधे से अधिक लंबाई की परकार खोलकर तथा परकार का नुकीला सिरा A पर रखकर केन्द्र $\overline{AB}$ रेखाखंड के ऊपर तथा नीचे चाप लगाइए।

Step-(3) : अब B को केन्द्र मानकर रेखाखंड $\overline{AB}$ के ऊपर व नीचे पुन: चाप लगाएँ जो पहले के चापों को C व D पर काटते हैं।

Step-(4) : C तथा D को रूलर की सहायता से मिलाइए।

$\overline{AO} = \overline{OB}$ है तथा COD रेखाखंड $\overline{AB}$ का लंब समद्विभाजक है।

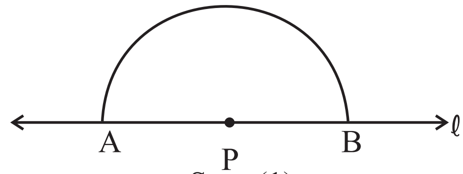
दिखाए गए Steps (चरणों) का प्रयोग करके केवल पूर्ण आकृति बनाएँ।

रेखाखंड $\overline{PQ}$ का लंब समद्विभाजक खींचो।

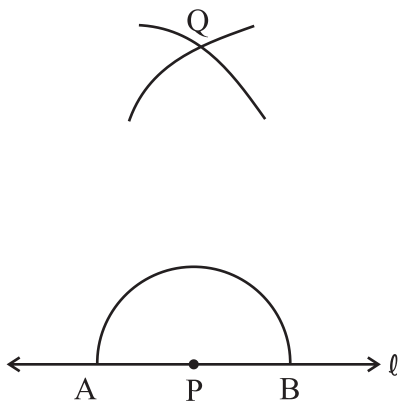
एक दी हुई रेखा पर स्थित एक बिंदु से होकर लंब खींचना

रूलर और परकार की सहायता से

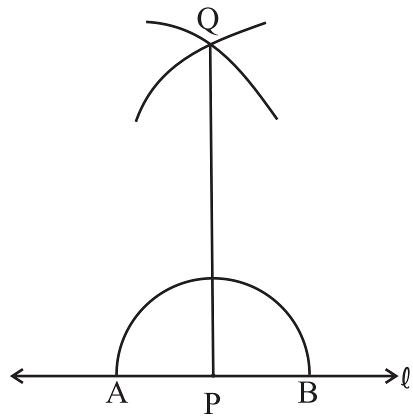
दी हुई रेखा



Step-(1)



Step-(2)



Step-(3)

पूर्ण आकृति

Step-(1) : P पर परकार की नोंक रखकर अर्धवृत खींचें जो ℓ को A और B पर काटता है।

Step-(2) : परकार में AB की लंबाई की आधी से ज्यादा दूरी भरकर, A पर परकार की नोंक रखकर ℓ के एक दिशा में चाप लगाया। परकार की उतनी ही दूरी से B पर परकार की नोंक रखकर, उसी दिशा में एक और चाप लगाया जो पहले चाप को Q पर काटता है।

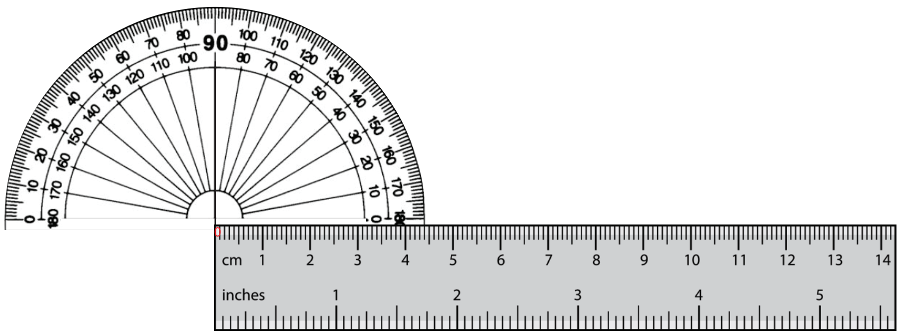
Step-(3) : P से Q से मिलाया। PQ रेखा ℓ पर लंब है।

दिखाए गए Steps (चरणों) का प्रयोग करके केवल पूर्ण आकृति ही बॉक्स में बनाएँ।

रेखाखंड XY पर बिन्दु A पर लंब खींचिए।

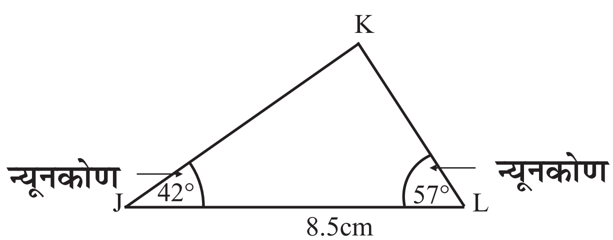
कोणमापक / चाँदा / Protractor को रखने की विधि तथा उसका प्रयोग

कोण बनाने के लिए कोणमापक तथा रूलर को रखने को सही विधि



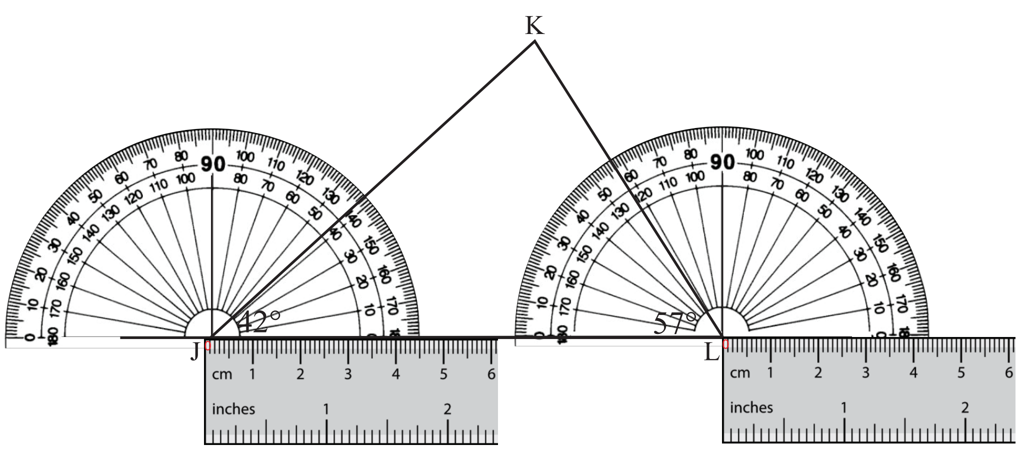
रूलर का '0' तथा कोणमापक के बीच की रेखा दोनों एक ही सरल रेखा में होने चाहिए।

रूलर तथा कोणमापक की मदद से कोण बनाना



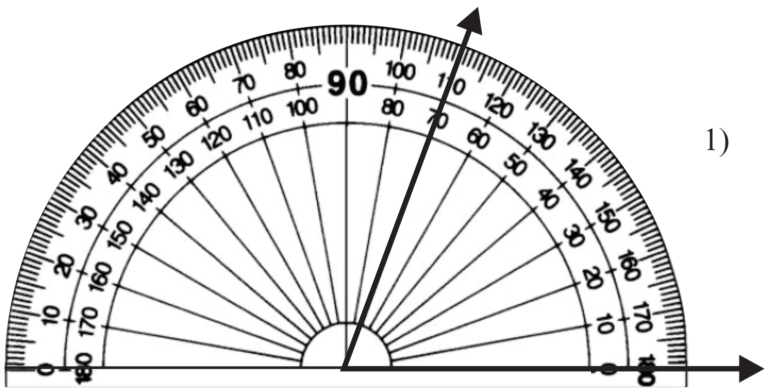
रेखा के दोनों तरफ न्यून कोण बनाने के लिए कोणमापक को दिखाई गई विधि के अनुसार रखकर कोण बनाएँ।

(ध्यान रहे कोणमापक को हमेशा '0°' से पढ़ना शुरू करें।)



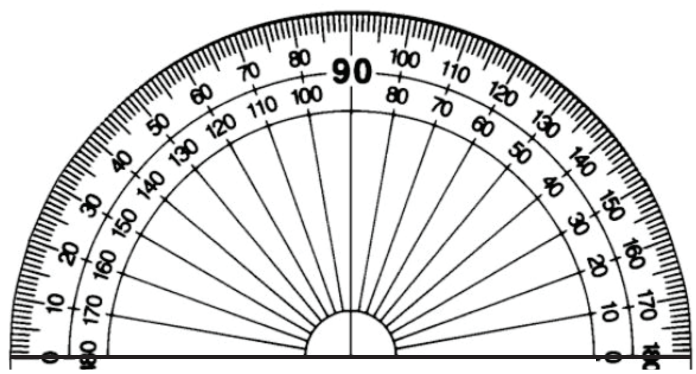
आओ कोण बनाएँ।

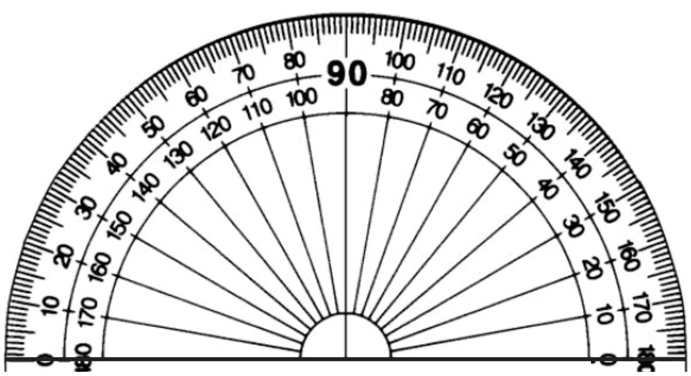
(याद रखें कोणमापक को '0°' से पढ़ना शुरू करना है।)



1) 70° का कोण

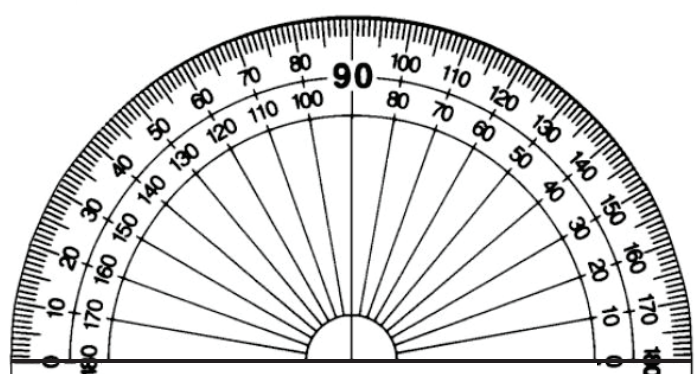
2) 120° का कोण





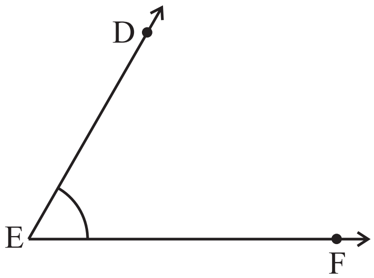
3) 65° का कोण

4) 140° का कोण



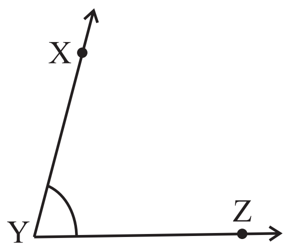
कोणमापक से मापकर कोण की माप लिखिए।

1.



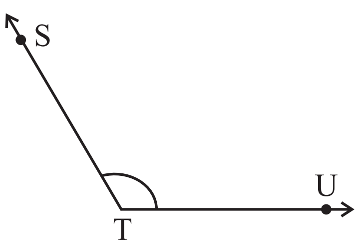
∠DEF..................

2.



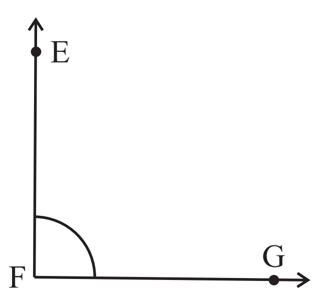
∠XYZ..................

3.



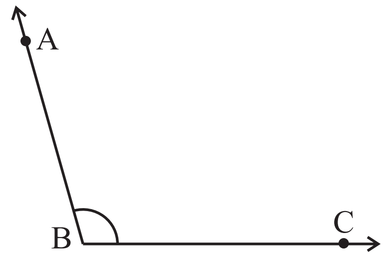
∠STU..................

4.



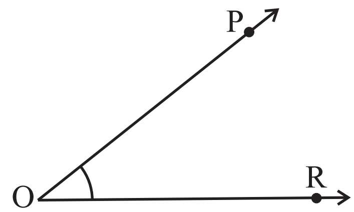
∠EFG..................

5.



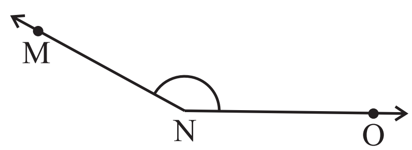
∠ABC..................

6.



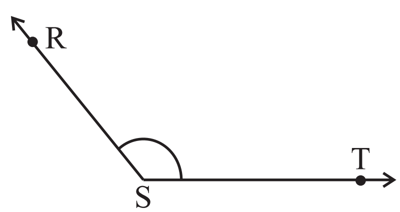
∠POR..................

7.



∠MNO..................

8.



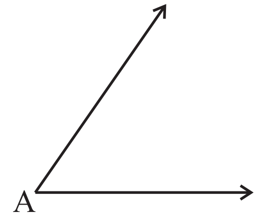
∠RST..................

एक दिए हुए कोण के बराबर कोण बनाना

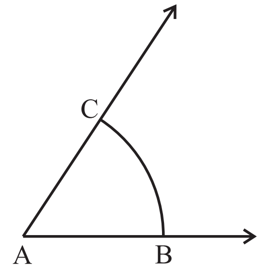
रूलर और परकार की सहायता से

कोण की माप हमें ज्ञात नहीं है।

दिए गए कोण ∠A के बराबर एक कोण की रचना करनी है।

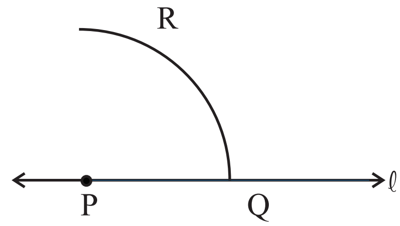


Step-(1) : परकार में कोई भी दूरी भरकर बिंदु A को केन्द्र मानकर एक चाप BC लगाइए।



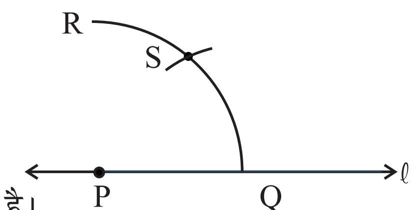
Step-(1)

Step-(2) : कोई एक रेखा ℓ बनाइए तथा उस पर कोई एक बिंदु P लीजिए। Step-(1) में जितनी परकार खोली थी उतनी परकार खोलकर परकार की नोंक को P पर रखकर QR चाप लगाइए।



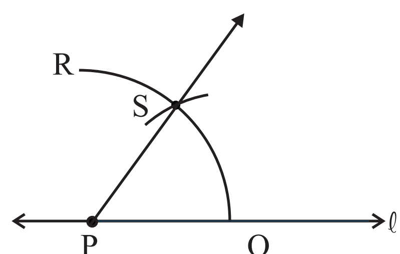
Step-(2)

Step-(3) : परकार को चाप BC के बराबर खोलकर उसके नुकीले सिरे को Q पर रखकर एक चाप लगाया जो चाप QR को S पर काटता है।



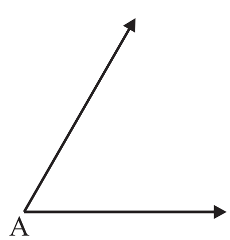
Step-(3)

Step-(4) : PS को मिलाकर आगे बढ़ाया। अब ∠A = ∠P है। (परंतु हमें दोनों कोणों की माप पता नहीं है।)



Step-(4) पूर्ण आकृति

अब आप भी दिए गए कोण ∠A के बराबर ∠X बनाइए। (केवल पूर्ण आकृति ही बनाएँ)

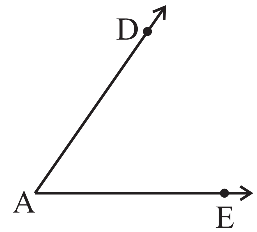


कोण को दो बराबर भागों में बाँटना

कोण का समद्विभाजक खींचना

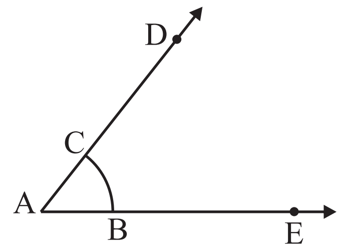
(रूलर और परकार की सहायता से)

दिए गए कोण ∠DAE का समद्विभाजक खींचना है।



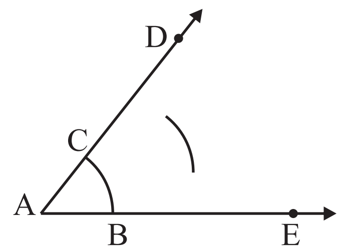
दिया हुआ कोण

Step-(1) : परकार में कोई भी दूरी भरकर तथा A को केन्द्र मानकर B से C तक चाप लगाइए।



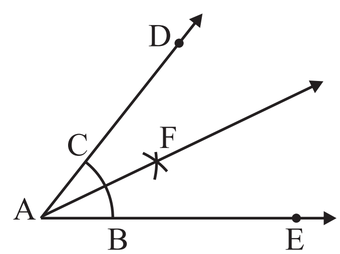
Step-(1)

Step-(2) : B को केन्द्र मानकर BC के आधे से अधिक की दूरी का परकार खोलकर एक चाप कोण A के अंदर वाले भाग में लगाइए।



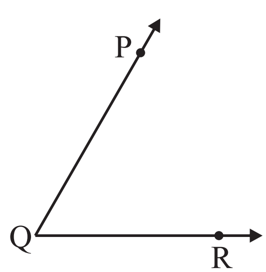
Step-(2)

Step-(3) : परकार में भरी उतनी ही दूरी से C को केन्द्र मानकर एक और चाप लगाइए जो पहले चाप को बिंदु F पर काटता है। A को F से मिलाते हुए आगे बढ़ा दीजिए। AF कोण A का समद्विभाजक है।



Step-(3)

दिखाए गए Steps (चरणों) प्रयोग में लाकर दिए गए कोण ∠PQR का समद्विभाजन कीजिए।



दिए हुए मापों के कोण बनाइए तथा उनका समद्विभाजन कीजिए।

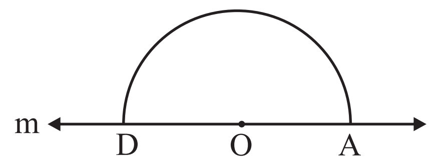
(रूलर तथा परकार की सहायता से)

- 15 के गुणाकों जैसे 30°, 45°, 60°... इत्यादि के सभी कोण रूलर तथा परकार की सहायता से बनाए जा सकते हैं। इनकी रचना के लिए कोणमापक की आवश्यकता नहीं होती है।
- यदि आप 60°, 120° तथा 180° को कोण बनाना जानते हैं तो समद्विभाजन विधि से आप 7½°, 15°, 30°, 22½°, 45°, 75°, 90°, 105°, 135°, 150°, के कोण बना सकते हैं।

आइए 60° और 120° के कोण बनाते हैं।

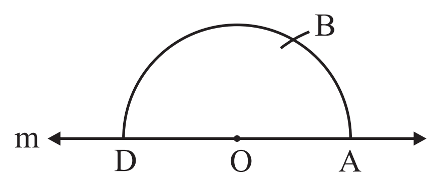
60° का कोण

Step-(1) : एक रेखा m खींचते हैं। उस पर किसी बिंदु O को केन्द्र मानकर अपने हिसाब से परकार खोलकर एक चाप लगाते हैं जो रेखा m को A ओर D पर काटता है।



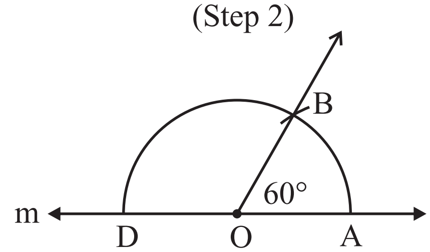
(Step 1)

Step-(2) : परकार के फैलाव को बिना बदले A को केन्द्र मानकर एक और चाप लगाते हैं जो पिछले चाप को B पर काटता है।



(Step 2)

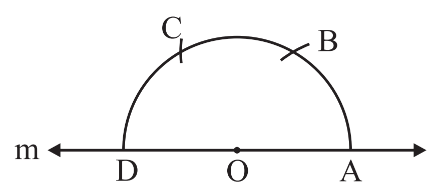
Step-(3): O को B से मिलाइए। 60° का कोण तैयार है।



Step-(3)

120° का कोण

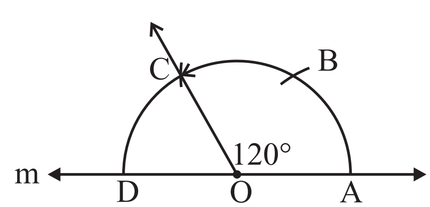
Step-(4) : अब परकार के फैलाव को बिना बदले B को केन्द्र मानकर एक और चाप लगाते हैं जो पहले चाप को C पर काटता है।



(Step 4)

Step-(5) : O को C से मिलाते हुए रेखा खींचिए।

कोण $\angle COA = 120°$

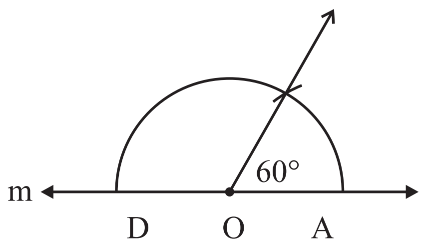


(Step 4)

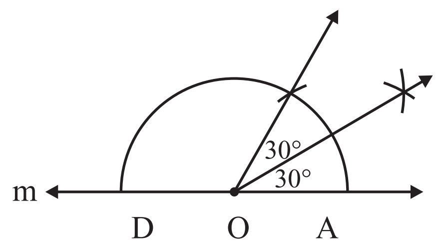
नीचे दिए गए कोण बनाइए तथा समद्विभाजन कीजिए।

रूलर और परकार की सहायता से

(1) 60° का कोण



30° का कोण (60° का समद्विभाजन)



(2) 120° का कोण

90° का कोण (60° और 120° के समद्विभाजन द्वारा)

(3) 180° का कोण

150° का कोण (180° और 120° के समद्विभाजन द्वारा)

Learning Outcomes (अधिगम सम्प्राप्ति)

1. ज्यामितीय बॉक्स में दिये गये उपकरणों को पहचानना तथा उनका प्रयोग करना।

2. वृत्त एवं कोण के विभिन्न भागों को पहचानना।

3. ज्यामिति बॉक्स के विभिन्न उपकरणों का प्रयोग करके वृत्त, रेखाखंड तथा कोण मापन, रचना करना और इनके समद्विभाजक खींचना।

नोट्स

नोट्स

नोट्स